VISIT…

Для служебного пользования

Экз. №

М. С. ШЕРЕШЕВСКИЙ, А. К. ГОНТАРЕВ, Ю. В. МИНАЕВ

ЭФФЕКТИВНОСТЬ СТРЕЛЬБЫ ИЗ АВТОМАТИЧЕСКОГО ОРУЖИЯ

Для служебного пользования

Экз. №

М. С. ШЕРЕШЕВСКИЙ, А. Н. ГОНТАРЕВ,
Ю. В. МИНАЕВ

ЭФФЕКТИВНОСТЬ СТРЕЛЬБЫ ИЗ АВТОМАТИЧЕСКОГО ОРУЖИЯ

Под общей редакцией
канд. техн. наук М. С. ШЕРЕШЕВСКОГО

1979

Для служебного пользования

Экз. №

М. С. ШЕРЕШЕВСКИЙ, А. Н. ГОНТАРЕВ,
Ю. В. МИНАЕВ

ЭФФЕКТИВНОСТЬ СТРЕЛЬБЫ ИЗ АВТОМАТИЧЕСКОГО ОРУЖИЯ

Под общей редакцией
канд. техн. наук М. С. ШЕРЕШЕВСКОГО

1979

УДК 623.442.45.004.15+623.418.004.15

Шерешевский М. С., Гонтарев А. Н., Минаев Ю. В.
Эффективность стрельбы из автоматического оружия. М., ЦНИИ информации, 1979. 328 с.

В книге изложены основные сведения о методах оценки эффективности стрельбы из автоматического оружия. Для удобства читателей первые две главы посвящены краткому изложению основ теории вероятностей и математической статистики, знание которых необходимо для понимания последующих глав. Подробно рассмотрены особенности стрельбы из автоматического оружия, существующие способы вычисления вероятностей попадания и поражения, а также других характеристик эффективности. Описание теоретических методов иллюстрируется многочисленными примерами.

Книга предназначена для инженеров и техников, работающих в области автоматического оружия и боеприпасов к нему.

Рецензент канд. техн. наук Ю. Д. Русаков

© ЦНИИ информации, 1979.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Под эффективностью стрельбы понимается степень приспособленности конкретной стрельбы к достижению желаемого результата. Задача теории эффективности — оценить результаты стрельбы.

Стрельба из автоматического оружия, и в первую очередь из стрелкового, имеет особенности, которые мало отражены в литературе, поэтому в этой книге им уделено повышенное внимание.

Научной основой теории эффективности являются теория вероятностей и математическая статистика. Предполагая, что читатель изучал эти дисциплины ранее, они изложены кратко.

В целях сокращения объема монографии некоторые выводы приведены без доказательств. Чтобы научить читателя пользоваться математическими методами теории эффективности, особое внимание обращено на способы вычисления вероятностей попадания и поражения. В книге помещено много численных примеров, иллюстрирующих содержание. Однако их нельзя использовать в качестве справочного материала.

Авторы выражают благодарность кандидатам техн. наук Р. Д. Когану и Н. И. Чунаеву за ряд ценных замечаний по излагаемым вопросам.

Глава I

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Научную основу исследований в области эффективности стрельбы составляет теория вероятностей, изучающая закономерности случайных событий, появляющихся в процессе наблюдений или опытов, независимо от их конкретной природы.

В практике инженерной деятельности наблюдения и опыт имеют большое прикладное значение, поскольку они позволяют познавать сущность окружающих нас явлений. Результаты наблюдений и опытов подвергаются обработке и анализу. На основе этого устанавливаются различные закономерности, знание которых необходимо для решения практических инженерных задач.

Событие — основное начальное понятие в теории вероятностей. Под событием понимается факт, который может произойти или не произойти в результате испытаний (опытов, наблюдений, измерений и т. д.). При этом появление события рассматривается не отвлеченно, а в условиях, которые можно повторять достаточно большое число раз. Совокупность ряда условий, при которых повторяется испытание, называется комплексом условий.

В зависимости от комплекса условий и характера рассматриваемого события последнее может быть достоверным, невозможным или случайным.

Достоверным называется такое событие, которое обязательно произойдет при реализации определенного комплекса условий. Например, при воспламенении и детонации взрывчатого вещества гранаты (комплекс условий) разрушение ее оболочки — событие достоверное. При вращении Земли (комплекс условий) восход Солнца — также событие достоверное.

Невозможным называется такое событие, которое никогда не произойдет при реализации данного комплекса условий. Например, нельзя поразить одним выстрелом две цели, расположенные в разных направлениях. Невозможно попадание пули в цель, расстояние до которой больше максимальной дальности стрельбы.

Промежуточное положение между достоверными и невозможными событиями занимают события случайные, которые при реализации комплекса условий могут либо произойти, либо не произойти. Типичным случайным событием является попадание в цель при производстве выстрела или поражение цели при попадании в нее, поскольку возможен промах или непоражение цели при попадании. При достаточно большом числе испытаний , т. е. при многократной реализации одного и того же комплекса условий, обнаруживаются определенные закономерности в наступлении случайных событий, изучением которых и занимается теория вероятностей.

События обычно обозначают начальными буквами латинского алфавита: A, B, C, E — случайные, D — достоверные и N — невозможные события.

1.1. КЛАССИФИКАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ

Для изучения методов исследования случайных событий необходимо рассмотреть некоторые важные соотношения между случайными событиями и провести их классификацию.

Совместное (одновременное или последовательное) наступление нескольких событий называется *произведением* этих событий

$$\sigma = ABCE\ldots$$

Например, в случае стрельбы по цели из автомата очередью в три выстрела можно рассмотреть группу событий A, B и C, означающих попадание первым, вторым или третьим выстрелом соответственно. Произведение этих событий, означающее попадание в цель всеми тремя выстрелами, имеет вид $\sigma = A\,B\,C$.

Если наступает хотя бы одно из событий A, B, C, E,..., то можно написать *сумму* (*объединение*) этих событий

$$S = A + B + C + E + \ldots$$

В рассмотренном примере сумма событий $S = A + B + C$ означает, что цель поражена хотя бы одним выстрелом.

Для решения различных задач иногда необходимо события выражать через сумму, произведение или сумму произведений других событий. Такое представление одного события через другие называют *комбинацией* событий. В условиях предыдущего примера более сложным, чем рассмотренные, является событие K — попадание в цель двумя выстрелами. Оно может произойти когда в цель попадают первый и второй выстрелы, либо — первый и третий, либо — второй и третий:

$$K = AB + AC + BC,$$

что является суммой произведений событий.

При составлении комбинаций сложных событий учитывают отношение различных событий между собой, т. е. классификацию их.

Два события A и B называются *совместными*, если появление одного из них не исключает появление другого. Два события A и B называются *несовместными,* если появление одного из них исключает появление другого. Допустим, например, что производится стрельба двумя выстрелами. Событие A — попадание в цель первым выстрелом, событие B — попадание вторым выстрелом. Тогда A и B — совместные события, поскольку они могут произойти в процессе одного испытания (двух выстрелов). Если производится один выстрел по цели, то событие A — попадание в цель и событие B — промах — несовместные, так как одновременно попасть в цель и промахнуться при одном выстреле нельзя.

Несколько событий $A, B, C, E,...$ образуют полную группу, если при каждом испытании обязательно наступает хотя бы одно из них. Сумма событий, образующих полную группу, есть событие достоверное $(A+B+C+E+...=D)$. События, образующие полную группу, называются *единственно возможными.* Например, мишень для спортивной стрельбы состоит из «яблока» (10 очков) и девяти концентрических колец, при попадании в которые дается 9, 8, 7,..., 1 очко. В случае одного выстрела по мишени возможно 11 событий: A — попадание в «яблоко», B — попадание в «девятку», C — в «восьмерку»,..., K — промах. Очевидно, что $A+B+C+$ $+...+K=D$, поэтому события $A, B, C,..., K$ образуют полную группу.

Группа событий $A_1, A_2,..., A_i,..., A_n$ называется *группой несовместных* событий, если входящие в группу события попарно несовместны, т. е. если $A_iA_j=N$ (при $i \neq j$), то события A_i при $i=$ $=1, 2,..., n$ образуют группу несовместных событий.

События $A_1, A_2,..., A_i,..., A_n$ образуют *группу совместных* событий, если совместны хотя бы два события из этой группы. Для примера предположим, что производится стрельба тремя выстрелами и события A_1, A_2 и A_3 — попадания первым, вторым и третьим выстрелами соответственно. Тогда события A_1, A_2 и A_3 образуют группу совместных событий. Если события B_1, B_2 и B_3 — попадания одним, двумя и тремя выстрелами соответственно, то они образуют группу несовместных событий, поскольку невозможно, чтобы при трех выстрелах имело место одновременно одно, два и три попадания.

Два несовместных события, образующих полную группу, называются *противоположными.* Событие, противоположное событию A, обозначается обычно $\bar{A}$ (например, если при одном выстреле A — попадание, то промах — $\bar{A}$).

Произведение противоположных событий A и $\bar{A}$ есть событие невозможное $(A\bar{A}=N)$, а их сумма — достоверное событие $(A+\bar{A}=D)$.

1.2. ЧАСТОТА СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

При проведении серии испытаний или опытов случайные события могут произойти или не произойти. При этом одни случайные события происходят чаще, другие реже. Количественной характеристикой появления случайных событий является *частота* (иногда ее называют также *статистической вероятностью* или *частостью*).

Частотой f случайного события A в данной серии испытаний называется отношение числа испытаний $m(A)$, в результате которых появилось событие A, к общему числу испытаний n:

$$f(A) = \frac{m(A)}{n}.$$

Пример. При одинаковых условиях из автомата было произведено по мишени две серии по 30 выстрелов каждая и зарегистрировано 15 попаданий в первом случае и 20 — во втором. Подсчитаем частоты попаданий:

$$f(A_1) = \frac{m(A_1)}{n} = \frac{15}{30} = 0{,}50;$$

$$f(A_2) = \frac{m(A_2)}{n} = \frac{20}{30} = 0{,}67.$$

Случайное событие A в серии из n испытаний может произойти от 0 до n раз, т. е.

$$0 \leqslant m(A) \leqslant n. \qquad (1.2.1)$$

Используя это выражение, можно сформулировать несколько свойств частоты.

Частота случайного события — неотрицательное число, заключенное между нулем и единицей:

$$0 \leqslant f(A) \leqslant 1.$$

Это же можно получить делением неравенства (1.2.1) на число n.

Достоверное событие наступает при каждом испытании, т. е. $m(D) = n$. На этом основывается второе свойство частоты — частота достоверного события равна единице, т. е.

$$f(D) = \frac{m(D)}{n} = \frac{n}{n} = 1.$$

При повторении испытаний невозможное событие ни разу не произойдет, т. е. $m(N) = 0$. Отсюда получим третье свойство частоты — частота невозможного события равна нулю, т. е.

$$f(N) = \frac{m(N)}{n} = \frac{0}{n} = 0.$$

В практической деятельности могут быть также случаи, когда при испытании наступает одновременно несколько событий, которые находятся в каком-либо соотношении друг с другом. Тогда вычисление частот указанных событий проводится в зависимости от поставленной задачи более сложными методами.

Рассмотрим появление двух совместных событий A и B в серии из n испытаний на следующем примере. Производится стрельба из автомата по цели n очередями в 2 выстрела. Определим частоты событий A и B, означающих соответственно попадание в цель первым и вторым выстрелом.

При одном испытании (одна очередь в 2 выстрела) может произойти только одна из следующих четырех комбинаций событий A и B: событие A наступит, B — нет $(A\bar{B})$; событие B наступит, A — нет $(B\bar{A})$; произойдут оба события A и B (AB); не будет ни одного из этих событий $(\bar{A}\bar{B})$.

Обозначим число появлений каждой из указанных комбинаций событий при n испытаниях через $m(A\bar{B})$, $m(B\bar{A})$, $m(AB)$, $m(\bar{A}\bar{B})$. Поскольку рассматриваемые события $A\bar{B}$, $B\bar{A}$, AB, $\bar{A}\bar{B}$ образуют полную группу несовместных событий, можно записать

$$m(A\bar{B}) + m(B\bar{A}) + m(AB) + m(\bar{A}\bar{B}) = n.$$

Число комбинаций, в которых произойдет событие A, составит величину $m(A\bar{B}) + m(AB)$. Поэтому частота события A будет иметь вид

$$f(A) = \frac{m(A)}{n} = \frac{m(A\bar{B}) + m(AB)}{n}.$$

Аналогично частота события B

$$f(B) = \frac{m(B)}{n} = \frac{m(B\bar{A}) + m(AB)}{n},$$

а частота суммы событий A и B

$$f(A+B) = \frac{m(A+B)}{n} = \frac{m(A\bar{B}) + m(B\bar{A}) + m(AB)}{n}.$$

Частота произведения (совместного появления) событий A и B имеет вид

$$f(AB) = \frac{m(AB)}{n}.$$

Частота события A при условии появления события B:

$$f(A/B) = \frac{m(AB)}{m(B)},$$

где $m(B)$ — число появлений события B,

$$m(B) = m(B\bar{A}) + m(AB);$$

$m(AB)$ — число совместных появлений событий A и B, которое является числом появлений события A при наступлении события B.

Частота события B при условии появления события A:

$$f(B/A) = \frac{m(AB)}{m(A)},$$

где

$$m(A) = m(A\bar{B}) + m(AB).$$

Частота одного события, вычисленная при условии наступления другого, называется *условной частотой* и обладает такими же свойствами, как и обычная частота.

Используя изложенное, можно получить четвертое и пятое свойства частот:

— частота произведения (совмещения) двух событий равна произведению частоты одного из этих событий на условную частоту другого,

$$f(AB) = f(A)f(B/A) = f(B)f(A/B); \qquad (1.2.2)$$

— частота суммы двух событий равна сумме частот этих событий без частоты их произведения,

$$f(A + B) = f(A) + f(B) - f(AB). \qquad (1.2.3)$$

Выражения (1.2.2) и (1.2.3) можно вывести из зависимостей для частот, полученных в примере стрельбы из автомата очередями в 2 выстрела.

Пример. Каждая из 10 мишеней обстреливалась из автомата одной очередью в 2 выстрела. В четырех мишенях оказались попадания от первых выстрелов, в двух — от вторых, в одной — от первых и вторых выстрелов, а в трех мишенях пробоин не было. Обозначив через A попадание в мишень первым выстрелом, а через B — вторым, найдем частости произведения и суммы событий A и B.

По приведенным выше формулам находим частоты событий:

$$f(A) = \frac{4+1}{10} = 0{,}5;$$

$$f(B) = \frac{2+1}{10} = 0{,}3$$

и условную частоту события В при наступлении события A

$$f(B/A) = \frac{1}{4+1} = 0{,}2.$$

Частоту произведения события AB, т. е. частоту попадания в мишень одновременно первым и вторым выстрелами, вычислим по формуле (1.2.2)

$$f(AB) = 0{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}1.$$

Частоту суммы событий $f(A+B)$, т. е. частоту попадания в мишень хотя бы одним выстрелом (первым или вторым), найдем по выражению (1.2.3)

$$f(A + B) = 0{,}5 + 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}7.$$

Эти частоты можно определить и непосредственным подсчетом по результатам осмотра мишеней:

$$f(AB) = \frac{1}{10} = 0{,}1;$$

$$f(A + B) = \frac{4 + 2 + 1}{10} = 0{,}7.$$

Однако непосредственный подсчет частостей не всегда возможен.

1.3. ВЕРОЯТНОСТЬ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

Анализируя результаты наблюдений и испытаний, можно заметить, что частота появления какого-либо события даже в одинаковых условиях не остается постоянной, а меняется в различных сериях. Однако для количественного сравнения события по степени их возможности целесообразно с каждым событием связать определенное число, которое будет тем больше, чем больше возможность появления этого события. Такое число называется *вероятностью события* и является численной мерой объективной возможности данного события.

Понятие вероятности события в своей основе связано с практическим понятием частоты, поскольку последняя может рассматриваться как приближенное значение вероятности, найденное по результатам опытных данных, а знание вероятности рассматриваемого события дает возможность оценить частоту его появления в достаточно большой серии испытаний. Вероятность и частоту появления события можно рассматривать как меры случайности события, причем первая выражает эту меру априори (до опыта), т. е. теоретически, а вторая — апостериори в результате проведения испытания, т. е. опытным путем. Знание вероятности появления различных событий позволяет выработать практические рекомендации по выбору оптимального образца вооружения, режима стрельбы, провести теоретическую оценку боевой эффективности образца вооружения и т. д. Подробно об этом будет сказано ниже.

Существуют несколько способов определения вероятности случайных событий: классический, геометрический, статистический и косвенный.

Классический способ основан на понятии равновозможности событий. Несколько событий в данном испытании называются *равновозможными,* если по условиям симметрии ни одно из этих событий не является объективно более возможным, чем другое. Например, равновозможными событиями являются падение монеты на одну из сторон при ее бросании, появление любой из шести цифр при бросании игральной кости и т. д.

Существуют группы событий, обладающих свойствами равновозможности и несовместности и образующих полную группу. Например, появление того или иного шара из урны, содержащей несколько одинаковых по размерам, массе и другим осязаемым признакам шаров различного цвета. События, образующие такую группу, называются *случаями.* Если по комплексу условий испытание обладает симметрией возможных исходов, то случаи представляют собой исчерпывающую систему равновозможных и исключающих друг друга исходов испытаний. Про такое испытание говорят, что оно сводится к схеме случаев или к схеме «урн». Так, испытание с подбрасыванием монеты сводится к схеме урны, содержащей два шара; испытание с бросанием игральной кости — к схеме урны с шестью шарами.

При испытаниях в схеме случаев вероятность P события A вычисляется как отношение числа случаев $n(A)$, благоприятствующих появлению данного события, к общему числу (равновозможных) случаев $n(D)$:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(D)}.$$

Пример 1. В урне находятся 3 белых и 5 черных шаров; из нее наугад вынимается один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.

Решение. Общее число шаров 8. Вероятность появления любого шара одинаковая, поэтому $n(D)=8$. Число случаев, благоприятствующих появлению белого шара (событие A), $n(A)=3$. Искомая вероятность

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(D)} = \frac{3}{8}.$$

Аналогично найдем, что вероятность появления черного шара равна $\frac{5}{8}$.

Этот классический метод определения вероятности широко применяется при исследовании различных технических задач. С его помощью вероятность события можно определить до проведения испытаний. Недостаток его — ограниченность применения, поскольку в исследованиях не всегда имеют дело с равновозможными случаями.

Определение вероятности *геометрическим способом* проводится следующим образом. Пусть требуется определить вероятность появления некоторой случайной точки (событие A) внутри ограниченной области на прямой, плоскости или в пространстве. В этом случае искомую вероятность подсчитаем как отношение раз-

мера $\sigma(A)$ этой ограниченной области к размеру $\sigma(D)$ всей области, в которой может появляться данная точка:

$$P(A) = \frac{\sigma(A)}{\sigma(D)}.$$

Пример 2. Определить вероятность поражения пулей пулемета, установленного в амбразуре полевого сооружения, при попадании в это сооружение. Размер всего сооружения в вертикальной плоскости, перпендикулярной к направлению стрельбы (картинная плоскость), 0,5×1,2 м, а размер амбразуры 0,3×0,7 м. Пулемет считается пораженным, когда пуля попадает в амбразуру (событие A).

Решение. Площадь сооружения $\sigma(D) = 0{,}5 \cdot 1{,}2 = 0{,}6$ м^2, площадь амбразуры $\sigma(A) = 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21$ м^2, поэтому

$$P(A) = \frac{\sigma(A)}{\sigma(D)} = \frac{0{,}21}{0{,}60} = 0{,}35.$$

Полученная вероятность означает, что из каждых 100 попаданий в полевое сооружение в среднем 35 пуль попадут в амбразуру.

Геометрический способ, как и классический, позволяет определять вероятность до опыта. Однако он имеет ограниченное применение, поскольку изучаемое событие не всегда можно интерпретировать геометрически.

Статистический способ определения вероятности основан на факте устойчивости частоты при проведении достаточно большого числа испытаний. Исследования показывают, что если в одинаковых условиях производятся испытания, в каждом из которых число наблюдений достаточно велико, то частота обладает свойством устойчивости. Это свойство заключается в том, что при увеличении числа наблюдений в сериях абсолютные отклонения частот от некоторого постоянного числа уменьшаются и при достаточно большом числе испытаний можно считать, что вероятность события

$$P(A) \approx f(A) = \frac{m(A)}{n},$$

где n — число всех испытаний, проведенных при одинаковых условиях;

$m(A)$ — число появлений события A.

Преимущество статистического способа в том, что он опирается на реальный эксперимент. Его существенный недостаток — для достоверного определения вероятности необходимо проведение большого числа испытаний, что практически не всегда возможно из-за различных материальных и технических трудностей.

Некоторая ограниченность применения рассмотренных способов определения вероятностей приводит к тому, что в подавляющем большинстве случаев, особенно при оценке образцов воору-

жения, ни один из этих способов применить в чистом виде не удается. Это привело к созданию методов, с помощью которых вероятности определяются *косвенным способом.* Данный способ определения вероятности заключается в следующем:

— исходя из задачи исследования, устанавливают событие A, вероятность которого требуется определить;

— проводят анализ комплекса условий испытаний и выявляют события B, C, E,..., от которых зависит появление события A;

— устанавливают связь между событиями A и B, C, E,..., т. е. представляют событие A в виде комбинации других событий;

— определяют указанными выше методами вероятности дополнительных событий $P(B)$, $P(C)$, $P(E)$,...;

— применяя методы теории вероятностей, определяют вероятность события A как функцию известных или заданных вероятностей:

$$P(A) = F[P(B),\ P(C),\ P(E),\ldots].$$

Рассмотренный прием определения вероятности в какой-то степени связан с экспериментом (с определением вероятностей дополнительных событий), но при этом имеется возможность получения необходимого количества статистических данных при минимальных материальных затратах.

1.4. АКСИОМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Поскольку вероятность и частота случайного события связаны между собой и выражают меру случайности, аксиомы теории вероятностей формулируют таким образом, чтобы вероятность события обладала теми же свойствами, что и частота.

I аксиома. Вероятность случайного события $P(A)$ — неотрицательное число, заключенное между нулем и единицей, $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$.

II аксиома. Вероятность достоверного события равна единице, $P(D) = 1$.

III аксиома. Вероятность невозможного события равна нулю, $P(N) = 0$.

В практической деятельности обычно рассматривают не невозможные и достоверные события, а так называемые практически невозможные и практически достоверные события.

Практически невозможным называется такое событие, вероятность которого не равна нулю, но весьма мала. Например, попадание пули в какую-либо конкретную точку на плоскости есть событие возможное. Однако число точек плоскости, в которые при стрельбе может попасть пуля, настолько велико, что вероятность ее попадания в эту точку очень мала.

Практически достоверным называется событие, вероятность которого не равна единице, но весьма близка к ней. Если собы-

тие A в данном испытании практически невозможно, то противоположное ему событие $\bar{A}$, состоящее в невыполнении события A, будет практически достоверным.

Опираясь на эти понятия можно сформулировать так называемый принцип практической уверенности, который заключается в том, что если вероятность некоторого события A при испытании мала (или велика), то можно быть практически уверенным в том, что при однократном или малом числе испытаний событие A не произойдет (или обязательно произойдет при каждом испытании).

Принцип практической уверенности тесно связан с числом испытаний. Например, если вероятность появления задержки при стрельбе из пулемета равна 0,001 (одна задержка на 1000 выстрелов), то, собираясь произвести из него стрельбу несколькими короткими очередями (по 5—7 выстрелов в очереди), можно быть практически уверенным в том, что пулемет будет работать безотказно. Если, однако, производятся испытания этого пулемета большим числом выстрелов (несколько тысяч), то появление одной или нескольких задержек весьма возможно и предполагать что их не будет нельзя. Вопрос о том, какую величину вероятности считать достаточно малой для того, чтобы полагать событие практически невозможным, или достаточно близкой к единице, чтобы считать событие практически достоверным, выходит за пределы математической теории и в каждом конкретном случае должен решаться исходя из важности события. Вероятность поражения цели 0,001 при одном выстреле из стрелкового оружия можно считать достаточно малой, а событие — поражение цели — практически невозможным. Однако, если 0,001 составляет вероятность разрыва ствола оружия при одном выстреле, то она не может считаться малой, разрыв не может полагаться невозможным и необходимо добиваться бóльшей безопасности при стрельбе.

Иногда «нарушение» принципа практической уверенности может быть следствием и других причин.

Допустим, что выпущена лотерея с миллионом билетов и их приобрели миллион человек. В лотерее всего один выигрыш. Вероятность выиграть для каждого владельца билета равна 10^{-6}, т. е. настолько мала, что выигрыш можно, казалось бы, считать практически невозможным. Однако один владелец билета все-таки выигрывает, т. е. событие с чрезвычайно малой вероятностью появляется и поэтому выигрыш для всех владельцев лотерейных билетов нельзя считать практически невозможным.

Выдающийся французский математик Пуассон (1781—1840), известный работами в области теории вероятностей, вычислил, что вероятность появления хотя бы одной женщины (или мужчины) в случайной группе из 10 человек равна 0,999, т. е. очень близка к единице. На основании этого он вступил в пари, утверждая, что в числе первых 10 человек, которые пройдут по улице мимо окна, обязательно будут как мужчины так и женщины. Вдруг раздались звуки военной музыки и по улице прошел военный отряд — несколько десятков мужчин и ни одной женщины.

Эти примеры свидетельствуют о том, что понятия «малой» и «большой» вероятности, позволяющие использовать принцип практической уверенности при решении научно-технических задач, являются понятиями субъективными и при определении их численных критериев необходимо тщательно анализировать условия появления и значимость случайного события.

1.5. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Основные теоремы теории вероятностей — теоремы сложения и умножения вероятностей — используются для определения вероятности косвенным способом. Они могут быть доказаны только для событий, сводящихся к схеме двух случаев, а для других событий они принимаются аксиоматически.

ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий, т. е.

$$P(A + B) = P(A) + P(B). \qquad (1.5.1)$$

Эта теорема применима к любому числу несовместных событий. В этом случае она имеет вид

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).$$

Из теоремы сложения вероятностей вытекают три следствия.

Следствие 1. Если события $A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, A_n$ образуют полную группу несовместных событий, то сумма их вероятностей равна единице:

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1.$$

Следствие 2. Сумма вероятностей противоположных событий равна единице:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1.$$

Следствие 3. Если событие A содержится в событии $B (A \subset B)$, то вероятность события A не может быть больше вероятности события B, т. е.

$$P(A) \leqslant P(B).$$

Отсюда следует, что вероятность произведения нескольких событий не может быть больше вероятности любого из этих событий:

$$P(AB) \leqslant P(A);$$

$$P(AB) \leqslant P(B),$$

так как произведение событий содержится в каждом из них.

Если рассматриваются совместные события, то вероятность их суммы вычисляется по зависимости

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i<j} P(A_iA_j) + \sum_{i<j<k} (A_iA_jA_k) + \ldots + \\ + (-1)^{n-1} P(A_1A_2 \ldots A_n).$$

Рассмотрим несколько примеров на применение теоремы сложения вероятностей и ее следствий.

Пример 1. Производится стрельба одним выстрелом по цели, состоящей из трех отсеков. Вероятности попадания в первый, второй и третий отсеки равны 0,10; 0,15 и 0,20 соответственно. При попадании в один из отсеков поражается вся цель. Определить вероятность того, что цель будет поражена.

Решение. Рассмотрим события: A — цель поражена; A_1, A_2, A_3 — попадания в 1, 2, 3-й отсеки соответственно.

Очевидно, что $A = A_1 + A_2 + A_3$. Поскольку при производстве одного выстрела события A_1, A_2 и A_3 несовместны, то справедлива запись

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 0{,}10 + 0{,}15 + 0{,}20 = 0{,}45.$$

Пример 2. Круговая мишень состоит из трех зон. Вероятность попадания одним выстрелом в первую зону 0,2, во вторую 0,3 и в третью 0,4. Определить вероятность промаха при производстве одного выстрела.

Решение. Рассмотрим события: A — промах; $\overline{A}$ — попадание; $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$, $\overline{A_3}$ — попадания в первую, вторую и третью зоны соответственно.

Можно написать:

$$\overline{A} = \overline{A_1} + \overline{A_2} + \overline{A_3};$$

$$P(\overline{A}) = P(\overline{A_1}) + P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_3}) = 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}9;$$

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1.$$

Пример 3. В урне 20 шаров: 10 белых, 6 красных и 4 зеленых. Найти вероятность появления цветного (красного или зеленого) шара.

Решение. Рассмотрим события: A — появление красного шара, B — появление зеленого шара. События A и B — несовместные, поэтому применяем формулу (1.5.1):

$$P(A) = \frac{6}{20} = 0{,}3; \quad P(B) = \frac{4}{20} = 0{,}2;$$

$$P(A + B) = 0{,}3 + 0{,}2 = 0{,}5.$$

ТЕОРЕМА УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое имело место:

$$P(AB) = P(A)\,P(B/A).$$

Расчет вероятности по этой зависимости несколько сложен, поскольку требуется определение условной вероятности. Однако в частном случае, когда события A_1, A_2,..., A_n независимы, вычислять условные вероятности не требуется. Событие A называется независимым по отношению к событию B, если вероятность события A не изменяется от того, наступает событие B или нет.

Если $P(A)=P(A/B)$, то события A и B являются независимыми и наоборот, если $P(A)\neq P(A/B)$, то события A и B являются зависимыми. Данные условия имеют смысл в том случае, если $P(B)\neq 0$. Если $P(B)=0$, то любое событие A считается независимым по отношению к событию B. Несовместные события всегда зависимы. Если же событие B содержит в себе другое событие A, то первое событие (B) всегда зависит от второго (A).

Понятие независимости событий может быть распространено на случай произвольного числа их. Несколько событий A_1, A_2,..., A_n образуют группу независимых событий, если совместное наступление любой комбинации этих событий не изменяет вероятность совместного наступления любой комбинации остальных событий.

Из данной теоремы вытекают два следствия.

Следствие 1. Если событие A не зависит от события B, то и событие B не зависит от события A. Поэтому, если

$$P(A) = P(A/B), \quad \text{то} \quad P(B) = P(B/A).$$

Свойство независимости случайных событий взаимно, также взаимно и свойство зависимости случайных событий.

Следствие 2. Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(AB) = P(A)\,P(B).$$

Это следствие вытекает из определения независимых событий. Данное равенство справедливо также и в том случае, если $P(A)=0$, так как в этом случае и $P(AB)=0$, поскольку $AB<A$.

Теорема умножения вероятностей может быть обобщена на случай произвольного числа событий. В общем виде эта теорема формулируется так: вероятность произведения нескольких событий равна произведению вероятностей этих событий, причем вероятность каждого последующего события вычисляется при

условии (условная вероятность), что все предыдущие имели место:

$$P(A_1A_2\ldots A_n) = P(A_1)\,P(A_2/A_1)\,P(A_3/A_1A_2)\ldots P(A_n/A_1A_2\ldots A_{n-1}).$$

В случае независимых событий теорема умножения принимает более простой вид:

$$P(A_1A_2\ldots A_n) = P(A_1)\,P(A_2)\ldots P(A_n),$$

т. е. вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

Понятие условной вероятности часто встречается при рассмотрении различных вопросов стрельбы. Например, говорят об условной вероятности поражения сложной технической цели при попадании в нее некоторого числа пуль. Эта вероятность зависит от числа попаданий, и чем оно больше, тем выше условная вероятность поражения.

Рассмотрим примеры на применение теоремы умножения вероятностей.

Пример 4. В урне 2 белых и 4 черных шара, вынимаются подряд два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белые.

Решение. Событие A — появление двух белых шаров — представляет собой произведение двух событий:

$$A = A_1A_2,$$

где A_1, A_2 — появления белого шара при первом и втором вынимании соответственно.

Очевидно, что $P(A_1) = \frac{2}{2+4} = \frac{1}{3}$. После вынимания первого белого шара в урне остается 1 белый и 4 черных шара, поэтому

$$P = (A_2/A_1) = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}.$$

Искомую вероятность найдем по формуле

$$P(A) = P(A_1)\,P(A_2/A_1) = \frac{1}{3}\,\frac{1}{5} = 0{,}07.$$

Пример 5. Из урны с 2 белыми и 4 черными шарами последовательно вынимаются два шара, цвет первого шара отмечается и он возвращается в урну. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.

Решение. В данном случае событие A_2 не зависит от события A_1 т. е. от того, вынут белый или черный шар при первом вынимании, поэтому

$$P(A_1) = P(A_2) = \frac{1}{3} \quad \text{и} \quad P(A) = P(A_1)\,P(A_2) = \frac{1}{3}\,\frac{1}{3} = 0{,}11.$$

Пример 6. Из пулемета ведется огонь по расчету пулемета противника, состоящего из наводчика и заряжающего. Пулемет считается выведенным из строя, если поражены оба номера расчета. Вероятность попадания в наводчика (событие A) равна 0,15, в заряжающего (событие B) — 0,10. Найти вероятность вывода пулемета из строя (событие C).

Решение. События A и B независимы, поэтому искомая вероятность

$$P(C) = P(A)P(B) = 0{,}15 \cdot 0{,}10 = 0{,}015.$$

На практике сравнительно редко встречаются задачи, для решения которых нужно использовать только теорему сложения или умножения. Обычно эти теоремы применяются совместно.

Пример 7. Производится независимая стрельба из трех пулеметов по мишени. Вероятности попадания в мишень из первого, второго и третьего пулеметов равны 0,6; 0,5 и 0,4 соответственно. Определить вероятность попадания в мишень при стрельбе из всех трех пулеметов.

Решение. Рассмотрим события: A — попадание в мишень при стрельбе из трех пулеметов; A_1, A_2, A_3 — попадания в мишень при стрельбе из первого, второго и третьего пулеметов соответственно. Поскольку события A_1, A_2, A_3 независимы, на основе теоремы сложения вероятностей имеем

$$P(A) = P(A_1 + A_2 + A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1A_2) -$$
$$- P(A_1A_3) - P(A_2A_3) + P(A_1A_2A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) -$$
$$- P(A_1)P(A_2) - P(A_1)P(A_3) - P(A_2)P(A_2) + P(A_1)P(A_2)P(A_3) =$$
$$= 0{,}6 + 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}6 \cdot 0{,}5 - 0{,}6 \cdot 0{,}4 - 0{,}5 \cdot 0{,}4 + 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}88.$$

Эту же задачу можно решить, используя следствие 2 теоремы сложения вероятностей для противоположных событий:

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - P(\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3) = 1 - P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)P(\overline{A}_3) =$$
$$= 1 - 0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}6 = 0{,}88,$$

где $P(\overline{A})$ — вероятность промаха при стрельбе из всех трех пулеметов.

Пример 8. В урне находятся n белых и m черных шаров. Вынимаются сразу два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут разных цветов (событие A).

Решение. Событие A может быть в двух вариантах: белый и черный шары (событие A_1); черный и белый шары (событие A_2). По теореме умножения вероятность появления события A_1 (аналогично решению примера 4)

$$P(A_1) = \frac{n}{n+m} \cdot \frac{m}{n+m-1},$$

а события A_2

$$P(A_2) = \frac{m}{n+m} \cdot \frac{n}{n+m-1}.$$

По теореме сложения вероятность события A — появление шаров разных цветов имеет вид

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{2nm}{(n+m)(n+m-1)}.$$

Пример 9. Производится стрельба из крупнокалиберного пулемета очередью из 4 выстрела по бронеавтомобилю. Вероятности попадания первым, вторым, третьим и четвертым выстрелами составляют соответственно $P_1=0{,}4$; $P_2=0{,}3$; $P_3=0{,}2$ и $P_4=0{,}1$. Бронеавтомобиль считается пораженным, если в него попало не менее двух пуль. Найти вероятность поражения бронеавтомобиля, считая выстрелы независимыми.

Решение 1. Обозначим события: A_1, A_2, A_3 A_4 — попадания первым, вторым, третьим и четвертым выстрелами соответственно; B_2, B_3, B_4 — попадания двумя, тремя и четырьмя выстрелами соответственно; B — поражение бронеавтомобиля.

Очевидно, что событие B является суммой трех событий:

$$B = B_2 + B_3 + B_4.$$

Событие B_2 имеет место при двух попаданиях и двух промахах, чему отвечает комбинация

$$B_2 = A_1A_2\overline{A_3}\,\overline{A_4} + A_1\overline{A_2}A_3\overline{A_4} + A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}A_4 + \overline{A_1}A_2A_3\overline{A_4} + \overline{A_1}A_2\overline{A_3}A_4 + \overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3A_4.$$

Для двух других событий найдем:

$$B_3 = A_1A_2A_3\overline{A_4} + A_1A_2\overline{A_3}A_4 + A_1\overline{A_2}A_3A_4 + \overline{A_1}A_2A_3A_4;$$

$$B_4 = A_1A_2A_3A_4.$$

Поэтому справедливы выражения:

$$P(B_2) = P_1P_2(1 - P_3)(1 - P_4) + P_1P_3(1 - P_2)(1 - P_4) + P_1P_4(1 - P_2)(1 - P_3) + P_2P_3(1 - P_1)(1 - P_4) + P_2P_4(1 - P_1)(1 - P_3) + P_3P_4(1 - P_1)(1 - P_2);$$

$$P(B_3) = P_1P_2P_3(1 - P_4) + P_1P_2P_4(1 - P_3) + P_1P_3P_4(1 - P_2) + P_2P_3P_4(1 - P_1);$$

$$P(B_4) = P_1P_2P_3P_4.$$

Произведя вычисления, получим:

$$P(B_2) = 0{,}2144; \quad P(B_3) = 0{,}0404; \quad P(B_4) = 0{,}0024.$$

Искомая вероятность поражения имеет величину

$$P(B) = P(B_2) + P(B_3) + P(B_4) = 0{,}2572.$$

Решение 2. Обозначим события: B_0 — промах всеми четырьмя выстрелами; B_1 — попадание одним выстрелом. Очевидно, что событие $\overline{B}$ — непоражение бронеавтомобиля — является суммой двух событий:

$$\overline{B} = B_0 + B_1,$$

а искомая вероятность события B имеет вид

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}),$$

так как события B и $\overline{B}$ — противоположные.

Как и в решении I, можем записать:

$$B_0 = \overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3\overline{A}_4;$$

$$B_1 = A_1\overline{A}_2\overline{A}_3\overline{A}_4 + \overline{A}_1A_2\overline{A}_3\overline{A}_4 + \overline{A}_1\overline{A}_2A_3\overline{A}_4 + \overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3A_4;$$

$$P(B_0) = (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3)(1 - P_4);$$

$$P(B_1) = P_1(1 - P_2)(1 - P_3)(1 - P_4) + P_2(1 - P_1)(1 - P_3)(1 - P_4) +$$
$$+ P_3(1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_4) + P_4(1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3).$$

Проведя вычисления, получим:

$$P(B_0) = 0{,}3024; \quad P(B_1) = 0{,}4404; \quad P(\overline{B}) = 0{,}7428;$$

$$P(B) = 1 - 0{,}7428 = 0{,}2572.$$

ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

Эта формула является следствием основных теорем сложения и умножения вероятностей.

Рассмотрим следующую задачу. Пусть требуется определить вероятность некоторого события A, которое может произойти или не произойти с одним из ряда несовместных событий H_1, H_2,..., H_n, составляющих полную группу. Эти события обычно называют гипотезами. Сумма вероятностей этих гипотез равна единице,

$$\sum_{i=1}^{n} P(H_i) = 1.$$

Известны условные вероятности наступления события A при наступлении каждой из указанных гипотез, т. е. $P(A/H_1)$; $P(A/H_2)$;...; $P(A/H_n)$. Требуется найти вероятность события A. Поскольку гипотезы H_1, H_2,..., H_n составляют полную группу, событие А может появиться только в комбинации с какой-либо из этих гипотез:

$$A = AD = A(H_1 + H_2 + \ldots + H_n) = H_1A + H_2A + \ldots +$$
$$+ H_nA = \sum_{i=1}^{n} (AH_i).$$

Так как гипотезы H_1, H_2,..., H_n несовместны, то и комбинации H_1A, H_2A,..., H_nA также несовместны. Используя теорему сложения вероятностей, имеем

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(AH_i).$$

Применяя к событию AH_i теорему умножения, получаем вероятность события A

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P(A/H_i). \qquad (1.5.2)$$

Это уравнение носит название формулы полной вероятности: полная вероятность события равна сумме парных произведений вероятностей каждой из гипотез на отвечающие им условные вероятности наступления этого события.

Для отличия от условной вероятности полную вероятность иногда еще называют безусловной.

Пример 10. По танку производится стрельба из пушки тремя одиночными выстрелами. Вероятность попадания первым, вторым и третьим выстрелом соответственно равна 0,4; 0,5 и 0,7. Для полного поражения танка необходимы три попадания; при одном попадании условная вероятность поражения равна 0,2, при двух попаданиях — 0,6. Определить вероятность того, что в результате трех выстрелов произойдет поражение танка.

Решение. Рассмотрим возможные гипотезы: H_0 — в танк не попало ни одного снаряда; H_1, H_2, H_3 — в танк попали один, два и три снаряда соответственно. Применяя теоремы сложения и умножения вероятностей, найдем вероятности этих гипотез:

$$P(H_0) = P(\overline{H}_1\overline{H}_2\overline{H}_3) = 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}09;$$

$$P(H_1) = P(H_1\overline{H}_2\overline{H}_3) + P(\overline{H}_1H_2\overline{H}_3) + P(\overline{H}_1\overline{H}_2H_3) =$$
$$= 0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}36;$$

$$P(H_2) = P(H_1H_2\overline{H}_3) + P(H_1\overline{H}_2H_3) + P(\overline{H}_1H_2H_3) =$$
$$= 0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 + 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}41;$$

$$P(H_3) = P(H_1H_2H_3) = 0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}14.$$

Условные вероятности события A (поражение танка) при данных гипотезах имеют значения:

$$P(A/H_0) = 0; \quad P(A/H_1) = 0{,}2; \quad P(A/H_2) = 0{,}6; \quad P(A/H_3) = 1{,}0.$$

Применяя формулу полной вероятности, найдем

$$P(A) = P(H_0)P(A/H_0) + P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A\,H_2) +$$
$$+ P(H_3)P(A/H_3) = 0{,}09 \cdot 0 + 0{,}36 \cdot 0{,}2 + 0{,}41 \cdot 0{,}6 + 0{,}14 \cdot 1{,}0 =$$

$$= 0{,}458 \approx 0{,}46.$$

Это означает, что из 100 стрельб в 3 выстрела по танку в 46 стрельбах будем иметь поражение танка.

ТЕОРЕМА ГИПОТЕЗ (ФОРМУЛА БЕЙЕСА)

Теорема гипотез или формула Бейеса является следствием теоремы умножения вероятностей и формулы полной вероятности. Рассмотрим ее на примере решения следующей задачи.

Пусть имеется полная группа несовместных гипотез H_1, H_2,..., H_n. Вероятности этих гипотез до опыта известны и равны соответственно $P(H_1)$, $P(H_2)$,..., $P(H_n)$. Произведено испытание, в результате которого произошло появление некоторого события A. Требуется определить какие вероятности имеют гипотезы теперь с учетом того, что известен результат испытания. Иначе, какова вероятность гипотез H_i при условии наступления события A, т. е. $P(H_i/A)$, где $i = 1, 2, 3, \ldots, n$.

На основании теоремы умножения вероятностей имеем

$$P(AH_i) = P(A)P(H_i/A) = P(H_i)P(A/H_i).$$

Решая это уравнение относительно $P(H_i/A)$ и полагая, что $P(A) \neq 0$ (так как событие A произошло), найдем, что

$$P(H_i/A) = \frac{P(H_i)P(A/H_i)}{P(A)}.$$

Применяя формулу полной вероятности (1.5.2), получим

$$P(H_i/A) = \frac{P(H_i)P(A/H_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A/H_i)}. \qquad (1.5.3)$$

Эта зависимость носит название формулы Бейеса или теоремы гипотез. Она формулируется так: вероятность гипотезы после испытания равна произведению вероятности гипотезы до испытания на соответствующую ей условную вероятность события, которое произошло при испытании, деленному на полную вероятность этого события.

Пример 11. Два стрелка производят независимо друг от друга по одному выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания при выстреле первого стрелка $P_1=0{,}8$, второго $P_2=0{,}4$. При осмотре мишени после стрельбы было зафиксировано одно попадание. Каковы вероятности поражения мишени первым и вторым стрелками?

Решение. Рассмотрим возможные гипотезы перед началом стрельбы: H_1 — оба стрелка промахнулись; H_2 — оба стрелка попали в мишень; H_3 — первый стрелок попал, второй — нет; H_4 — второй стрелок попал, первый — нет.

Вычислим вероятности этих гипотез:

$$P(H_1) = (1 - P_1)(1 - P_2) = 0{,}2 \cdot 0{,}6 = 0{,}12;$$

$$P(H_2) = P_1 P_2 = 0{,}8 \cdot 0{,}4 = 0{,}32;$$

$$P(H_3) = P_1(1 - P_2) = 0{,}8 \cdot 0{,}6 = 0{,}48;$$

$$P(H_4) = P_2(1 - P_1) = 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08.$$

Условные вероятности зафиксированного одного попадания (событие A) при данных гипотезах имеют значения:

$$P(A/H_1) = 0; \quad P(A/H_2) = 0; \quad P(A/H_3) = 1; \quad P(A/H_4) = 1,$$

так как при гипотезах H_1 и H_2 не может быть одного попадания, а при гипотезах H_3 и H_4 оно достоверно. Вероятности гипотез H_3 и H_4 при условии, что событие A произошло (зафиксировано одно попадание), подсчитываем по формуле (1.5.3):

$$P(H_3/A) = \frac{P(H_3)P(A/H_3)}{P(H_3)P(A/H_3) + P(H_4)P(A/H_4)} = \frac{0{,}48 \cdot 1}{0{,}48 \cdot 1 + 0{,}08 \cdot 1} = 0{,}86;$$

$$P(H_4/A) = \frac{P(H_4)P(A/H_4)}{P(H_3)P(A/H_3) + P(H_4)P(A/H_4)} = \frac{0{,}08 \cdot 1}{0{,}48 \cdot 1 + 0{,}08 \cdot 1} = 0{,}14.$$

Вероятность того, что мишень поразил первый стрелок в шесть раз больше вероятности поражения мишени вторым стрелком.

Пример 12. При условиях примера 10 поражен танк. Чему равны вероятности попадания в него одного, двух и трех снарядов?

Решение. Применяя формулу Бейеса к вычисленным в примере 10 вероятностям, получим:

$$P(H_1/A) = \frac{0{,}36 \cdot 0{,}2}{0{,}458} = 0{,}16;$$

$$P(H_2/A) = \frac{0{,}41 \cdot 0{,}6}{0{,}458} = 0{,}54;$$

$$P(H_3/A) = \frac{0{,}14 \cdot 1{,}0}{0{,}458} = 0{,}30.$$

Как видно, наиболее вероятно поражение танка двумя снарядами.

Формула Бейеса позволяет пересмотреть вероятности гипотез с учетом уже полученного результата испытания.

1.6. ПОВТОРЕНИЕ ИСПЫТАНИЙ

В практической деятельности часто приходится исследовать задачи, в которых одно и то же испытание или аналогичные испытания повторяются много раз. При каждом испытании может произойти или не произойти некоторое событие A, но требуется знать не результат каждого отдельного испытания, а общее число появлений событий A в серии испытаний. Например, если производится стрельба из автомата очередью в несколько выстрелов по одной и той же мишени, то в некоторых случаях требуется определить не частоту попадания каждым выстрелом в очереди, а общую частоту попаданий. В подобных задачах необходимо определять вероятность любого заданного числа появлений события в результате серии испытаний. Такие задачи решаются просто, когда испытания являются независимыми.

Несколько испытаний называются независимыми, если вероятность исхода каждого из них не зависит от исходов других испытаний. Например, стрельба из пулемета по мишени несколькими очередями составляет независимые испытания в том случае, если прицеливание производится заново перед каждой очередью и стрельба не корректируется. Если рассматривать одну очередь, то выстрелы в ней могут представлять собой зависимые испытания.

Независимые испытания могут проходить в одинаковых или в различных условиях. В первом случае вероятность рассматриваемого события А во всех испытаниях будет одинаковой, а во втором случае она изменяется от испытания к испытанию. К первому случаю относится частная теорема, а ко второму — общая теорема о повторении опытов.

Частная теорема о повторении опытов формулируется так: если производится n независимых опытов, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью p, то вероятность того, что событие A появится m раз выражается зависимостью

$$P_{m,n} = C^m{}_n p^m q^{n-m}, \qquad (1.6.1)$$

где $C^m{}_n$ — число сочетаний из n элементов по m,

$$C^m{}_n = \frac{n!}{m!\,(n-m)!};$$

$q = 1 - p$ — вероятность непоявления события A.

Приведенная зависимость показывает, как распределяются вероятности между возможными значениями некоторой случайной величины — числа появления события A при n опытах. Вероятности $P_{m,n}$ по форме представляют собой члены разложения бинома $(q+p)^n$ и поэтому это распределение вероятностей называют биномиальным.

Рассмотрим пример на применение частной теоремы о повторении опытов.

Пример 1. Производятся пять независимых выстрелов по мишени. Вероятность попадания каждым выстрелом равна 0,5. Определить вероятности P_0, P_1, P_2, P_3, P_4 и P_5 попаданий в мишень.

Решение. По условию $n=5$ и $p=0{,}5$. Подставляя в формулу (1.6.1) эти значения, а также $m=0$, 1, 2, 3, 4 и 5, получим:

$$P_0 = C_5^0 p^0 (1-p)^5 = \frac{5!}{0!\,5!} 0{,}5^0 (1-0{,}5)^5 = \frac{1}{32};$$

$$P_1 = C_5^1 p^1 (1-p)^4 = \frac{5!}{1!\,4!} 0{,}5^1 (1-0{,}5)^4 = \frac{5}{32};$$

$$P_2 = C_5^2 p^2 (1-p)^3 = \frac{5!}{2!\,3!} 0{,}5^2 (1-0{,}5)^3 = \frac{10}{32};$$

$$P_3 = C_5^3 p^3 (1-p)^2 = \frac{5!}{3!\,2!} 0{,}5^3 (1-0{,}5)^2 = \frac{10}{32};$$

$$P_4 = C_5^4 p^4 (1-p)^1 = \frac{5!}{4!\,1!} 0{,}5^4 (1-0{,}5)^1 = \frac{5}{32};$$

$$P_5 = C_5^5 p^5 (1-p)^0 = \frac{5!}{5!\,0!} 0{,}5^5 (1-0{,}5)^0 = \frac{1}{32}.$$

Для проверки правильности вычислений можно использовать следующее условие:

$$\sum_{m=0}^{5} P_m = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = 1.$$

Как видно, наиболее часто в мишень будут попадать два или три выстрела.

Следует заметить, что для биномиального распределения наиболее вероятным является значение $\bar{m}=np$ или, если np число дробное, наиболее близкое к нему целое число. Это видно и по рассмотренному примеру, в котором $\bar{m}=5\cdot 0{,}5=2{,}5$. Поэтому наиболее вероятны $m=2$ и $m=3$.

Общая теорема о повторении опытов дает возможность определить вероятность заданного числа появлений рассматриваемого события, когда испытания проводятся в неодинаковых условиях и вероятность события изменяется от испытания к испытанию. Например, в случае стрельбы из автомата очередью вероятность попадания неодинакова для разных выстрелов одной очереди; в случае корректировки одиночного огня вероятность также изменяется от выстрела к выстрелу.

Общая теорема о повторении опытов формулируется так: вероятность того, что событие A в n независимых опытах появится m раз равна численному коэффициенту при z^m в выражении функции

$$\varphi_n(z) = \prod_{i=1}^{n} (q_i + p_i z), \tag{1.6.2}$$

где p_i — вероятность появления события A в i-м опыте ($i = 1, 2, \ldots, n$);

$$q_i = 1 - p_i.$$

Функция $\varphi_n(z)$, в результате разложения которой по степеням параметра z получают вероятности $P_{m,n}$, называется производящей функцией вероятностей $P_{m,n}$ или просто производящей функцией.

Формулировка общей теоремы о повторении опытов не приводит выражения для вероятности $P_{m,n}$. Однако и без него можно эту теорему записать в виде

$$\prod_{i=1}^{n} (q_i + p_i z) = \sum_{m=0}^{n} P_{m,n} z^m.$$

Левая и правая части данного равенства представляют собой одну и ту же производящую функцию. Но слева она написана в виде произведения одночленов, а справа — в виде многочлена. Раскрывая скобки в левой части и сделав приведение подобных членов, получим значения вероятностей $P_{0,n}$, $P_{1,n}, \ldots, P_{n,n}$, как коэффициентов соответственно при нулевой, первой и остальных степенях величины z.

Частная теорема о повторении испытаний является частным случаем общей теоремы. В этом можно убедиться, если в формуле производящей функции (1.6.2) принять величины q_i и p_i постоянными, независящими от номера опыта i. В этом случае

$$\varphi_n(z) = (q + pz)^n$$

и численный коэффициент при z^m равен вероятности $P_{m,n}$ по формуле (1.6.1).

Следует помнить, что как в частном, так и в общем случаях сумма всех вероятностей $P_{m,n}$ равна единице $\left(\sum_{m=0}^{n} P_{m,n} = 1 \right)$, так как составляет полную группу испытаний.

В практике часто приходится, кроме вероятности $P_{m,n}$ ровно m появлений события A, рассматривать вероятность не менее m появлений события A, как это имело место, например, в примере 9 предыдущего параграфа. Обозначим через C_m событие, состоящее в том, что событие A появится не менее m раз, а через $R_{m,n}$ — вероятность события C_m, при этом пусть

$$C_m = B_m + B_{m+1} + \ldots + B_n.$$

Используя теорему сложения, найдем, что

$$R_{m,n} = P_{m,n} + P_{m+1,n} + \ldots + P_{n,n}$$

или

$$R_{m,n} = \sum_{i=m}^{n} P_{i,n}. \tag{1.6.3}$$

При вычислении величины $R_{m,n}$ иногда удобнее переходить к противоположному событию и пользоваться формулой

$$R_{m,n} = 1 - \sum_{i=0}^{m-1} P_{i,n}. \tag{1.6.4}$$

Если $n-m+1<m$, то целесообразно использовать выражение (1.6.3), если $m<n-m+1$, то удобнее применять формулу (1.6.4).

Пример 2. Решим задачу, приведенную в примере 9 предыдущего параграфа, с помощью производящей функции.

Решение. Так как $p_1=0{,}4$; $p_2=0{,}3$; $p_3=0{,}2$ и $p_4=0{,}1$, то можно записать

$$\varphi_4(z) = \prod_{i=1}^{4} (q_i + p_i z) = (0{,}6 + 0{,}4z)(0{,}7 + 0{,}3z)(0{,}8+0{,}2z)(0{,}9+0{,}1z) =$$

$$= 0{,}3024 + 0{,}4404z + 0{,}2144z^2 + 0{,}0404z^3 + 0{,}0024z^4,$$

откуда получим:

$$P_{0,4} = 0{,}3024; \quad P_{1,4} = 0{,}4404; \quad P_{2,4} = 0{,}2144;$$

$$P_{3,4} = 0{,}0404; \quad P_{4,4} = 0{,}0024.$$

Так как $m<n-m+1$ ($m=2$, $n=4$), то применяем формулу (1.6.4):

$$R_{2,4} = 1 - \sum_{i=0}^{1} P_{2,4} = 1 - (P_{0,4} + P_{1,4}) = 0{,}2572.$$

Как видно, данное решение проще, чем решение, приведенное в примере 9

При решении практических задач бывает достаточно, чтобы событие появилось хотя бы один раз. Наиболее часто это встречается при исследованиях эффективности стрельбы очередью или группой выстрелов по одиночным целям, для поражения которых достаточно одного попадания. Например, при стрельбе из стрелкового оружия по живой цели для вывода ее из строя достаточно одного попадания пули; при обстреле легких полевых укрытий из артиллерийских орудий достаточно одного попадания снаряда в укрытие, чтобы поразить его личный состав и т. д.

Обозначим через A_i наступление события A в i-м испытании ($i=1, 2,..., n$) и через H_1 — наступление события A хотя бы один раз, т. е. наступление хотя бы одного из событий $A_1, A_2,..., A_n$. Тогда событие H_1 является суммой событий A_i, т. е.

$$H_1 = A_1 + A_2 + \ldots + A_n,$$

и, следовательно,

$$P(H_1) = P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n). \qquad (1.6.5)$$

Вычисление вероятности $P(H_1)$ может быть произведено по общим правилам сложения вероятностей. Однако такой расчет бывает громоздким. Его можно упростить, если вместо появления события H_1, рассматривать противоположное ему событие $\overline{H}_1$, состоящее в том, что событие A в n испытаниях ни разу не появится. Это можно записать в виде

$$\overline{H}_1 = \overline{A}_1 \overline{A}_2 \ldots \overline{A}_n.$$

Очевидно, что

$$P(H_1) = 1 - P(\overline{H}_1) = 1 - \overline{P}(\overline{A}_1 \overline{A}_2 \ldots \overline{A}_n).$$

Это выражение более удобно для вычислений, чем зависимость (1.6.5).

Если испытания независимы и вероятность наступления испытания A_i равна P_i, то, обозначив $P(H_1) = R_1$, на основании теоремы умножения вероятностей имеем

$$R_1 = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - P_i) = 1 - (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3) \ldots (1 - P_n). \qquad (1.6.6)$$

Если испытания независимы и проводятся в одинаковых условиях, т. е. вероятность появления события A, постоянна ($P_1 = P_2 = \ldots = P_i$), то

$$R_1 = 1 - (1 - P)^n, \qquad (1.6.7)$$

Указанные формулы широко используются при решении целого ряда практических задач, позволяя вычислить вероятность хотя бы одного появления события.

Пример 3. Производится стрельба из автомата очередью в 4 выстрела, которые можно считать независимыми. Вероятность попадания в мишень первым выстрелом $P_1=0{,}25$, вторым $P_2=0{,}10$, третьим $P_3=0{,}07$ и четвертым $P_4=0{,}04$. Найти вероятность хотя бы одного попадания в мишень.

Решение. Применяем формулу (1.6.6.):

$$R_1 = 1 - (1 - 0{,}25)(1 - 0{,}10)(1 - 0{,}07)(1 - 0{,}04) = 1 - 0{,}60 = 0{,}40.$$

Пример 4. При стрельбе из пулемета вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,2. Выстрелы независимы. Определить вероятность хотя бы одного попадания при 10 выстрелах.

Решение. Применяем формулу (1.6.7):

$$R_1 = 1 - (1 - 0{,}2)^{10} = 0{,}89.$$

1.7. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Помимо случайных событий, в науке и технике часто приходится встречаться со случайными величинами. Случайной называется величина, которая в результате испытания может принять какое-либо заранее неизвестное значение, изменяющееся от испытания к испытанию случайным образом.

Случайные величины обозначаются обычно прописными буквами латинского алфавита X, Y,..., а их возможные значения соответствующими строчными буквами x, y,...

Примеры случайных величин:

1. Число попаданий X (случайная величина) при стрельбе очередью в три выстрела может иметь значения $x_1=0$; $x_2=1$; $x_3=2$; $x_4=3$.

2. Число пораженных элементов мишени X при стрельбе может принять значения $x_1=0$; $x_2=1$; $x_3=2$;...; $x_n=k$, где k — общее число элементов мишени.

3. Количество осколков массой не менее 0,5 г, образующихся при разрыве гранаты.

4. Количество выстрелов в мишень до первого попадания и т. д.

В этих примерах возможные значения случайных величин расположены в изолированных точках числовой оси. При этом число возможных значений величин либо конечно (примеры 1—3), либо бесконечно, но счетно (пример 4). Такие случайные величины называются *дискретными* (прерывными). Существуют также *непрерывные* случайные величины, возможные значения которых непрерывно заполняют некоторые интервалы числовой оси. Например, отклонение по дальности точки попадания снаряда от цели при выстреле, диаметр пули, который изменяется в пределах допуска, и др. Однако для всех самых разнообразных случайных величин характерна одна особенность — эти переменные величины

в зависимости от случайного результата испытания могут принимать различное значение.

Рассмотрим дискретную случайную величину X, возможные значения которой x_1, x_2,..., x_n известны по результатам испытаний. Знание возможных значений еще не позволяет полностью описать случайную величину. Неясно также, как часто следует ожидать появления возможных значений этой величины в результате повторения испытаний в одних и тех же условиях. Для решения этих вопросов необходимо знать так называемый закон распределения случайной величины.

1.8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

В результате испытания случайная величина X примет какое-либо одно из возможных значений, т. е. произойдет какое-то одно из следующих событий: $X=x_1$, $X=x_2$,..., $X=x_n$. Все эти события являются несовместными, так как в результате испытания случайная величина X может принять только одно значение. Обозначим вероятности их появления через $P(X=x_1)=P_1$, $P(X=x_2)=P_2$,..., $P(X=x_n)=P_n$. Поскольку эти события образуют полную группу несовместных событий, сумма вероятностей всех возможных ее значений $\sum_{i=1}^{n} P(X=x_i)=1$. Эта суммарная вероятность как-то распределена между отдельными значениями. Случайная величина будет полностью описана, если будет задано это распределение, т. е. будет известно, какой вероятностью обладает каждое из рассматриваемых событий.

Всякое соотношение, позволяющее определить вероятность появления случайной величины в зависимости от ее значения, называется *законом распределения случайной величины.* Формы представления этого закона могут быть различными, но простейшей формой является так называемый ряд распределения случайной величины, в котором указаны значения случайной величины и соответствующие им вероятности:

x_i	x_1	x_2	x_3	. . .	x_n
$P(X=x_i)$	P_1	P_2	P_3	. . .	P_n

Для наглядности ряд можно представить в виде многоугольника или полигона (рис. 1). Соединение вершин ординат прямыми яв-

ляется условным, поскольку в промежутках x_1—x_2, x_2—x_3,... случайная величина не может иметь каких-либо значений и, следовательно, вероятность ее появления там равна нулю.

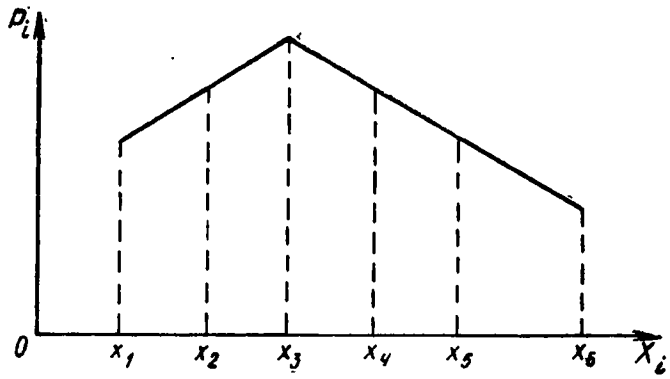


Рис. 1. Многоугольник (полигон) распределения случайной величины

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Рассмотренный ряд распределения является исчерпывающей характеристикой (законом распределения) дискретной случайной величины. Для непрерывной случайной величины такую характеристику построить невозможно, поскольку бесконечное множество ее значений нельзя уместить в какой-либо таблице. Очевидно, необходимо иметь такую характеристику распределения вероятности, которая была бы применима для самых разнообразных случайных величин, т. е. явилась бы универсальной формой закона распределения случайной величины. Этим требованиям удовлетворяет так называемая *функция распределения случайной величины.*

Пусть имеется непрерывная случайная величина X. Выберем на числовой оси точку с координатой x и рассмотрим вероятность события $X<x$. Эта вероятность является функцией x:

$$P(X<x)=F(x).$$

Таким образом, функцией распределения случайной величины X называется функция аргумента x, равная вероятности того, что случайная величина примет любое значение, меньшее x. Функцию $F(x)$ иногда называют интегральной функцией распределения или интегральным законом распределения случайной величины. Она определяет распределение вероятности между отдельными участками интервала возможных значений любой случайной величины (как прерывной, так и непрерывной) и полностью характеризует ее с вероятностной точки зрения, т. е. является одной из форм

закона распределения. Вот некоторые общие свойства функции распределения:

— она является неубывающей функцией своего аргумента, т. е. при $x_2 > x_1$ $F(x_2) \geqslant F(x_1)$;

— она равна нулю при минус бесконечности и единице при плюс бесконечности, $F(-\infty) = 0$ и $F(+\infty) = 1$;

— ее значения заключены между нулем и единицей, $0 \leqslant F(x) \leqslant 1$.

Пример 1. По мишени производится стрельба из автомата двумя независимыми выстрелами. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0,3, при втором — 0,4. Составить ряд и функцию распределения для случайного числа попаданий в цель.

Решение. Рассмотрим возможные значения случайной величины X — числа попаданий в мишень: $x_1 = 0$ (нуль попаданий), $x_2 = 1$ (одно попадание) и $x_3 = 2$ (два попадания). Обозначим попадания в мишень при первом выстреле как событие A_1, при втором — как событие A_2. По условию задачи $P(A_1) = 0{,}3$ и $P(A_2) = 0{,}4$.

Событие $X = x_1$ состоит в том, что при первом и втором выстрелах будут промахи, поэтому

$$P(X = x_1) = P(X = 0) = P(\overline{A}_1 \overline{A}_2) = P(\overline{A}_1) P(\overline{A}_2) = 0{,}7 \cdot 0{,}6 = 0{,}42.$$

Для события $X = x_2$, состоящего в том, что при первом выстреле будет попадание, а при втором — промах, или при первом промах, при втором — попадание, имеем

$$P(X = x_2) = P(X = 1) = P(A_1 \overline{A}_2 + \overline{A}_1 A_2) =$$

$$= P(A_1)[1 - P(A_2)] + [1 - P(A_1)] P(A_2) = 0{,}3 \cdot 0{,}6 + 0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}46.$$

Для события $X = x_3$ (попадания при первом и втором выстрелах) получим

$$P(X = x_3) = P(X = 2) = P(A_1 A_2) = P(A_1) P(A_2) = 0{,}3 \cdot 0{,}4 = 0{,}12.$$

На основании этих данных составляем ряд распределения случайной величины:

x	0	1	2
$P(x)$	0,42	0,46	0,12

и строим многоугольник распределения (рис. 2).

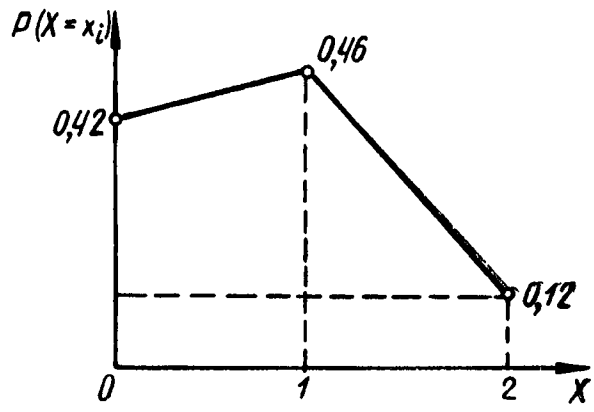


Рис. 2. Многоугольник распределения числа попаданий X при двух выстрелах

Задаваясь различными значениями аргумента x, находим значения функции распределения:

при $x \leqslant 0$ $F(x) = 0$;

при $0 < x \leqslant 1 \quad F(x) = 0{,}42;$

при $1 < x \leqslant 2 \quad F(x) = 0{,}42 + 0{,}46 = 0{,}88;$

при $x > 2 \quad F(x) = 0{,}88 + 0{,}12 = 1.$

Из графика (рис. 3) следует, что функция распределения прерывной случайной величины имеет ступенчатую форму — скачки на границах интервалов. Если увеличивать число возможных значений прерывной случайной величины, т. е. число интервалов, уменьшая сами интервалы, то скачков становится больше, а их

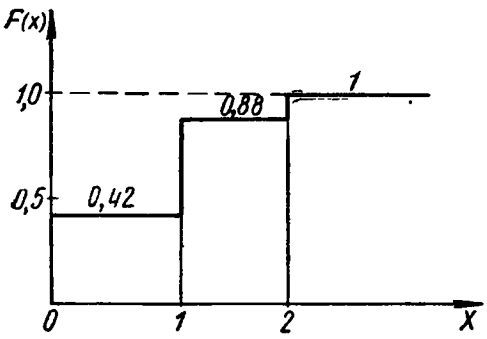


Рис. 3. Функция распределения $F(x)$ числа попаданий X при двух выстрелах

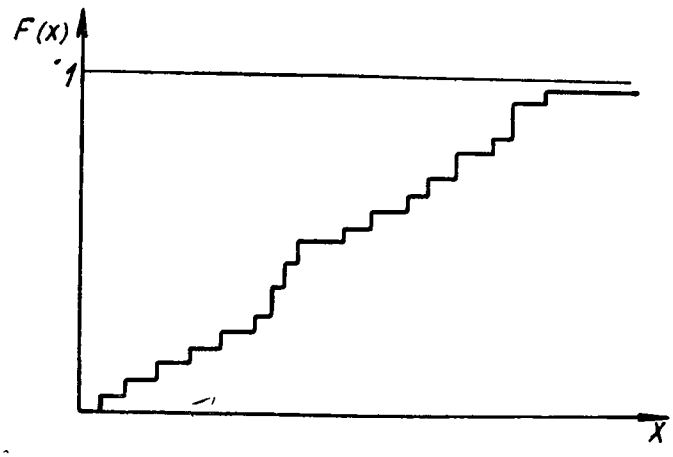


Рис. 4. Ступенчатая функция распределения при большом числе значений случайной величины X

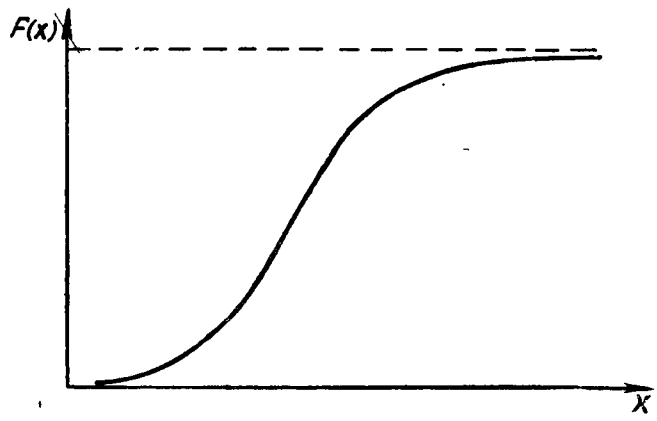


Рис. 5. Функция распределения непрерывной случайной величины X

размеры меньше (рис. 4). При этом прерывная случайная величина приближается к непрерывной, а скачкообразная функция распределения — к непрерывной монотонной функции (рис. 5).

При решении задач, связанных со случайными величинами, необходимо определять вероятности появления величины в заданном интервале с граничными значениями a и b. Это событие называется вероятностью попадания случайной величины X в интервал ab. Условимся считать интервал ab полузамкнутым и будем левый конец a включать, а правый b — не включать в интервал. Тогда попадание случайной величины в интервал ab равносильно удовлетворению неравенства $a \leqslant X < b$.

Выразим вероятность этого неравенства $P(a \leqslant X < b)$ через функцию распределения случайной величины $F(x)$. Для этого рассмотрим три события A, B и C, которые состоят в том, что $X < a$; $a \leqslant X < b$ и $X < b$ соответственно. Поскольку событие C является суммой событий A и B, то по теореме сложения вероятностей имеем:

$$P(X < b) = P(X < a) + P(a \leqslant X < b).$$

Из определения функции распределения следует, что

$$F(b) = F(a) + P(a \leqslant X < b),$$

откуда

$$P(a \leqslant X < b) = F(b) - F(a), \qquad (1.8.1)$$

т. е. вероятность попадания случайной величины в интервал ab равна разности значений функции распределения на правом и левом концах интервала — приращению этой функции на данном интервале.

Формула (1.8.1) часто применяется в практических исследованиях. Используя ее, можно найти одно интересное свойство непрерывных случайных величин.

Если бесконечно уменьшать интервал ab, заставив $b \to a$, то в пределе получим вместо вероятности попадания в интервал вероятность того, что случайная величина примет конкретное значение $X = a$:

$$P(X = a) = \lim_{b \to a} [F(b) - F(a)]. \qquad (1.8.2)$$

Значение предела, стоящего в правой части этого равенства, зависит от того, непрерывна ли функция $F(x)$ в точке $x = a$. Если она имеет разрыв, то предел (1.8.2) равен значению скачка функции распределения в этой точке. Так, для функции, изображенной на рис. 3, в точке $x = 1$

$$P(X = 1) = 0{,}88 - 0{,}42 = 0{,}46.$$

Если же функция $F(x)$ непрерывна, то предел

$$\lim_{b \to a} [F(b) - F(a)] = 0$$

и, следовательно,

$$P(X = a) = 0.$$

Отсюда следует на первый взгляд парадоксальное положение что вероятность отдельного конкретного значения непрерывной случайной величины равна нулю.

При рассмотрении невозможных событий указывалось, что если вероятность случайного события равна нулю, то оно невозможно. Однако в результате испытания обязательно появляется какое-то конкретное значение и, следовательно, оно объективно возможно.

Равенство нулю вероятности отдельного конкретного значения непрерывной случайной величины следует понимать так, что при многократном повторении испытаний оно появляется очень редко и только один раз. Например, отклонение точки попадания снаряда от цели — величина случайная и непрерывная. Попадание снаряда в воронку от одного из предыдущих выстрелов — событие практически невозможное.

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Рассмотрим непрерывную случайную величину с функцией распределения $F(x)$.

Вероятность попадания этой величины в малый интервал от x до $x+\Delta x$ можно выразить так:

$$F(x \leqslant X < x + \Delta x) = F(x + \Delta x) - F(x).$$

Рассмотрим отношение $\dfrac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$. При $\Delta x \to 0$ получим

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = F'(x).$$

Обозначим

$$f(x) = F'(x). \qquad (1.8.3$$

Производная функции распределения $f(x)$ характеризует как бы плотность распределения случайной величины в точке x и поэтому называется плотностью распределения или плотностью вероятности. Поскольку $F(x)$ называют интегральной функцией распределения, производную от нее $f(x)$ именуют дифференциальной функцией распределения. Плотность распределения случайной величины можно изобразить в виде кривой распределения ве-

роятности (рис. 6). Плотность распределения, как и функция распределения, является одной из форм закона распределения непрерывной случайной величины.

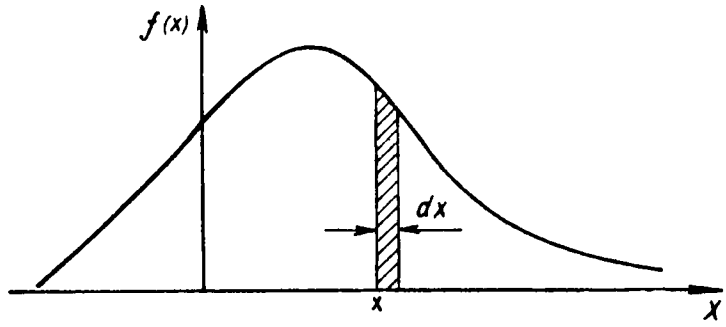


Рис. 6. Один из возможных видов кривой распределения вероятности

На основании формулы (1.8.3) можно записать

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx},$$

откуда

$$f(x)\,dx = dF(x).$$

Проинтегрировав это выражение в пределах от a до b, получим

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)\,dx \qquad (1.8.4)$$

и далее, в соответствии с зависимостью (1.8.1),

$$P(a \leqslant X \leqslant b) = \int_a^b f(x)\,dx. \qquad (1.8.5)$$

Таким образом, вероятность попадания случайной величины в интервал ab равна интегралу от плотности распределения в пределах границ этого участка, и геометрически изображается площадью под кривой распределения, опирающейся на интервал ab. Заметим, что равенство нулю вероятности отдельного конкретного значения непрерывной случайной величины позволяет в левой части уравнения (1.8.5) применять как знаки равенства, так и неравенства. Заштрихованная элементарная площадь $f(x)dx$ с точностью до бесконечно малых высшего порядка равна вероятности попадания случайной величины в элементарный участок и называется элементом вероятности.

Если в формуле (1.8.4) положить что $a \to -\infty$, то на основании второго свойства функции распределения

$$F(a) = F(-\infty) = 0 \quad \text{и} \quad F(b) = \int_{-\infty}^{b} f(x)\,dx.$$

В более общем виде можно написать

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx. \tag{1.8.6}$$

Геометрически функция $F(x)$ представляет собой площадь под кривой $f(x)$, лежащую левее точки x.

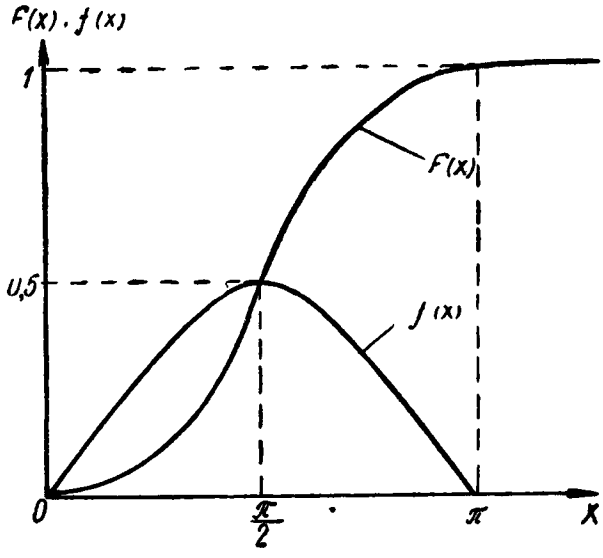
Плотность распределения обладает двумя основными свойствами:

— она неотрицательна, т. е. $f(x) \geqslant 0$, поскольку является производной от неубывающей функции распределения;

— интеграл от нее в пределах от $-\infty$ до $+\infty$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1, \tag{1.8.7}$$

так как этот интеграл равен $F(+\infty)$.



Пример 2. Случайная величина X подчиняется закону распределения с плотностью $f(x) = a \sin x$ при $0 \leqslant x \leqslant \pi$ и $f(x) = 0$ при $x < 0$ и $x > \pi$. Найти коэффициент a, функцию распределения $F(x)$ и вероятность попадания величины X в интервал $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$, а также построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$.

Рис. 7. Функция и плотность распределения вероятности при синусоидальном законе

Решение. Для определения коэффициента a используем свойство (1.8.7):

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{0}^{\pi} a \sin x\,dx = 1,$$

откуда $a=0{,}5$ и, следовательно, $f(x)=0{,}5\sin x$. Функцию распределения $F(x)$ найдем на основании зависимости (1.8.6):

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<0;\\ 0{,}5(1-\cos x) & \text{при } 0\leqslant x\leqslant\pi;\\ 1 & \text{при } x>\pi.\end{cases}$$

Применяя формулу (1.8.5), получим

$$P\left(0\leqslant x<\frac{\pi}{3}\right)=0{,}5\left(1-\cos\frac{\pi}{3}\right)=0{,}25.$$

Графики функций $f(x)$ и $F(x)$ представлены на рис. 7.

1.9. ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Для описания закона распределения случайной величины применяют две группы характеристик. Первая группа — характеристики положения — позволяют установить положение случайной величины на числовой оси. Вторая группа — характеристики рассеивания — определяют разброс, рассеивание случайной величины и возможный интервал ее появления. Характеристики обеих групп определяют форму кривой распределения.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛОЖЕНИЯ

К этим характеристикам относят математическое ожидание, моду и медиану. Наиболее важной характеристикой является *математическое ожидание* (МО), указывающее положение центра рассеивания случайной величины (ее среднее значение), вокруг которого происходит разброс наблюдаемых значений этой величины.

Пусть имеется дискретная случайная величина X, принимающая возможные значения x_1, x_2,..., x_n с вероятностями P_1, P_2,..., P_n. Для определения положения значений этой величины на оси абсцисс с учетом вероятности их появления воспользуемся математическим ожиданием этой величины

$$M(X)=\frac{x_1P_1+x_2P_2+\ldots+x_nP_n}{P_1+P_2+\ldots+P_n}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iP_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}P_i}.$$

Так как $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$, то

$$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i. \qquad (1.9.1)$$

Таким образом, МО случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений этой величины на вероятности их значений.

Математическое ожидание случайной величины X связано со средним арифметическим наблюдением значений случайной величины при большом числе испытаний: среднее арифметическое приближается или, как говорят, сходится по вероятности к математическому ожиданию. Рассмотрим дискретную случайную величину X, которая характеризуется следующим рядом распределения:

x_i	x_1	x_2	. . .	x_n
P_i	P_1	P_2	. . .	P_n

Производится N независимых испытаний, в каждом из которых случайная величина X принимает определенное значение. Пусть значение x_1 произошло n_1 раз, значение x_2—n_2 раза..., в общем виде значение x_i произошло n_i раз. Очевидно, что

$$\sum_{i=1}^{N} n_i = N.$$

Среднее арифметическое наблюденных значений величины X найдем по уравнению

$$\mu(X) = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \ldots + x_n m_n}{N} = x_1 \frac{n_1}{N} + x_2 \frac{n_2}{N} + \ldots + x_n \frac{n_i}{N} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \frac{n_i}{N}.$$

Величина $\frac{n_i}{N}$ является частотой события $X=x_i$. Обозначая ее через f_i, получим

$$\mu(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i f_i.$$

Таким образом, среднее арифметическое наблюденных значений случайной величины равно сумме произведений всех возможных значений этой величины на частоты их значений. С возрастанием числа испытаний N частоты f_i будут приближаться к соответствующим вероятностям P_i. Поэтому и среднее арифметическое наблюденных значений случайной величины будет приближаться к ее МО. Получается, что связь среднего арифметического значения с математическим ожиданием такая же, как связь частоты с вероятностью. Эта связь является одной из форм закона больших чисел, который констатирует устойчивость средних значений при большом числе испытаний. При небольшом их числе среднее арифметическое значение результатов случайно, при увеличении числа испытаний оно приближается к некоторой постоянной величине — МО.

Зависимость (1.9.1) справедлива для дискретных случайных величин. Для непрерывной случайной величины МО записывается в виде

$$M[X]=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\,dx,$$

где $f(x)$ — плотность распределения случайной величины X.

Это выражение можно получить непосредственно из соотношения (1.9.1), если заменить в последнем частные значения x_i непрерывно изменяющимся параметром x, вероятности P_i — элементом вероятности $f(x)dx$ и конечную сумму — интегралом.

Некоторые важные свойства МО случайной величины:

1. Математическое ожидание постоянной величины C равно самой постоянной, $M(C)=C$.

2. Постоянный множитель можно выносить за знак МО,

$$M(CX)=CM(X).$$

3. Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению их МО,

$$M(XY)=M(X)M(Y).$$

4. Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме МО слагаемых,

$$M(X+Y) = M(X) + M(Y).$$

В дальнейшем для удобства записи зависимостей математическое ожидание будем обозначать через m_x.

В практике используются и другие характеристики положения: мода и медиана случайной величины.

Модой M случайной величины называется наиболее вероятное значение ее. Эта формулировка справедлива для прерывных случайных величин (рис. 8, *а*), а для непрерывных модой является значение, которое соответствует максимальной плотности вероятности (см. рис. 8, *б*).

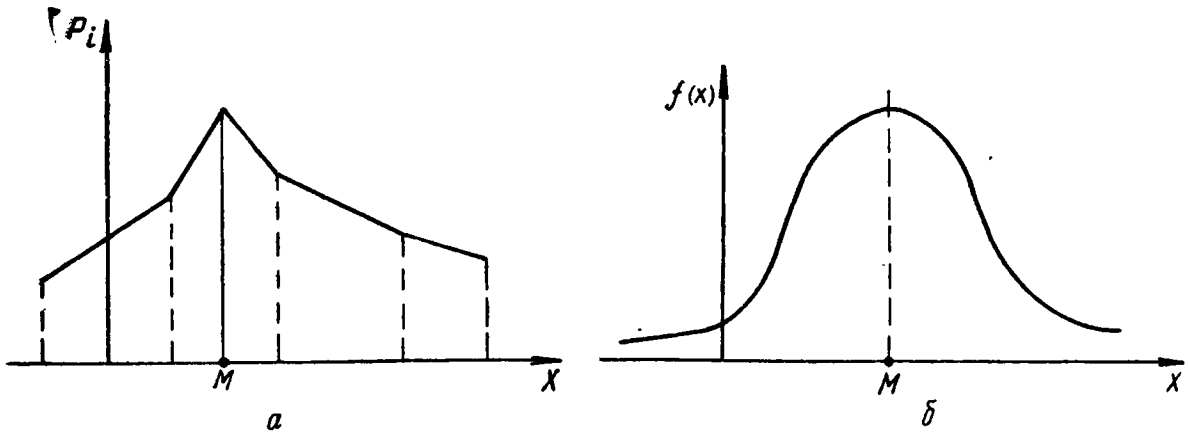


Рис. 8. Мода прерывной (а) и непрерывной (б) случайной величины

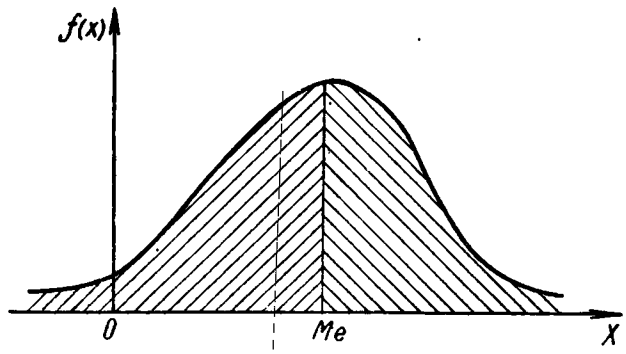


Рис. 9. Медиана случайной величины

Бывают также распределения полимодальные (кривая распределения имеет более одного максимального значения) и антимодальные, у которых кривая распределения имеет не максимальные, а минимальное значение.

Медианой Me случайной величины X называется такое ее возможное значение, относительно которого равновероятно получение меньшего или большего значения случайной величины:

$$P(X < Me) = P(X > Me).$$

На графике (рис. 9) медиана — это абсцисса точки, в которой площадь, ограниченная кривой распределения, делится пополам. В случае симметричного модального распределения медиана совпадает с математическим ожиданием и модой.

ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕИВАНИЯ

В теории вероятностей наиболее часто применяются следующие три характеристики рассеивания: дисперсия случайной величины, среднее квадратическое и срединное отклонения.

Для определения указанных характеристик используется разность между случайной величиной и ее математическим ожиданием $(X—m_x)$. Это отклонение случайной величины от ее математического ожидания $(\dot{X}=X—m_x)$ называют также центрированным значением случайной величины X.

Математическое ожидание отклонения центрированной случайной величины от ее МО равно нулю:

$$M(\dot{X}) = M(X - m_x) = M(X) - M(m_x) = m_x - m_x = 0.$$

В связи с этим случайные величины, математические ожидания которых равны нулю, называют центрированными. Поскольку математическое ожидание отклонения случайной величины равно нулю, то и среднее значение, которое стремится к МО, не может служить мерой ее рассеивания. Поэтому в качестве указанной характеристики принимают *дисперсию* — математическое ожидание (среднее значение) квадрата отклонения случайной величины от ее МО. Вычисление дисперсии производится по следующим зависимостям:

для непрерывной случайной величины

$$D(X) = M[(X - m_x)^2]; \qquad (1.9.2)$$

для дискретной случайной величины

$$D(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_x)^2 p_i. \qquad (1.9.3)$$

В механической интерпретации дисперсия представляет собой момент инерции заданного распределения масс относительно центра тяжести (математического ожидания).

Дисперсия имеет следующие важные свойства.

1. Дисперсия постоянной величины C равна нулю $[D(C)=0]$.

2. Дисперсия произведения постоянной величины на случайную равна произведению квадрата постоянной величины на дисперсию случайной величины,

$$D(CX) = C^2 D(X).$$

3. Дисперсия случайной величины равна математическому ожиданию квадрата этой величины без квадрата ее математического ожидания,

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X).$$

Эту зависимость часто используют при вычислении дисперсии.

Дисперсия имеет размерность квадрата случайной величины, что при решении практических исследований иногда вызывает неудобства. Удобнее пользоваться характеристикой с размерностью случайной величины. Для этого из дисперсии извлекают квадратный корень. Полученная характеристика σ называется *средним квадратическим отклонением* (*«стандартом»*) случайной величины X:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{M[(X - m_x)^2]}\,. \qquad (1.9.4)$$

Для непрерывных случайных величин вместо формулы (1.9.2) применяют уравнение

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x)\, dx.$$

В артиллерийском и стрелковом вооружении для оценки рассеивания случайной величины X используют величину E_x — *срединное отклонение,* которое определяется из условия, что

$$P(m_x - E_x < X < m_x + E_x) = P(|X - m_x| < E_x) = 0{,}5. \qquad (1.9.5)$$

Для непрерывной случайной величины с плотностью распределения $f(x)$ это условие записывается так:

$$P(|X - m_x| < E_x) = \int_{m_x - E_x}^{m_x + E_x} f(x)\, dx = 0{,}5,$$

т. е. площадь под кривой распределения, приходящаяся на интервал $(m_x - E_x,\ m_x + E_x)$, должна быть равна половине всей площади под этой кривой (рис. 10).

Срединное отклонение представляет собой половину длины интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который случайная величина попадает с вероятностью 0,5.

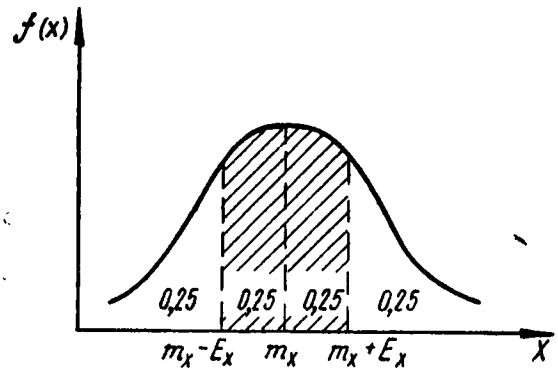


Рис. 10. Срединное отклонение

Если расположить в порядке возрастания наблюденные на испытаниях абсолютные значения отклонений случайной величины от ее МО, то срединное отклонение будет находиться посередине этого вариационного ряда. Поскольку вероятности попадания в интервал и вне его одинаковы, то срединное отклонение в литературе иногда называют *вероятным отклонением.*

Пример 1. Определить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины — числа попаданий в мишень при одном выстреле с вероятностью p.

Решение. Ряд распределения случайной величины имеет вид:

x	0	1
p_i	$q=1-p$	p

По формуле (1.9.1) находим математическое ожидание

$$M(X) = m_x = 0 \cdot q + 1 \cdot p = p.$$

По зависимости (1.9.3) вычислим дисперсию

$$D(X) = (0-p)^2 q + (1-p)^2 p = pq = p(1-p).$$

Среднее квадратическое отклонение определим по соотношению (1.9.4):

$$\sigma_x = \sqrt{D(X)} = \sqrt{p(1-p)}.$$

Из полученного выражения для дисперсии следует, что она равна нулю при $p=0$ и $p=1$. В самом деле, если событие невозможное или достоверное, то величина, связанная с ним (в данном случае число попаданий), перестает быть случайной и становится постоянной; рассеивание постоянной величины отсутствует и мера этого рассеивания — дисперсия — равна нулю.

Максимальное значение дисперсия имеет при $p=0{,}5$, когда результат опыта наиболее неясен (при всех других значениях p более вероятен либо промах, если $p<0{,}5$, либо попадание, если $p>0{,}5$).

Пример 2. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение числа попаданий в цель, ряд распределения которого имеет следующий вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,302	0,440	0,215	0,040	0,003

Решение.

$$M(X) = 0 \cdot 0{,}302 + 1 \cdot 0{,}440 + 2 \cdot 0{,}215 + 3 \cdot 0{,}040 + 4 \cdot 0{,}003 = 1{,}00;$$

$$D(X) = (0 - 1)^2 0{,}302 + (1 - 1)^2 0{,}440 + (2 - 1)^2 0{,}215 + \\ + (3 - 1)^2 0{,}040 + (4 - 1)^2 0{,}003 = 0{,}70;$$

$$\sigma_x = \sqrt{0{,}70} = 0{,}84.$$

Пример 3. Произведено 20 выстрелов, отклонения по высоте пробоин от точки прицеливания (вверх со знаком «+», вниз со знаком «—») оказались равными, см: 8; —5; 4; —5; 11; 20; 19; 6; —15; —5; —29; 17; —9; —2; 2; 3; —9; —11; 5; 15. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое и срединное отклонения.

Решение. Все значения равновероятны, следовательно, вероятность каждого из них равна $\frac{1}{20}$, поэтому имеем:

$$M(X) = \Sigma x_i \frac{1}{20} = \frac{\Sigma x_i}{20} = 1 \text{ см};$$

$$D(X) = \Sigma (x_i - 1)^2 \frac{1}{20} = \frac{\Sigma (x_i - 1)^2}{20} \approx 148 \text{ см}^2;$$

$$\sigma_x = \sqrt{D(X)} = \sqrt{148} = 12{,}2 \text{ см}.$$

Для определения срединного отклонения расположим измеренные отклонения в возрастающем порядке: —29; —15; —11; —9; —9; —5; —5; —5; —2; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 11; 15; 17; 19; 20. Отделив в этом ряду справа и слева по пять величин (по 25%), получим часть ряда, удовлетворяющую условию (1.9.5): —5 —5; —5; —2; 2; 3; 4; 5; 6; 8. Разность между крайними значениями этой части ряда равна двум срединным отклонениям, поэтому $2E = 8 - (-5) = 13$ см, откуда следует, что $E = 6{,}5$ см.

Для более точного вычисления срединного отклонения надо воспользоваться не крайними значениями этой части ряда, а средними между крайними и соседними с ними:

$$\frac{-9 + (-5)}{2} = -7; \quad \frac{11 + 8}{2} = 9{,}5;$$

$$2E = 9{,}5 - (-7) = 16{,}5 \text{ см}; \quad E = 8{,}2 \text{ см}.$$

1.10. НАИБОЛЕЕ РАСПРОСТРАНЕННЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Разберем наиболее характерные законы распределения случайных величин, которые широко используются в теории стрельбы, теории эффективности и практической деятельности инженеров-исследователей.

БИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Рассмотрим случайную величину X — число появлений события A при n независимых испытаниях, проводимых при одинаковых условиях. В каждом испытании событие A может произойти с вероятностью $P(A)$, причем $P(A)=p=\text{const}$. Возможными значениями числа появлений события A при n испытаниях являются целые числа $m=0, 1, 2, \ldots, n$. Вероятности возможных значений появления случайной величины A определяются по зависимости

$$P(X=m)=C^m{}_n p^m (1-p)^{n-m}.$$

Ряд распределения дискретной случайной величины, задаваемый этой формулой, носит название *биномиального распределения.*

Биномиальное распределение (рис. 11) имеют: число попаданий в цель при нескольких независимых выстрелах в одинаковых условиях; число появлений задержек в работе автоматики оружия при стрельбе из него и т. д.

Математическое ожидание случайной величины, имеющей биномиальное распределение, вычисляют по соотношению $m_x=np$, т. е. математическое ожидание числа событий в серии независимых и одинаковых испытаний равно произведению числа испытаний на вероятность появления события при одном испытании. Дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины, имеющей биномиальное распределение, находят по уравнениям:

$$D(X)=npq;$$

$$\sigma_x=\sqrt{npq},$$

где

$$q=1-p.$$

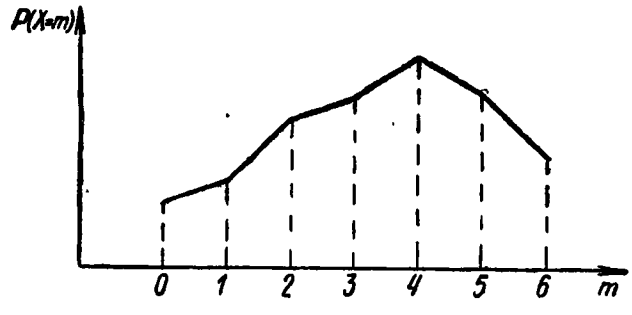


Рис. 11. Многоугольник типичного биномиального распределения

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА

При исследованиях часто приходится рассматривать дискретные случайные величины, распределенные по закону Пуассона (рис. 12). Этому закону могут подчиняться только целые неотрицательные значения чисел: 0, 1, 2, ..., m. Вероятность наступления события $x=m$, т. е. вероятность того, что случайная величина примет значение m, в этом случае определяется по формуле

$$P(X=m)=\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}, \qquad (1.10.1)$$

где λ — некоторая положительная постоянная величина ($\lambda>0$), называемая параметром закона Пуассона.

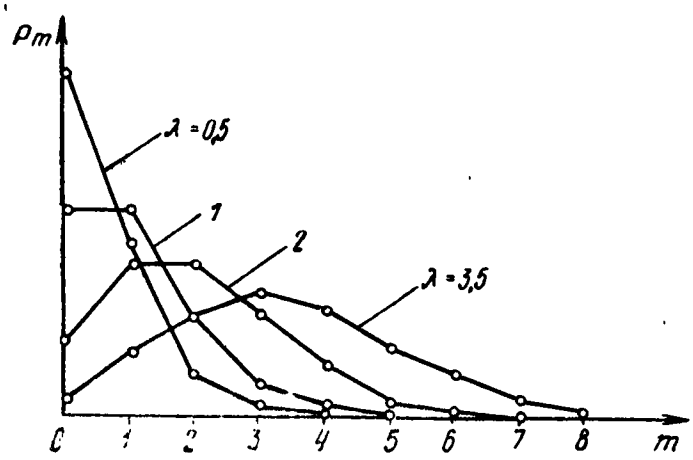


Рис. 12. Многоугольники распределения по закону Пуассона при различных значениях параметра λ

Одна из основных особенностей закона Пуассона — для него математическое ожидание случайной величины и ее дисперсия равны параметру, $m_x=D(X)=\lambda$.

Эта особенность распределения позволяет подтверждать или отвергать гипотезу о подчинении опытной случайной величины закону Пуассона. Если $m_x\approx D(X)$, то есть основание предполагать, что случайная величина распределяется по закону (1.10.1).

Закон Пуассона хорошо описывает появление какого-либо события в заданном интервале времени, если известно среднее число появлений в единицу времени и события независимы друг от друга. Поэтому он широко применяется в статистической физике и технике, например, при решении задач, связанных с телефонной связью, надежностью и т. д.

Пример 1. На блок автоматической телефонной станции поступают в среднем 5 вызовов в минуту. Максимальная пропускная способность блока 7 соединений в минуту. Какова вероятность того, что очередной вызов получит отказ?

Решение. Очевидно, что отказ (событие A) получат 8, 9, 10-й и последующие поступления, т. е.

$$P(A) = \sum_{m=8}^{\infty} P(m).$$

Поскольку вычисления по этой формуле длительны, вероятность $P(A)$ можно подсчитать как вероятность противоположного события:

$$P(A) = 1 - \sum_{m=0}^{m=7} P(m),$$

где

$$P(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda},$$

причем $\lambda = 5$.

Произведя вычисления, получим:

$$P(0) = 0{,}007; \quad P(1) = 0{,}034; \quad P(2) = 0{,}084; \quad P(3) = 0{,}140;$$

$$P(4) = 0{,}175; \quad P(5) = 0{,}175; \quad P(6) = 0{,}146; \quad P(7) = 0{,}104.$$

Просуммировав, найдем, что $P(A) = 1 - 0{,}865 = 0{,}135$.

Пример 2. Противопехотная граната разрывается на поверхности грунта, образуя N убойных осколков, которые равномерно разлетаются в полусферическом пространстве с центром в точке разрыва. Для поражения цели, площадь которой равна σ, достаточно попадания хотя бы одного осколка. Считая, что цель удалена от точки разрыва на расстояние R, вычислить вероятность поражения ее. Решить задачу при $N = 200$, $\sigma = 0{,}75$ м^2, $R_1 = 5$ м и $R_2 = 10$ м.

Решение. Площадь полусферы поля осколков на расстоянии R от точки разрыва

$$S = 2\pi R^2,$$

а среднее число осколков, приходящееся на площадь цели (считая, что σ практически равна площади проекции цели на полусферу),

$$\lambda = \frac{N}{S}\sigma.$$

Так как для поражения цели достаточно попадания хотя бы одного осколка, вероятность поражения $P = 1 - P(0)$, где $P(0)$ — вероятность непопадания в цель ни одного осколка.

По формуле (1.10.1) при $m = 0$ имеем

$$P(0) = \frac{\lambda^0}{0!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda}.$$

Произведя соответствующие подстановки, получим

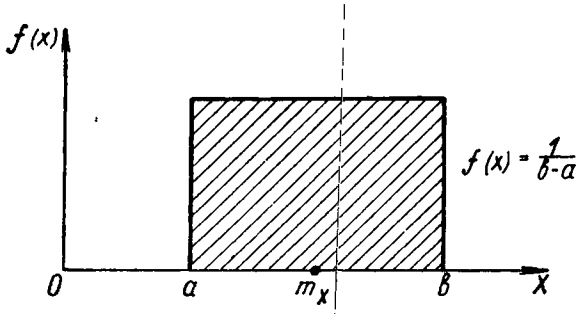
$$P = 1 - e^{-\frac{N\sigma}{2\pi R^2}}.$$

При $R_1 = 5$ м $P = 0{,}615$, а при $R_2 = 10$ м $P = 0{,}213$.

РАВНОМЕРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

В некоторых инженерных исследованиях встречаются случайные величины, возможные значения которых ограничены определенным интервалом, причем любое значение этой величины внутри интервала одинаково вероятно. Например, минутная стрелка электрических уличных часов движется не плавно, а перескакивает каждую минуту с одного деления на другое. Поэтому, посмотрев на часы, которые показывают 10 ч 21 мин, можно считать, что действительное время заключено в интервале от 10 ч 21 мин до 10 ч 22 мин, причем число секунд в данный момент равновероятно (от 0 до 60). Второй пример — ошибка, совершаемая при установке прицела оружия, имеющего шкалу, кратную 100 м. Определив дальность до цели, равную, допустим, 460 м, стрелок установит прицел «5», поэтому значения ошибки в установке прицела равновероятны в интервале от 0 до 50 м (если дальность менее 450 м, то подходящая установка прицела «4»). Закон распределения таких величин называется законом равномерного распределения или равной вероятности.

Рассмотрим случайную величину X, имеющую равномерное распределение в интервале ab (рис. 13). Плотность распределения ее на этом отрезке постоянна и равна c, а вне его равна нулю:



$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a; \\ c & \text{при } a \leqslant x \leqslant b; \\ 0 & \text{при } x > b. \end{cases}$$

Рис. 13. Плотность вероятности равномерного распределения

Площадь, ограниченная кривой распределения, равна единице, и плотность равномерного распределения в интервале ab, как высоту прямоугольника с основанием $(b - a)$, можно подсчитать по формуле

$$f(a \leqslant x \leqslant b) = c = \frac{1}{b - a},$$

поэтому

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<a;\\ \dfrac{1}{b-a} & \text{при } a\leqslant x\leqslant b;\\ 0 & \text{при } x>b.\end{cases}$$

Эта система выражает закон равномерной плотности на участке ab.

Функция распределения соответствует площади кривой распределения, лежащей левее точки x:

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<a;\\ \dfrac{x-a}{b-a} & \text{при } a\leqslant x\leqslant b;\\ 1 & \text{при } x>b \text{ (рис. 14).}\end{cases}$$

Рассмотрим основные числовые характеристики случайной величины X, подчиненной закону равномерной плотности.

Математическое ожидание такой величины $m_x=\dfrac{a+b}{2}$, т. е. находится посередине интервала ее распределения.

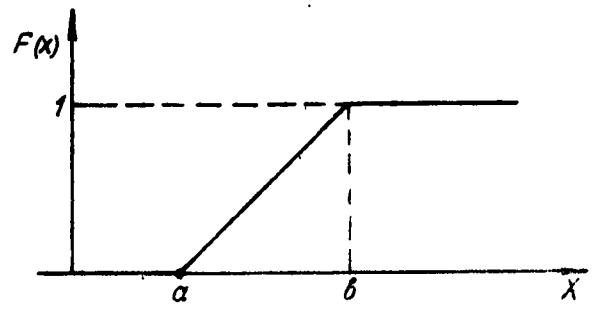


Рис. 14. Функция распределения равномерного закона

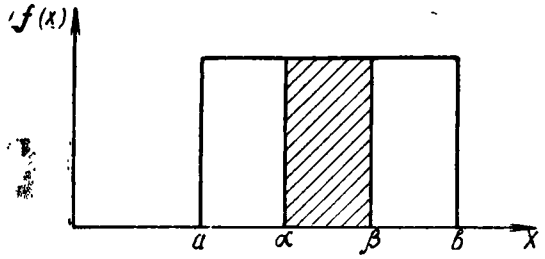
В силу симметричности равномерного распределения такое же значение имеет медиана величины X $\left(Me=\dfrac{a+b}{2}\right)$.

Закон равномерной плотности моды не имеет, так как все значения случайной величины равновероятны.

Дисперсия определяется по зависимости

$$D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}.$$

Вероятность попадания случайной величины X на отрезок $\alpha\beta$ (рис. 15) соответствует заштрихованной площади и представляет собой отношение длины отрезка $\alpha\beta$ ко всей длине участка ab:



$$P(\alpha < x < \beta) = \frac{\beta - \alpha}{b - a}.$$

Рис. 15. Геометрическое изображение вероятности при равномерном законе

Срединное отклонение случайной величины, подчиненной закону равномерной плотности, имеет вид

$$E = \frac{b - a}{4}.$$

НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Самым распространенным в природе законом распределения является так называемый *нормальный закон*, часто называемый *законом Гаусса*. Он играет очень большую роль при решении различных прикладных вопросов, так как распределение многих случайных величин оказывается подчиненным этому закону. Так, многолетняя практика артиллерии показывает, что рассеивание выстрелов и начальных скоростей пуль и снарядов (отклонение от установленной) и целый ряд других случайных величин при одинаковых условиях испытаний подчиняются нормальному закону. Такая «универсальность» нормального закона объясняется тем, что он является предельным: всякая случайная величина, которая является суммой большого числа независимых или слабозависимых случайных величин, оказывающих малое влияние на эту сумму, распределяется по нормальному закону или закону, очень близкому к нему. Это доказывается так называемой предельной теоремой теории вероятностей. Поскольку, например, при выстрелах одиночным огнем положения точек попадания пуль зависят от многих факторов, то координаты этих точек распределяются по нормальному закону. Такими факторами являются неодинаковые для каждого выстрела в серии начальная скорость, масса и форма пули, особенность прицеливания и удержания оружия, скорость и направление ветра во время полета пули и т. д. Каждый из этих факторов обычно оказывает малое влияние на траекторию пули, а число их сравнительно велико. Но если один из факторов по своему влиянию начинает играть превалирующее значение над другими, характер закона распределения изменяется

и он может существенно отличаться от нормального. Например, если стрелок совершит значительную ошибку при прицеливании, то точка попадания резко отклонится от остальных.

Плотность вероятности нормального закона распределения случайных величин выражается формулой

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (1.10.2)$$

где m_x и σ — параметры нормального закона.

Кривая плотности вероятности (рис. 16) имеет симметричный холмообразный вид. Максимальное значение (моду) нормальное распределение имеет при $x = m_x$. Этому значению отвечает плотность

$$f(m_x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}. \qquad (1.10.3)$$

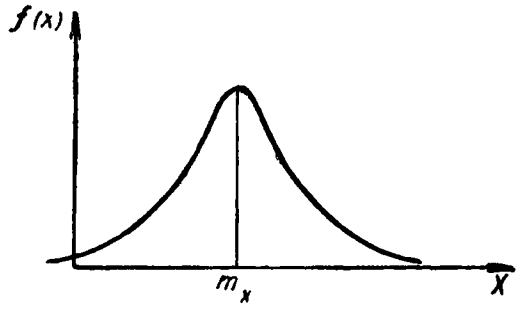


Рис. 16. Плотность вероятности нормального закона

По мере удаления абсциссы от значения $x = m_x$ величина плотности вероятности уменьшается и при $x \to \pm\infty$ функция $f(x)$ асимптотически стремится к нулю.

Несложными преобразованиями можно показать чему равны параметры нормального закона:

$$m_x = M(X) \quad \text{и} \quad \sigma^2 = D(X).$$

Так как в выражение (1.10.2) отклонение $(x - m_x)$ входит в квадрате, то одинаковые отклонения случайной величины от математического ожидания имеют одинаковую вероятность, независимо от знака их. Поэтому математическое ожидание является центром симметрии кривой нормального закона и его называют *центром рассеивания*. При изменении величины центра рассеивания кривая распределения смещается вдоль оси абсцисс, не изменяя формы (рис. 17).

Второй параметр — среднее квадратическое отклонение σ характеризует форму кривой $f(x)$. Как видно из выражения (1.10.3), чем больше σ, тем меньше плотность вероятности в точке

$x = m_x$, и, следовательно, выше в остальных точках, так как площадь под кривой распределения одинакова и равна единице. По-

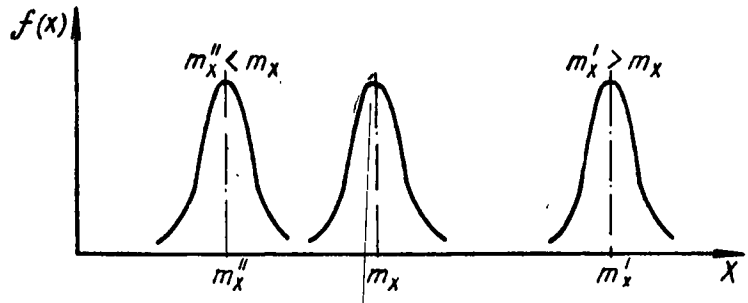


Рис. 17. Плотность вероятности нормальных законов с различными центрами рассеивания

этому чем больше σ, тем сильнее растягивается кривая, а чем меньше σ, тем она острее и быстрее убывают значения $f(x)$ по мере удаления от центра рассеивания (рис. 18).

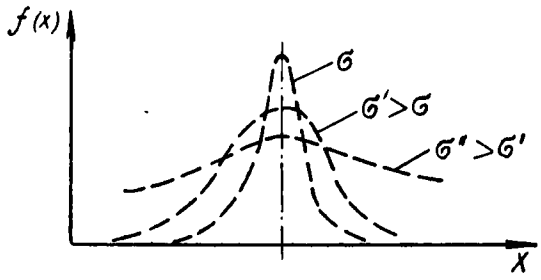


Рис. 18. Плотность вероятности нормальных законов с разными средними квадратическими отклонениями

1. Вероятность попадания на заданный участок

Определим вероятность попадания случайной величины X на заданный участок ab при нормальном законе ее распределения.

По формуле (1.8.5) с учетом значения плотности вероятности (1.10.2) получим

$$P(a \leqslant x \leqslant b) = \int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma^2}} dx.$$

Введем новую переменную $t = \dfrac{x - m_x}{\sigma}$:

$$P(a \leqslant x \leqslant b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{a-m_x}{\sigma}}^{\frac{b-m_x}{\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \qquad (1.10.4)$$

Интеграл в правой части этой формулы не берется в элементарных функциях и для вычисления его используют специальную функцию

$$\Phi(y) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^y e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

которую называют функцией Лапласа. Введя эту функцию в выражение (1.10.4) и применяя табл. 1 приложения 1, подсчет вероятности осуществляют по уравнению

$$P(a \leqslant x \leqslant b) = \frac{1}{2} [\Phi(y_2) - \Phi(y_1)], \qquad (1.10.5)$$

где

$$y_1 = \frac{a - m_x}{\sigma}; \quad y_2 = \frac{b - m_x}{\sigma}.$$

Функция Лапласа обладает двумя очевидными свойствами:

1. $\Phi(\infty) = 1$, что следует из того, что $\int_0^\infty e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

2. $\Phi(-y) = -\Phi(y)$, т. е. свойством нечетности, которое часто используется в практических расчетах.

Рассмотрим теперь случай, когда участок ab симметричен относительно центра рассеивания m_x, т. е. $b - m_x = |a - m_x| = \alpha$. Длина участка составит величину $b - a = 2\alpha$ (рис. 19). Найдем значения:

$$y_1 = \frac{a - m_x}{\sigma} = -\frac{\alpha}{\sigma};$$

$$y_2 = \frac{b - m_x}{\sigma} = \frac{\alpha}{\sigma};$$

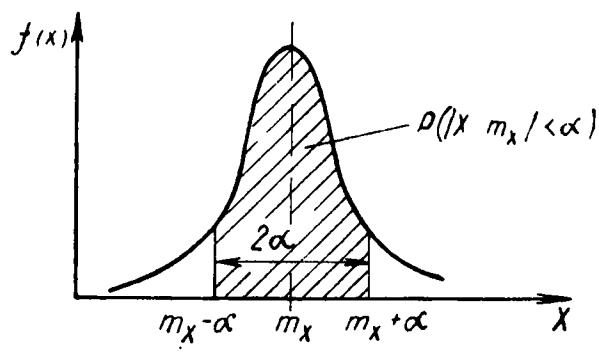


Рис. 19. Вероятность попадания на симметричный участок

$$P(m_x - \alpha \leqslant x \leqslant m_x + \alpha) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-\alpha}{\sigma}\right)\right] = \Phi\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right).$$

Таким образом, вероятность попадания случайной величины на участок 2α, симметричный относительно центра рассеивания, имеет вид

$$P(|X - m_x| < \alpha) = \Phi\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right). \qquad (1.10.6)$$

Представляет интерес выразить функцию распределения случайной величины по нормальному закону.

Согласно определению

$$F(x) = P(X < x),$$

поэтому

$$F(x) = P(-\infty < X < x) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{x - m_x}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-\infty - m_x}{\sigma}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{x - m_x}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{\infty + m_x}{\sigma}\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{x - m_x}{\sigma}\right) + 1\right].$$

Пример 3. Ведется стрельба из противопехотного гранатомета по траншее (перпендикулярно к ней). Определить: 1) вероятность попадания гранаты в траншею, если ее ширина 1,5 м, средняя квадратическая ошибка рассеивания гранат $\sigma = 5$ м, а центр рассеивания в результате ошибок стрельбы лежит в 10 м от края траншеи; 2) вероятность попадания, если центр рассеивания предварительной пристрелкой совмещен с центром траншеи.

Решение. Для удобства расчетов совместим начало координат с центром рассеивания, тогда ближний край траншеи имеет координату $a = 10$ м, а дальний край — $b = 10 + 1{,}5 = 11{,}5$ м.

По формуле (1.10.5) имеем:

$$y_1 = \frac{a}{\sigma} = \frac{10}{5} = 2{,}00;$$

$$y_2 = \frac{b}{\sigma} = \frac{11{,}5}{5} = 2{,}30;$$

$$P = \frac{1}{2}\left[\Phi(2{,}30) - \Phi(2{,}00)\right] = \frac{1}{2}(0{,}9785 - 0{,}9545) = 0{,}012.$$

Совместим начало координат с центром траншеи и центром рассеивания. Ширина траншеи $2\alpha = 1{,}5$ м. По формуле (1.10.6) найдем

$$P = \Phi\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{0{,}75}{5}\right) = \Phi(0{,}15) = 0{,}119.$$

Устранение ошибок стрельбы пристрелкой увеличило вероятность попадания в 10 раз.

2. Срединное отклонение

Срединным (вероятным) отклонением E_x случайной величины X, распределенной по нормальному закону, называется половина длины участка, симметричного относительно центра рассеивания, вероятность попадания в который равна половине. Вероятность того, что величина X отклонится от m_x меньше, чем на E_x, как следует из определения, равна 0,5, т. е.

$$P(|X - m_x| < E_x) = 0{,}5. \qquad (1.10.7)$$

При достаточно большом числе испытаний в среднем половина значений случайной величины X отклонится от m_x не больше, чем на E_x, а половина — больше. В этом заключается смысл понятия срединного отклонения или срединной ошибки: в ряду отклонений оно находится посредине, оно вероятно (точнее — равновероятно). Вероятное отклонение, как характеристика рассеивания, находится в прямой зависимости от среднего квадратического отклонения σ_x. Для определения этой зависимости используем уравнения (1.10.7) и (1.10.6):

$$P(|X - m_x| \leqslant E) = \Phi\left(\frac{E_x}{\sigma_x}\right) = \frac{1}{2}.$$

Применяя таблицу функции Лапласа (см. табл. 1 приложения 1), определим такое значение аргумента x, при котором $\Phi(x) = 0{,}5$. Это значение приближенно равно 0,6745. Таким образом, $\frac{E_x}{\sigma_x} = 0{,}6745$, откуда

$$E_x = 0{,}6745\sigma_x. \qquad (1.10.8)$$

Эту зависимость записывают еще так:

$$E_x = \rho\sqrt{2}\,\sigma_x,$$

где $\rho = 0{,}4769$ — постоянная нормального закона.

Если в качестве характеристики рассеивания принято вероятное отклонение E_x, то плотность нормального распределения записывается в виде

$$f(x) = \frac{\rho}{E_x\sqrt{\pi}}\, e^{-\frac{\rho^2}{E_x^2}(x - m_x)^2}, \qquad (1.10.9)$$

а вероятность попадания на участок ab подсчитывается по формуле

$$P(a < x < b) = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{b - m_x}{E_x}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{a - m_x}{E_x}\right)\right],$$

где $\hat{\Phi}(x)$ — приведенная функция Лапласа (см. табл. 2 приложения 1),

$$\hat{\Phi}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\rho x} e^{-t^2}dt = \frac{2\rho}{\sqrt{\pi}}\int_0^{x} e^{-\rho^2 t^2}\,dt.$$

Свойства приведенной функции аналогичны свойствам функции Лапласа $\Phi(x)$.

Оценим вероятности попадания в интервалы, равные срединным отклонениям. Для этого отложим от центра рассеивания m отрезки длиной в одно вероятное отклонение E_x и определим вероятности попадания в них (с точностью до 0,01):

$$P(m_x < X < m_x + E_x) = 0{,}25;$$

$$P(m_x + E_x < X < m_x + 2E_x) \approx 0{,}16;$$

$$P(m_x + 2E_x < X < m_x + 3E_x) \approx 0{,}07;$$

$$P(m_x + 3E_x < X < m_x + 4E_x) \approx 0{,}02.$$

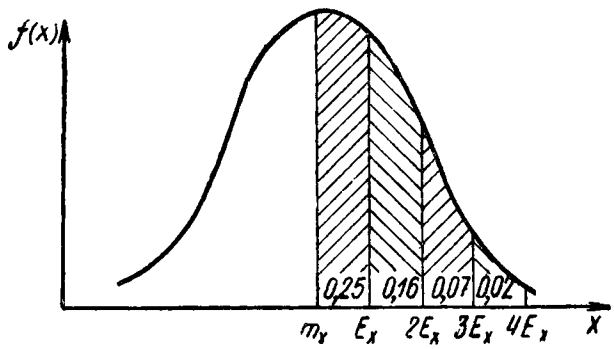


Рис. 20. Вероятность попадания на участки в одно срединное отклонение

Отсюда следует, что с точностью до 0,01 все значения нормально распределенной случайной величины укладываются на участке $m_x \pm 4E_x$ (рис. 20). Отклонениям случайной величины свыше $\pm 4E_x$ отвечает вероятность 0,007.

Рядом вероятностей 0,02; 0,07; 0,16; 0,25; 0,25; 0,16; 0,07 и 0,02 часто пользуются при оценочных расчетах.

Пример 4. Решить пример 3 с помощью приведенной функции Лапласа.

Решение. На основании соотношения (1.10.8) можем записать:

$$E = 0{,}6745 \cdot 5 = 3{,}37 \text{ м};$$

$$\frac{a}{E} = \frac{10}{3{,}37} = 2{,}97; \quad b = \frac{11{,}5}{3{,}37} = 3{,}41;$$

$$P = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}(3{,}41) - \hat{\Phi}(2{,}97)\right] = \frac{1}{2}(0{,}9785 - 0{,}9548) = 0{,}012.$$

При совмещении центра рассеивания с центром траншеи будем иметь

$$P = \hat{\Phi}\left(\frac{a}{E}\right) = \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}75}{3{,}37}\right) = \hat{\Phi}(0{,}22) = 0{,}118.$$

Расхождение в 0,001 является следствием округления аргумента до двух значащих цифр.

1.11. ОШИБКИ ИЗМЕРЕНИЙ

При оценке эффективности образцов артиллерийского и стрелкового вооружения часто приходится измерять различные величины: дальность до цели, скорость передвижения цели, скорость ветра, температуру воздуха и т. д. При измерениях обычно получается приближенный результат, отличающийся от истинного значения величины. Каждому измерению сопутствует ошибка, которая зависит от способа измерения, квалификации его исполнителя и от ряда других причин.

Ошибка измерения определяется разностью

$$x_i - x_0 = \Delta_i, \tag{1.11.1}$$

где x_0 — истинное значение измеряемой величины;

x_i — результат отдельного измерения.

Она может быть положительной (при $x_i > x_0$) или отрицательной (при $x_i < x_0$), систематической или случайной.

Систематическими называют ошибки, которые получаются в результате постоянно действующих причин (факторов). Если влияние этих факторов заранее известно, то такие ошибки могут быть в определенной степени исключены различными техническими средствами. Например, известно, что матерчатая рулетка для измерения длины в процессе эксплуатации вытянулась на 1%, поэтому результаты измерения должны быть уменьшены на эту величину.

Случайными называются ошибки, которые являются результатом действия многих факторов и при каждом измерении полу-

чают случайные значения. Случайные ошибки могут подчиняться различным законам распределения, но при большом числе измерений подчиняются, как правило, закону нормального распределения.

Многими исследованиями доказано, что ошибки большинства измерений, применяемых при стрельбе из образцов артиллерийского и стрелкового вооружения, подчиняются закону нормального распределения.

Пример 1. Армейское подразделение выполняет упражнения по визуальному определению расстояний до цели, удаленной на 500 м. Результаты определения дальности x 20 солдатами и сержантами следующие: 420, 430, 440, 440, 460, 480, 500, 500, 510, 520, 530, 530, 540, 550, 560, 580, 580, 600, 610, 620 м. Определить срединное отклонение и установить, можно ли считать ошибку измерения подчиняющейся нормальному закону?

Решение. Найдем среднее значение опытной дальности x:

$$\overline{X} = \frac{\Sigma x_i}{20} = \frac{10400}{20} = 520 \text{ м},$$

что близко к истинной величине дальности.

Вычислим по формуле (1.11.1) отклонения Δ_i и запишем их в порядке возрастания: —100, —90, —80, —80, —60, —40, —20, —20, —10, 0, 10, 10, 20, 30, 40, 60, 60, 80, 90, 100 м. Отделив в начале и в конце ряда по 25% отклонений (по 5 отклонений), получим средний ряд с 50% отклонений: —40, —20,..., 0..., 30, 40. Интервал, включающий этот ряд, составляет 40—(—40)=80 м и равен $2E$. Поэтому приближенное значение срединного отклонения $E=40$ м.

Из ряда отклонений видно, что 50% из них укладывается в значения $|\Delta_i| \leqslant E$, 30% — в $E \leqslant |\Delta_i| \leqslant 2E$ и 20% — в $2E \leqslant |\Delta_i|$. Это близко к ряду нормального распределения

$$0{,}25 + 0{,}25 = 0{,}5; \quad 0{,}16 + 0{,}16 = 0{,}32; \quad 0{,}07 + 0{,}07 + 0{,}02 + 0{,}02 = 0{,}18$$

(т. е. 50%, 32% и 18%).

В практике способы измерений различают по степени их точности. Для характеристики точности используют следующие ошибки измерений: среднюю арифметическую, среднюю квадратическую и срединную (вероятную). Результат каждого измерения приходится сравнивать не с истинным значением измеряемой величины, поскольку оно неизвестно, а с таким значением, которое можно считать наиболее приемлемым, близким к истинному. В качестве такого значения в практике принимают среднее арифметическое отдельных результатов:

$$X_{\text{ср}} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n},$$

где x_1, x_2, ..., x_n — результаты отдельных измерений;
n — общее число измерений.

Средний результат измерений может отличаться от истинного значения измеряемой величины тем больше, чем меньше отдельных измерений. Чем больше произведено измерений, тем будет ближе полученный средний результат к истинному значению измеряемой величины.

Средней арифметической ошибкой называется отношение суммы абсолютных значений всех ошибок к общему числу их:

$$E_a = \frac{|\Delta_1| + |\Delta_2| + \ldots + |\Delta_n|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\Delta_i|}{n},$$

где $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_n$ — ошибки измерения;
n — количество ошибок.

Средняя квадратическая ошибка аналогична среднему квадратическому отклонению (см. параграф 1.9). Ее величина определяется по зависимости *

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \ldots + \Delta_n^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2}{n-1}}. \qquad (1.11.2)$$

Срединной называется такая ошибка, которая по своей абсолютной величине больше каждой из ошибок одной половины и меньше каждой из ошибок другой половины всех ошибок, расположенных в ряд в возрастающем или убывающем порядке. Срединная ошибка E аналогична срединному отклонению (см. параграф 1.9).

Между срединной и средней квадратической ошибками имеются следующие численные зависимости:

при нормальном законе распределения ошибок

$$E \approx 0{,}6745\sigma \approx \frac{2}{3}\sigma;$$

при законе равномерной плотности

$$E = \frac{\sqrt{3}}{2}\sigma \approx 0{,}87\sigma.$$

Понятия отклонения случайной величины от ее среднего значения и ошибки измерения во многом сходны. Если полученное значение измеряемой величины рассматривать как случайную

* Для получения так называемой несмещенной оценки, которая является наиболее точной, в знаменателе формулы (1.11.2) стоит величина $n-1$, а не n.

величину (что вполне правомерно), то ошибка ничем не отличается от отклонения и на них распространяются одни и те же законы теории вероятностей.

При ограниченном числе измерений средний результат $X_{ср}$ обычно имеет отклонение от истинного значения измеряемой величины X_0. Это отклонение называется ошибкой среднего результата измерений. Так, при одинаковом способе и числе измерений одной и той же величины ошибки среднего результата будут иметь различные значения, поскольку каждая из них зависит от ряда случайных факторов.

Пусть некоторая величина измерена одним и тем же способом большое количество раз и все результаты измерения в порядке их выполнения разделены на группы по n результатов в каждой. Средние результаты измерения в каждой группе будут неодинаковыми и характеризоваться ошибками. Разные по величине ошибки средних результатов будут подчиняться, как правило, закону нормального распределения и иметь свои срединные ошибки среднего результата.

Срединной ошибкой среднего результата R называется отношение срединной ошибки отдельного измерения E к корню квадратному из числа измерений n,

$$R = \frac{E}{\sqrt{n}}.$$

Пример 2. Произведено 10 выстрелов из пулемета. На расстоянии 25 м от дульного среза скорости пули составили: 807, 803, 814, 809, 816, 815, 806, 819, 815 и 806 м/с. Вычислить среднюю скорость пули $\bar{v}_{25}$, средние арифметическую и квадратическую ошибки, а также срединные ошибки отдельного измерения и среднего результата.

Решение. Находим:

— среднюю скорость пули

$$\bar{v}_{25} = \frac{807 + 803 + 814 + 809 + 816 + 815 + 806 + 819 + 815 + 806}{10} =$$

$$= 811 \text{ м/с};$$

— отклонения Δ_i каждой измеренной скорости от средней:

$$-4,\ -8,\ 3,\ -2,\ 5,\ 4,\ -5,\ 8,\ 4,\ -5 \text{ м/с};$$

— среднюю арифметическую ошибку

$$E_a = \frac{4 + 8 + 3 + 2 + 5 + 4 + 5 + 8 + 4 + 5}{10} = 4{,}8 \text{ м/с};$$

— среднюю квадратическую ошибку

$$\sigma = \sqrt{\frac{16 + 64 + 9 + 4 + 25 + 16 + 25 + 64 + 16 + 25}{9}} = 5{,}4 \text{ м/с};$$

— срединную ошибку

$$E = 0{,}6745 \cdot 5{,}4 = 3{,}7 \text{ м/с}.$$

Так как производилось 10 измерений, то срединная ошибка среднего результата имеет значение

$$R = \frac{E}{\sqrt{n}} = \frac{3{,}7}{\sqrt{10}} = 1{,}2 \text{ м/с}.$$

Как видно, отдельному измерению сопутствует срединная ошибка 3,7 м/с, а среднему по 10 выстрелам — в три раза меньшая — 1,2 м/с. Увеличение числа измерений повысило точность среднего результата.

При проведении стрельб из артиллерийского и стрелкового вооружения рассматриваются измерения, ошибки которых имеют различные величину, знак и положение на плоскости. Например, при определении дальности до цели срединная ошибка измерения совпадает с плоскостью стрельбы, при измерении бокового ветра — она находится в плоскости, перпендикулярной к плоскости стрельбы, и т. д. При определении суммарной ошибки необходимо руководствоваться следующими правилами.

1. Сложение ошибок, направленных по одной прямой, проводится по общему правилу сложения векторов, т. е. подсчитывается их алгебраическая сумма

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \ldots,$$

где Δ — суммарная ошибка;

Δ_1, Δ_2, ... — ошибки различных измерений, одинаково направленных.

2. Квадрат суммарной срединной ошибки E нескольких составляющих срединных ошибок E_1, E_2, ... от различных факторов, действующих в одинаковом направлении, вычисляется как сумма квадратов составляющих *:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + \ldots$$

Из этого выражения следует, что

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \ldots}. \qquad (1.11.3)$$

3. Сложение ошибок, имеющих разные направления в одной плоскости, проводится геометрически по правилу параллелограмма.

---

* Это является следствием того, что дисперсия суммы нескольких случайных величин равна сумме дисперсий этих величин. Указанное правило очень важно и часто используется в дальнейшем.

1.12. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ И ВЕРОЯТНОСТНАЯ ЗАВИСИМОСТИ

При решении научных и технических задач встречаются два вида зависимости величин: функциональная и вероятностная.

Функциональная зависимость — это тип полной, жесткой зависимости. При ней каждому значению параметра X соответствуют строго определенные значения зависящих от него функций Y, Z, ... Многие физические законы и технические соотношения являются примерами функциональной зависимости. Например, закон Ома $I = \frac{U}{R}$ является примером функциональной зависимости силы тока I и напряжения U. Числа оборотов валов червячного редуктора — также пример функциональной связи. В обоих случаях одна величина определяет строгое и конкретное значение второй *.

Однако в природе имеет место и другой вид зависимости. *Вероятностная* (или *стохастическая*) *зависимость* — это такой вид зависимости, когда конкретному значению параметра X соответствует не строго определенное значение зависящих от него функций Y, Z, ..., а величины их в определенных пределах. При вероятностной зависимости функции Y, Z, ... являются величинами случайными, а законы распределения их целиком или частично определяются значением параметра X. Например, при стрельбе из автомата очередями отклонения пробоин разных выстрелов одной очереди от точки прицеливания — величины связанные: если стрелок при наводке автомата ошибся в прицеливании и все выстрелы очереди отклонились, допустим, вправо, то положение всех выстрелов определяется отклонением любого из них, однако из-за рассеивания это положение может изменяться в некоторых пределах. Известно, что масса человека в целом зависит от его роста: чем больше последний, тем больше и масса. Часто применяется статистическая формула (индекс Брока), связывающая массу взрослого человека Q (в кг) с его ростом H (в см) и возрастом:

$$Q = (H - 100)\left[1 + 0{,}03\left(\frac{T}{10} - 2\right)\right],$$

где T — число целых лет.

Можно убедиться в справедливости этой формулы в среднем для группы людей и не получить точного результата для себя лично.

---

* Может определять не одно, а несколько значений. Например, $y = \pm\sqrt{x}$ (положительное и отрицательное значения).

Степень зависимости между двумя или несколькими величинами бывает разной. Чем сильнее зависимость, тем ближе вероятностная связь к функциональной; чем она слабее, тем больше оснований считать величины Y, X, Z, ... независимыми. Для характеристики зависимости двух случайных величин или двух случайных ошибок используют так называемый корреляционный момент (момент связи), который является математическим ожиданием произведения отклонений случайных величин от их МО:

$$K_{xy} = M[(X - m_x)(Y - m_y)],$$

где K_{xy} — корреляционный момент величин X и Y;

m_x, m_y — математические ожидания случайных величин X и Y.

Для дискретных случайных величин это уравнение принимает форму

$$K_{xy} = \sum_i \sum_j (x_i - m_x)(y_j - m_y) P_{ij}, \qquad (1.12.1)$$

а для непрерывных случайных величин выражается через интеграл вида

$$K_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty}\int (x - m_x)(y - m_y) f(x, y)\, dxdy.$$

Можно доказать, что для независимых случайных величин корреляционный момент равен 0, а для функционально зависимых — произведению абсолютных величин их средних квадратических ошибок $\sigma_x\sigma_y$. Поэтому справедлива запись:

$$0 \leqslant |K_{xy}| \leqslant \sigma_x\sigma_y.$$

Как видно, корреляционный момент имеет размерность произведения случайных величин, что неудобно. С другой стороны, он характеризует не только связь между величинами, но и рассеивание их. Поэтому для характеристики силы связей между двумя величинами в более чистом виде переходят к относительной безразмерной величине

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x\sigma_y},$$

которая называется *коэффициентом корреляции.*

Из сказанного выше следует, что $-1 \leqslant r_{xy} \leqslant 1$, причем для независимых величин $r_{xy} = 0$, а для функционально зависимых $|r_{xy}| = 1$. Равенство нулю коэффициента корреляции — необходимое, но не достаточное условие независимости величин; оно

свидетельствует лишь о некоррелированности величин, т. е. о том, что не связаны их средние значения, но не дисперсии.

Коэффициент корреляции характеризует не любую вероятностную зависимость, а только линейную, которая для случая функциональной связи имеет вид

$$Y = AX + B. \tag{1.12.2}$$

При этом, если $r_{xy} > 0$, то в выражении (1.12.2) $A > 0$, т. е. при возрастании X величина Y имеет тенденцию увеличиваться (положительная корреляция). Аналогично, если $r_{xy} < 0$, то $A < 0$ и при возрастании X величина Y убывает (отрицательная корреляция).

При практических вычислениях коэффициента корреляции вместо формулы (1.12.1) используют так называемый несмещенный корреляционный момент

$$\overline{K_{xy}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{X})(y_i - \overline{Y})}{n-1},$$

где x_i, y_i — значения случайных величин, полученные при i-м испытании;

$\overline{X}, \overline{Y}$ — средние значения случайных величин,

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}; \quad \overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n};$$

n — число испытаний.

При недостаточно большом числе опытов или в случае малого значения коэффициента корреляции реальность связи между рассматриваемыми величинами вызывает сомнение. В этом случае необходимо выяснить насколько достоверно полученное значение коэффициента корреляции и случайно ли оно отличается от нуля. В простейшем случае это достигается сравнением коэффициента корреляции с величиной средней квадратической ошибки его определения

$$\sigma_r = \frac{1 - r_{xy}^2}{\sqrt{n-1}}. \tag{1.12.3}$$

Максимальная ошибка в определении коэффициента корреляции равна $3\sigma_r$, поэтому можно считать, что истинное значение

коэффициента корреляции $\bar{r}_{xy}$ отличается от опытного r_{xy} не более, чем на эту величину:

$$|\bar{r}_{xy} - r_{xy}| \leqslant 3\sigma_r. \qquad (1.12.4)$$

Отсюда следует, что

$$r_{xy} - 3\sigma_r \leqslant \bar{r}_{xy} \leqslant r_{xy} + 3\sigma_r.$$

Условие (1.12.4) позволяет оценить точность определения коэффициента корреляции. Если r_{xy} близок к нулю, то можно подозревать, что $\bar{r}_{xy}=0$. В этом случае из формул (1.12.4) и (1.12.3) получим

$$|r_{xy}| \leqslant 3\sigma_r = \frac{3(1-r_{xy}^2)}{\sqrt{n-1}}. \qquad (1.12.5)$$

Это условие случайности отличия r_{xy} от нуля: если оно выполняется, то можно считать, что отличие r_{xy} от нуля случайно и связь отсутствует; если $|r_{xy}| \geqslant 3\sigma_r$, то связь реальна.

Пример. Стрелок произвел по вертикальному щиту 10 коротких очередей из автомата по три выстрела в каждой. Установить характеристики рассеивания и характер связи между выстрелами в очередях. Координаты пробоин (по высоте) приведены в табл. 1.

Решение. Обработав результаты стрельбы (табл. 1), вычисляем:

— средние квадратические отклонения первых, вторых и третьих выстрелов

$$\sigma_1 = \sqrt{102} = 10{,}1 \text{ см}; \quad \sigma_2 = \sqrt{2092} = 45{,}7 \text{ см};$$

$$\sigma_3 = \sqrt{3818} = 61{,}8 \text{ см};$$

— соответствующие им срединные отклонения

$$E_1 = 0{,}6745 \cdot 10{,}1 = 6{,}8 \text{ см}; \quad E_2 = 0{,}6745 \cdot 45{,}7 = 30{,}8 \text{ см};$$

$$E_3 = 0{,}6745 \cdot 61{,}8 = 41{,}7 \text{ см};$$

— корреляционные моменты первых и вторых, первых и третьих, вторых и третьих выстрелов

$$\bar{K}_{1,2} = 155 \text{ см}^2; \quad \bar{K}_{1,3} = 74 \text{ см}^2; \quad \bar{K}_{2,3} = 1827 \text{ см}^2;$$

— коэффициенты корреляции первых и вторых, первых и третьих, вторых и третьих выстрелов очередей

$$r_{1.2} = \frac{155}{10{,}1 \cdot 45{,}7} = 0{,}33;$$

Таблица 1

Исходные данные и результаты их обработки для вычисления коэффициентов корреляции выстрелов

Порядковый номер очереди i	Координаты пробоин выстрелов в очереди, см			Отклонения координат от среднего значения			Квадраты отклонений			Произведения отклонений		
	первых y_1	вторых y_2	третьих y_3	$\Delta_{1i} = y_{1i} - \overline{Y_1}$	$\Delta_{2i} = y_{2i} - \overline{Y_2}$	$\Delta_{3i} = y_{3i} - \overline{Y_3}$	Δ_{1i}^2	Δ_{2i}^2	Δ_{3i}^2	$\Delta_{1i}\Delta_{2i}$	$\Delta_{1i}\Delta_{3i}$	$\Delta_{2i}\Delta_{3i}$
1	— 3	—57	—131	— 7	—32	—91	49	1024	8281	224	637	2912
2	—12	—89	— 50	—16	—64	—10	256	4096	100	1024	160	640
3	— 3	21	52	— 7	46	92	49	2116	8464	— 322	—644	4232
4	12	—27	— 29	8	— 2	11	64	4	121	— 16	88	— 22
5	19	7	— 7	15	32	33	225	1024	1089	480	495	1056
6	5	—52	— 98	1	—27	—58	1	729	3364	— 27	— 58	1566
7	7	17	62	3	42	102	9	1764	10404	126	306	4284
8	16	—77	— 82	12	—52	—42	144	2704	1764	— 624	—504	2184
9	9	46	— 52	5	71	—12	25	5041	144	355	— 60	852
10	— 6	—43	— 65	—10	—18	—25	100	324	625	180	250	450
Σ	+44	—254	—400	—	—	—	922	18826	34356	1400	670	16450
$Y_{ср} = \Sigma/10$	+ 4	—25	— 40	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$\Sigma/9$	—	—	—	—	—	—	102	2092	3818	155	74	1827

$$r_{1,3} = \frac{74}{10,1 \cdot 61,8} = 0,12;$$

$$r_{2,3} = \frac{1827}{45,7 \cdot 61,8} = 0,65;$$

Вычисленные коэффициенты корреляции свидетельствуют о слабой связи вторых и третьих выстрелов очередей с первым (коэффициенты корреляции 0,33 и 0,12), что позволяет считать эти выстрелы независимыми от первых; величина $r_{2,3}=0,65$ говорит о значительно более сильной связи последующих выстрелов между собой.

Для оценки реальности установленных связей найдем величины средних квадратических ошибок вычисленных коэффициентов корреляции:

$$\sigma_{r1,2} = \frac{1 - 0,33^2}{\sqrt{10 - 1}} = 0,30;$$

$$\sigma_{r1,3} = \frac{1 - 0,12^2}{\sqrt{10 - 1}} = 0,33;$$

$$\sigma_{r2,3} = \frac{1 - 0,65^2}{\sqrt{10 - 1}} = 0,19.$$

По условию (1.12.5) имеем:

$$r_{1,2} < 3\sigma_{r1,2} = 0,90;$$

$$r_{1,3} < 3\sigma_{r1,3} = 0,99;$$

$$r_{2,3} > 3\sigma_{r2,3} = 0,57.$$

Поэтому связь первых выстрелов со вторыми и третьими можно считать отсутствующей, а вторых с третьими — реальной.

Глава II

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

К задачам математической статистики относится разработка методов описания, регистрации и анализа экспериментальных данных, полученных в результате наблюдений случайных явлений. В практических исследованиях наиболее часто встречаются следующие три типичные задачи математической статистики.

1. *Определение закона распределения случайной величины* по статистическим данным (результатам наблюдений). Поскольку при различных опытах количество экспериментальных данных ограничено, результаты наблюдений могут содержать элементы случайности. Поэтому необходима проверка исходной информации на однородность, т. е. исключение возможных анормальных результатов и сглаживание (выравнивание) этой информации с помощью простых аналитических зависимостей.

2. *Проверка правдоподобия гипотез.* При обработке и анализе статистических данных можно утверждать о подчинении случайной величины тому или иному закону распределения — нормальному, равномерному и т. д. Необходима оценка достоверности этих гипотез.

3. *Поиск неизвестных параметров распределения.* Когда характер закона распределения случайной величины известен, необходимо решать более узкую задачу — определять некоторые параметры распределения (числовые характеристики) случайной величины.

2.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В математической статистике рассматриваются случайные величины, которые появляются в результате опыта или наблюдения. Вся совокупность однотипных единиц или явлений, над частью которой производятся опыты или наблюдения, называется *генеральной совокупностью.*

Генеральная совокупность может быть как *конечной*, так и *бесконечно большой*. Если, например, в результате опытов определяется начальная скорость пуль патронов какой-либо партии, то вся партия патронов является конечной генеральной совокупностью, хотя и достаточно большой. Случайной величиной может быть число задержек в работе автоматики пулемета данной конструкции. Поскольку пулеметов много, число выстрелов из них очень велико — достигает миллионов, поэтому все выстрелы можно рассматривать как бесконечную генеральную совокупность.

При исследованиях невозможно (и нецелесообразно) проводить испытание всей генеральной совокупности, поэтому ограничиваются испытанием части ее. Совокупность наблюденных значений (наблюдений) рассматриваемой случайной величины составляет *выборку* или *статистический ряд*. Различают динамические и вариационные ряды. *Динамическим* называют ряд наблюдений случайной величины в определенные последовательные моменты или периоды (интервалы) времени. *Вариационный* — ряд наблюдений, расположенных в порядке убывания или возрастания случайной величины, независимо от очередности наблюдений.

Первичным способом обработки статистического ряда является построение *статистической функции распределения* случайной величины, под которой понимается частота события $X<x$ в рассматриваемой выборке:

$$F^*(x) = P^*(X < x).$$

Для построения статистической функции распределения необходимо подсчитать число испытаний, в которых рассматриваемая величина приняла значение меньшее чем x, и разделить на общее число n произведенных опытов.

В качестве числовых характеристик положения рассматриваемых случайных величин в математической статистике наиболее часто используются значения среднее арифметическое, медиана или срединное и среднее геометрическое.

Среднее арифметическое значение величины $\overline{X}$ рассматриваемого ряда (выборки) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ определяется по зависимости:

$$\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i,$$

где n — число наблюдений (измерений) случайной величины;

$i = 1, 2, \ldots, n.$

Для подсчета медианы или срединного значения $\tilde{X}_м$ статистического ряда $x_1, x_2, \ldots, x_n$ последний преобразовывают в вариационный ряд, т. е. показатели x располагают в возрастающем

порядке. Если n — нечетное число, то медианой является число, находящееся в середине вариационного ряда

$$\widetilde{X}_{\text{м}}(n) = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}.$$

Если n — четное число, то медиана — это среднее арифметическое двух значений, расположенных в середине вариационного ряда

$$\widetilde{X}_{\text{м}}(n) = \frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right).$$

Среднее геометрическое значение $\dot{X}$ статистического ряда x_1, x_2,..., x вычисляют по уравнению

$$\dot{X} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}.$$

В качестве характеристик рассеивания наблюденных значений случайной величины в математической статистике используются следующие: размах варьирования R; среднее квадратическое отклонение σ или квадрат среднего квадратического отклонения (дисперсия) D; среднее линейное отклонение ρ; коэффициент вариации V.

Размах варьирования составляет разность между максимальным и минимальным значениями случайной величины в данной выборке:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Выборочную дисперсию исследуемого статистического ряда найдем по зависимости

$$D = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2,$$

т. е. дисперсией является средняя арифметическая из квадратов отклонений наблюденных значений случайных величин x_i от их средней арифметической величины $\overline{X}$.

Среднее квадратическое отклонение рассматриваемого статистического ряда вычисляется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2}, \quad \text{т. е.} \quad \sigma = \sqrt{D}.$$

Среднее линейное отклонение представляет собой среднее арифметическое из абсолютных значений отклонений наблюденных случайных величин от их среднего арифметического значения:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{n} |(x_i - \overline{X})|}{\sqrt{n(n-1)}}.$$

Коэффициент вариации — это отношение среднего квадратического отклонения к среднему арифметическому, выраженное в процентах:

$$V = \frac{\sigma}{\overline{X}} 100.$$

Коэффициент вариации используется для сравнения двух статистических рядов по степени их рассеивания относительно среднего значения, при этом бо́льший коэффициент вариации указывает на бо́льшее относительное рассеивание.

2.2. ВЫРАВНИВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЯДОВ

При экспериментальных исследованиях неизбежны элементы случайности, которые иногда являются причиной появления анормальных результатов наблюдений. Например, при проведении стрельб из образцов стрелкового вооружения на кучность боя или эффективность практически всегда число наблюдений ограничено. Поэтому при обработке результатов необходим анализ их с тем, чтобы определить такие числовые характеристики ряда распределения, которые отражали бы существенные особенности данных результатов и исключали случайности, связанные с недостаточным объемом статистических данных.

Одним из первых этапов обработки статистических данных является проверка их на однородность. Эта проверка проводится с целью выявления резко отклоняющихся (анормальных) результатов наблюдений и исключения их из анализируемого статистического ряда.

Анормальные результаты опытов и наблюдений могут иметь различное происхождение. Иногда они появляются вследствие нарушения одинаковости комплекса испытаний, иногда — в результате непредвиденных и незамеченных ошибок измерительных приборов или человека-экспериментатора. Например, анормальный результат определения баллистических характеристик может появиться вследствие меньшей, чем предусмотрено чертежом, навески порохового заряда в одном патроне, случайной ошибки хронометра и т. д. При определении кучности боя анормальное отклонение одной пробоины может быть следствием большой ошибки

стрелка при прицеливании или «расслабления» его при выстреле и т. д.

Проверка результатов наблюдений на однородность проводится с помощью различных статистических критериев. Наиболее часто в практических исследованиях используется критерий Н. В. Смирнова:

$$\bar{t}_n = \frac{|x_{\text{ан}} - \bar{X}|}{\sigma}, \qquad (2.2.1)$$

где $x_{\text{ан}}$ — результат наблюдений, подозреваемый в анормальности.

Для заданного уровня значимости q при данном числе наблюдений n определяют табличное значение критерия $\bar{t}_q$ (см. табл. 1 приложения 2) и сравнивают расчетный и табличный критерии. При $\bar{t}_n \geqslant \bar{t}_q$ результат наблюдения является анормальным и подлежит исключению из анализируемой совокупности. Уровень значимости q в практических исследованиях обычно принимается равным 0,05. Чем меньше уровень значимости, тем меньше вероятность забраковать верную гипотезу и признать нормальный результат наблюдений анормальным. Величина $P = 1 - q$ называется статистической достоверностью принятия рассматриваемой гипотезы анормальности.

Пример 1. С целью оценки кучности боя стрелок произвел из снайперской винтовки 10 выстрелов на дальность 200 м. Отклонения пробоин по высоте от точки прицеливания (y_i) составили, см: —6,0; 32,3; 13,7; 11,8; 3,7; 3,5; —2,5; —3,1; 8,3; 3,3. В результате обработки данных стрельбы получены следующие характеристики рассеивания пуль по высоте: среднее значение отклонения $\bar{Y} = 6{,}5$ см; среднее квадратическое отклонение $\sigma = 11{,}1$ см. Наибольшее отклонение от $\bar{Y}$ получено при втором выстреле. Оценить нормальность этого отклонения.

Решение. По формуле (2.2.1) имеем

$$\bar{t}_n = \frac{|32{,}3 - 6{,}5|}{11{,}1} = \frac{25{,}8}{11{,}1} = 2{,}32.$$

По табл. 1 приложения 2 для $n = 10$ и $q = 0{,}05$ находим $\bar{t}_q = 2{,}18$. Так как $\bar{t}_n > \bar{t}_q$, то второй выстрел следует считать анормальным со статистической достоверностью 0,95. Без этого выстрела (по 9 выстрелам) $\bar{Y} = 3{,}6$ см и $\sigma = 6{,}8$ см, т. е. один анормальный выстрел увеличил отклонение и характеристику рассеивания в 1,7—1,8 раза.

Помимо оценки анормальности отдельного наблюдения, иногда возникает необходимость проверки однородности двух рядов распределения (выборок). Эта проверка преследует цель установить принадлежность выборок одной генеральной совокупности или достаточную их схожесть с тем, чтобы различие между ними считать несущественным. Проверка однородности рядов может быть проведена сравнением выборочных средних арифметических величин $\bar{X}_1$ и $\bar{X}_2$ или дисперсий σ_1^2 и σ_2^2.

Проверка однородности двух рядов распределения по их средним арифметическим значениям $\overline{X}_1$ и $\overline{X}_2$ проводится так. Если число наблюдений велико ($n \geqslant 25$), то вычисляется величина критерия

$$t = \frac{|\overline{X}_1 - \overline{X}_2|}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}},$$

где n_1, n_2 — объемы выборок соответствующих рядов;
$\overline{X}_1$, $\overline{X}_2$ — средние арифметические выборок;

$$\sigma^2 = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \left[\sum_{i=1}^{n_1} (x_{1i} - \overline{X}_1)^2 + \sum_{i=1}^{n_2} (x_{2i} - \overline{X}_2)^2 \right].$$

Далее по заданному уровню значимости q и объемам выборок $n = (n_1 + n_2 - 2)$ находят значение t_q — критерия Стьюдента (см. табл. 2 приложения 2). В случае выполнения неравенства $t < t_q$ выборки (ряды) однородны. Если число наблюдений невелико ($n < 25$), то критерий вычисляется по зависимости

$$t = \frac{|\overline{X}_1 - \overline{X}_2|}{\sqrt{n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}},$$

где

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{1}^{n_1} (x_{1l} - \overline{X}_1)^2; \quad \sigma_2^2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{1}^{n_2} (x_{2l} - \overline{X}_2)^2.$$

Далее, как и в первом случае, рассматривается неравенство $t < t_q$.

Критерий Стьюдента применим, строго говоря, в том случае, если рассматриваемые выборки подчиняются закону нормального распределения и их дисперсии различаются не очень значительно. Однако практически его применяют и в тех случаях, когда закон распределения близок к нормальному.

Пример 2. Две группы стрелков из 19 и 18 человек обучались стрельбе из пистолета по разным методикам обучения. На зачетных стрельбах каждый из них выбил x_i очков (табл. 2). Установить, одинаковы ли методики обучения, учитывая ограниченность численного состава групп и срока обучения.

Решение. Для решения задачи достаточно определить однородны ли выборки, представленные в табл. 2.

Таблица 2

Результаты стрельбы из пистолета

Группа	Количество выбитых очков x_i																		
Первая	55	41	58	91	57	94	79	48	75	77	95	39	75	27	86	51	38	92	52
Вторая	36	64	50	36	56	50	45	94	25	48	28	48	30	51	60	73	87	68	—

Так как $n_1=19$ и $n_2=18$, т. е. каждое число меньше 25, то применяем второй способ подсчета критерия t. Вычисления дают следующие результаты:

$$\overline{X_1}=64{,}7;\quad \overline{X_2}=52{,}7;\quad \sigma_1^2=467{,}6;\quad \sigma_2^2=370{,}1;\quad n=35;\quad t=1{,}73.$$

По табл. 2 приложения 2 при заданном уровне значимости $q=0{,}05$ и $n=35$ определяем значение $t_q=2{,}03$ (интерполируя по $n=30$ и $n=40$). Поскольку $t_q>t$, то выборки однородны и, следовательно, методики обучения обеих групп стрелков одинаковы.

Проверка однородности двух рядов распределения объемов n_1 и n_2 путем сравнения их выборочных дисперсий σ_1^2 и σ_2^2 проводится с использованием критерия Фишера, который определяется по зависимости

$$F=\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}.$$

При этом в числителе должна быть дисперсия, имеющая большее значение для того, чтобы получить $F>1$. Затем находят табличное значение F_q критерия (см. табл. 3 приложения 2) при заданном уровне значимости $q=0{,}05$ и степенях свободы $m_1=n_1-1$ и $m_2=n_2-1$. Если выполняется неравенство $F<F_q$, то расхождение между дисперсиями рассматриваемых выборок является случайным (не существенным) и выборки однородны.

Кроме этого критерия, проверка однородности двух выборок может проводиться по критерию

$$K=\frac{\theta-1}{\sigma(\theta)}, \tag{2.2.2}$$

где

$$\theta=\frac{n_1(n_2-3)}{n_2(n_1-1)}\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}; \tag{2.2.3}$$

$$\sigma(\theta)=\sqrt{\frac{2(n_1+n_2-4)}{(n_1-1)(n_2-5)}}. \tag{2.2.4}$$

Если выполняется неравенство $K=\frac{\theta-1}{\sigma(\theta)} \leqslant 3$, то расхождение между дисперсиями рассматриваемых выборок является случайным и выборки однородны.

Следует отметить, что если $F>F_q$ или $K>3$, то расхождение между выборками не случайно, а существенно и они не однородны.

Пример 3. В условиях примера 2 установить в какой мере стрелки первой и второй групп одинаковы по своим способностям к стрельбе.

Решение. Для решения задачи можно сравнить рассеивание результатов стрельбы каждой группы. Для первой группы имеем $n_1=19$, $\sigma_1^2=467{,}6$; для второй группы $n_2=18$; $\sigma_2^2=370{,}1$. Подсчитываем опытное значение критерия Фишера $F=\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}=1{,}26$. По табл. 3 приложения 2 для $m_1=n_1-1=18$ и $m_2=n_2-1=17$ интерполированием находим $F_q=2{,}28$. Так как $F<F_q$, то выборки по дисперсиям однородны.

Применяя критерий K, вычисляем по формулам (2.2.2)—(2.2.4) значения $\theta=1{,}111$; $\sigma(\theta)=0{,}531$; $K=0{,}21$. Так как $K<3$, то выборки по дисперсиям однородны.

Поскольку оба статистических ряда имеют одинаковое рассеивание, то можно считать способности стрелков обеих групп одинаковыми.

2.3. СРАВНЕНИЕ ОПЫТНОГО И ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Одной из частых задач приложения математической статистики к практике оценки эффективности стрельбы является проверка гипотезы о виде закона распределения выборки. Например, в результате стрельб из автомата или пулемета получают опытный закон рассеивания выстрелов (пуль). Прежде всего необходимо установить, является ли этот закон нормальным, ибо от этого зависят методы вычисления вероятности попадания в различные цели.

Для сравнения опытного и теоретического распределений существуют несколько критериев согласия, которые называются именами ученых, их предложивших. Наиболее употребительными являются критерии Колмогорова, Пирсона и Романовского. Однако, прежде чем применять один из этих критериев, необходимо произвести преобразование опытного статистического ряда, подготовив его к сравнению с теоретическим распределением. Эта подготовка состоит в следующем:

— статистический ряд $x_1, x_2, \ldots, x_n$ располагают в возрастающем порядке и находят минимальное $x_{\min}$, максимальное $x_{\max}$ значения случайных величин и размах $R=x_{\max}-x_{\min}$;

— находят среднее арифметическое значение X и среднее квадратическое отклонение σ;

— весь ряд разбивают на N интервалов $k_1, k_2, k_3, \ldots, k_N$, желательно (но не обязательно) равной протяженности, причем $\sum_{j=1}^{N} k_j \approx R$ (начало x_0 первого интервала k_1 может быть менее $x_{\min}$, а окончание последнего интервала более $x_{\max}$);

— подсчитывают частоты n_j (число попаданий) попадания величин x_i в каждый интервал k_j, причем

$$\sum_{j=1}^{N} n_j = n, \tag{2.3.1}$$

где n — общее число членов статистического ряда;

— вычисляют значения середин интервалов k_j

$$\overline{X_j} = x_0 + \sum_{j=1}^{j-1} k_j + \frac{1}{2} k_j.$$

Очевидно, что частоты попадания n_j относятся к серединам интервалов $\overline{X}_j$.

После подготовки статистического ряда вычисляются значения теоретических частот попадания величин x в соответствующие интервалы. Для наиболее часто встречающегося нормального закона распределения эти частоты можно подсчитать по формуле

$$n_j' = \frac{nk_j}{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\overline{X_j} - \overline{X})^2}{2\sigma^2}}.$$

Для удобства вычисления обозначим так называемое нормированное отклонение $\frac{(\overline{X_j} - \overline{X})}{\sigma} = t$. Тогда получим

$$n_j' = \frac{nk_j}{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}. \tag{2.3.2}$$

Функция

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

табулирована (см. табл. 4 приложения 2).

Если предполагается, что опытное распределение подчиняется закону равномерной плотности в интервале ab, то

$$n_j' = \frac{nk_j}{b-a}, \qquad (2.3.3)$$

причем в этом случае надо полагать, что $a=x_0$ (начало первого интервала) и $b \geqslant x_0 + \sum_{j=1}^{N} k_j$ (конец последнего интервала).

Сравнение опытного и теоретического распределений производится либо по размаху R, либо по опытным частотам n_j из формулы (2. 3. 1) и теоретическим частотам n_j' по уравнениям (2. 3. 2) или (2. 3. 3).

КРИТЕРИЙ СОГЛАСИЯ ПИРСОНА

Известный английский статистик К. Пирсон для оценки согласия опытного и теоретического распределений предложил критерий, который определяется по зависимости

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{N} \frac{(n_j - n_j')^2}{n_j'}.$$

Вычислив этот критерий, находим предельное значение $\overline{\chi^2}$ (см. табл. 5 приложения 2). Входными числами в таблицу Пирсона служат число степеней свободы $m=N-3$ и уровень значимости α. Если $\chi^2 < \overline{\chi^2}$, то можно считать, что опытное распределение согласуется с теоретическим, если $\chi^2 > \overline{\chi^2}$, то согласования нет.

Уровень значимости α означает вероятность, с которой можно в опытах ожидать получение значения χ^2 большего, чем табличное. Если эта вероятность мала, то наблюденное значение χ^2 не случайно меньше табличного, так как случайные явления с малой вероятностью можно считать невозможными.

Пример 1. Используя данные примера 1 параграфа 1.12, установить, какому закону распределения подчиняется рассеивание выстрелов: нормальному или равномерной плотности?

Решение. Обращаясь к координатам y (см. табл. 1) находим: $y_{max}=62$ см; $y_{min}=-131$ см; $R=y_{max}-y_{min}=193$ см; $\overline{Y}=-20$ см; $\sigma=59{,}2$ см.

Разобьем ряд всех значений y (y_1, y_2 и y_3) на 10 интервалов ($N=10$), каждый протяженностью $k_j=20$ см. За начало ряда примем $y_0=-135$ см, за конец $y_k=65$ см. Дальнейший порядок проведения расчетов показан в табл. 3.

Таблица 3

Сравнение опытного и теоретического распределений

Номер интервала j	Границы интервала, см		Число n_j значений y_i в интервале	Середина интервала $\overline{Y}_j$	Нормальный закон						Закон равномерной плотности		
	от	до			$\overline{Y}_j - \overline{Y}$	$t = \frac{\overline{Y}j - \overline{Y}}{\sigma}$	$f(t)$	$n_j' = 10{,}1 f(t)$	$n_j - n'_j$	$\frac{(n_j - n_j')^2}{n_j'}$	n'_j	$n_j - n'_j$	$\frac{(n_j - n'_j)^2}{n'_j}$
1	—135	—115	1	—125	—105	—1,77	0,0833	0,8	0,2	0,05	3	—2	1,33
2	—115	— 95	1	—105	— 85	—1,44	0,1415	1,4	—0,4	0,11	3	—2	1,33
3	— 95	— 75	3	— 85	— 65	—1,10	0,2179	2,2	0,8	0,29	3	0	0
4	— 75	— 55	2	— 65	— 45	—0,76	0,2989	3,0	—1,0	0,33	3	—1	0,33
5	— 55	— 35	3	— 45	— 25	—0,42	0,3653	3,6	—0,6	0,10	3	0	0
6	— 35	— 15	2	— 25	— 5	—0,085	0,3975	4,0	—2,0	1,00	3	—1	0,33
7	— 15	5	5	— 5	15	0,25	0,3867	3,9	1,1	0,36	3	2	1,33
8	5	25	9	15	35	0,59	0,3352	3,4	5,6	9,22	3	6	12,00
9	25	45	1	35	55	0,93	0,2589	2,6	—1,6	0,98	3	—2	1,33
10	45	65	3	55	75	1,27	0,1781	1,8	1,2	0,80	3	0	0
Σ	—	—	30	—	—	—	—	26,7	—	13,24	30	—	17,98

Предварительные вычисления для расчетов:

— по формуле (2.3.2)

$$\frac{nk_j}{\sigma} = \frac{30 \cdot 20}{59{,}2} = 10{,}1;$$

— по соотношению (2.3.3)

$$n_j' = \frac{nk_j}{b-a} = \frac{nk_j}{y_k - y_0} = \frac{30 \cdot 20}{200} = 3.$$

По табл. 5 приложения 2, считая $m = N - 3 = 10 - 3 = 7$ и $\alpha = 0{,}05$, найдем $\overline{\chi^2} = 14{,}1$. Для нормального закона $\chi^2 = 13{,}24 < \overline{\chi^2}$ (см. табл. 3), поэтому можно считать, что рассеивание координат согласуется с этим законом распределения, а не с законом равномерной плотности, при котором $\chi^2 = 17{,}98 > \overline{\chi^2}$.

КРИТЕРИЙ СОГЛАСИЯ РОМАНОВСКОГО

Известный советский ученый проф. В. И. Романовский для оценки согласия опытного и теоретического статистических рядов предложил применять бестабличный приближенный метод, по которому условием согласования рядов является выполнение неравенства

$$\frac{|\chi^2 - m|}{\sqrt{2m}} < 3.$$

Если это условие выполняется, то можно считать, что опытное распределение отвечает теоретическому, в противном случае этого утверждать нельзя.

Пример 2. Произвести оценку данных, приведенных в примере 1, по критерию Романовского.

Решение. Для нормального закона имеем

$$\frac{|\chi^2 - m|}{\sqrt{2m}} = \frac{|13{,}24 - 7|}{\sqrt{2 \cdot 7}} = 1{,}67 < 3.$$

Поэтому можно считать, что нормальный закон подходит к опытному распределению координат пробоин.

Для закона равномерной плотности

$$\frac{|\chi^2 - m|}{\sqrt{2m}} = \frac{|17{,}98 - 7|}{\sqrt{2 \cdot 7}} = 2{,}94 < 3.$$

Полученное значение хотя и меньше 3, но близко к этому числу. Учитывая приближенный характер рассматриваемого критерия, необходимо произвести оценку по другому, более объективному критерию.

КРИТЕРИЙ КОЛМОГОРОВА

Выдающийся советский математик акад. А. Н. Колмогоров предложил λ-критерий согласования опытного и теоретического рядов.

Для использования его вычисляют накопленные частоты каждого из сравниваемых рядов и максимальную разность D между ними (по абсолютному значению). Затем подсчитывают критерий

$$\lambda = D\sqrt{n} \tag{2.3.4}$$

и по табл. 6 приложения 2 определяют вероятность $P(\lambda)$. Если $P(\lambda)$ достаточно велика (более 0,05), то расхождение между опытным и теоретическим распределениями можно считать случайным и, следовательно, ряды совпадающими. Если $P(\lambda) \leqslant 0{,}05$, то по принципу практической достоверности расхождение не случайно и распределения не соответствуют друг другу.

Критерий Колмогорова применим, когда число членов ряда достаточно велико (несколько десятков или сотен).

Пример 3. В результате измерения диаметров 200 пуль получено следующее распределение:

d_i, мм	7,87	7,88	7,89	7,90	7,91	7,92
n_i	7	24	76	68	20	5

Определить подчиняется ли это распределение нормальному закону.

Решение. Подсчитаем среднее значение диаметра пуль и стандарт σ_d:

$$\overline{d} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{6} d_i n_i}{\sum\limits_{i=1}^{6} n_i} = \frac{1578{,}85}{200} = 7{,}894 \text{ мм};$$

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{6} (d_i - \overline{d})^2 n_i}{\sum\limits_{i=1}^{6} n_i - 1}} = \sqrt{\frac{0{,}020898}{200-1}} = 0{,}010 \text{ мм}.$$

Дальнейший ход вычислений показан в табл. 4 (по столбцам).

Из табл. 4 следует, что $D_{max}=0{,}017$. По формуле (2.3.4) имеем $\lambda=0{,}017\sqrt{200}=0{,}24$.

По табл. 6 приложения 2 находим, что $P(\lambda)=1$ и, следовательно, распределение диаметров пуль подчиняется нормальному закону.

Таблица 4

Сравнение опытного и теоретического распределений

d_i, мм	Число пуль n_i с диаметром d_i	Опытные значения		Теоретическое распределение по нормальному закону						$D=\lvert F_i-F'_i\rvert$
		накопленные Σn_i	частоты F_i	$\Delta_i=d_i-\overline{d}$	$t=\frac{\Delta_i}{\sigma_d}$	$f(t)$	n_i'	$\Sigma n'_i$	F'_i	
7,87	7	7	0,035	—0,024	—2,40	0,0224	4,5	4,5	0,023	0,012
7,88	24	31	0,155	—0,014	—1,40	0,1497	29,9	34,4	0,172	0,017
7,89	76	107	0,535	—0,004	—0,40	0,3683	73,7	108,1	0,541	0,006
7,90	68	175	0,875	—0,006	0,60	0,3332	66,6	174,7	0,875	0
7,91	20	195	0,975	0,016	1,60	0,1109	22,2	196,9	0,986	0,011
7,92	5	200	1,000	0,026	2,60	0,0136	2,7	199,6	1,000	0
Σ	200	—	—	—	—	—	199,6	—	—	—

2.4. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛ И ВЕРОЯТНОСТЬ

В практике оценки эффективности стрельбы нередко приходится сравнивать показатели различных образцов оружия по среднему значению $\overline{X}$ и частоте f. В результате ограниченности числа опытов обе эти характеристики являются величинами случайными, причем при увеличении числа наблюдений значение $\overline{X}$ стремится к математическому ожиданию, а f — к вероятности. Поскольку МО и вероятность как характеристики генеральной совокупности обычно неизвестны, то возникает вопрос: в каких пределах могут изменяться величины $\overline{X}$ и f при многократном повторении испытаний в одном комплексе условий? Если такие пределы будут найдены, то можно считать, что характеристики генеральной совокупности — МО и вероятность — находятся в этих пределах.

Таким образом, если пределы изменения среднего значения $\overline{X}$ составляют $\pm\varepsilon$, то можно считать, что

$$\overline{X}-\varepsilon\leqslant m_x\leqslant\overline{X}+\varepsilon. \qquad (2.4.1)$$

Аналогично для частоты и вероятности имеем

$$f - \varepsilon_p \leqslant p \leqslant f + \varepsilon_p, \tag{2.4.2}$$

где ε_p — пределы изменения частоты.

Очевидно, что в условия (2. 4. 1) и (2. 4. 2) может быть вложен только вероятностный смысл, т. е. величины пределов ε и ε_p соответствуют какому-либо определенному уровню вероятности: с вероятностью β можно утверждать, что эти неравенства имеют место. Это записывается так:

$$P(\overline{X} - \varepsilon \leqslant m_x < \overline{X} + \varepsilon) = \beta; \tag{2.4.3}$$

$$P(f - \varepsilon_p \leqslant p \leqslant f + \varepsilon_p) = \beta. \tag{2.4.4}$$

Величина β называется *доверительной вероятностью*, а интервал 2ε или $2\varepsilon_p$ — *доверительным интервалом*. Поэтому равенство (2. 4. 3) следует читать так: с вероятностью β можно утверждать, что математическое ожидание m_x случайной величины X будет отличаться от опытного среднего значения $\overline{X}$ не более, чем на величину ε. Исходя из равенства (2. 4. 4), с вероятностью β можно утверждать, что вероятность появления случайного события p будет отличаться от опытной частоты f не более, чем на величину ε_p.

Таким образом, практический смысл оценки точности опытных величин $\overline{X}$ и f сводится к отысканию функциональной зависимости между величинами ε и β, ε_p и β.

ДОВЕРИТЕЛЬНЫЙ ИНТЕРВАЛ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ

В большинстве случаев среднее значение случайной величины распределено по нормальному или очень близкому к нему закону, что доказывается так называемой центральной предельной теоремой, приводимой в полных курсах теории вероятностей.

Среднее квадратическое отклонение среднего значения в $\sqrt{n}$ раз меньше среднеквадратического отклонения отдельного результата σ:

$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \tag{2.4.5}$$

Аналогично для срединных отклонений среднего значения $\overline{E}$ и отдельного результата (наблюдения) E имеем:

$$\overline{E} = \frac{E}{\sqrt{n}}.$$

Исходя из нормального распределения, можно записать:

$$P(\overline{X}-\varepsilon \leqslant m_x < \overline{X}+\varepsilon) = \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\overline{\sigma}}\right) = \hat{\Phi}\left(\frac{\varepsilon}{\overline{E}}\right) = \beta. \qquad (2.4.6)$$

Имея значения $\overline{\sigma}$ или $\overline{E}$, можно установить связь между ε и β. Чтобы избежать при вычислениях обратного интерполирования, удобно воспользоваться специальными функциями (см. табл. 7 приложения 2):

$$\frac{\varepsilon}{\overline{\sigma}} = \Phi^{-1}(\beta); \qquad (2.4.7)$$

$$\frac{\varepsilon}{\overline{E}} = \hat{\Phi}^{-1}(\beta), \qquad (2.4.8)$$

которые рассчитаны по функции и приведенной функции Лапласа.

Выбор величины доверительной вероятности в значительной мере зависит от важности оценки среднего значения. Практически принимают $\beta = 0{,}75 \div 0{,}95$, наиболее употребительны значения β от 0,8 до 0,9.

Пример 1. В условиях примера 2 параграфа 2.2 произвести оценку среднего числа очков, выбитых каждой группой стрелков, для чего найти доверительные интервалы при доверительной вероятности $\beta = 0{,}8$.

Решение. По данным упомянутого примера имеем:

— для первой группы стрелков $\overline{X}_1 = 64{,}7$; $\sigma_1^2 = 467{,}6$; $n_1 = 19$;

— для второй группы стрелков $\overline{X}_2 = 52{,}7$; $\sigma_2^2 = 370{,}1$; $n_2 = 18$.

Далее вычисляем:

$$\overline{\sigma_1} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}} = \sqrt{\frac{467{,}6}{19}} = 5{,}0; \quad \overline{E_1} = 0{,}675\overline{\sigma_1} = 3{,}4;$$

$$\overline{\sigma_2} = \sqrt{\frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{370{,}1}{18}} = 4{,}5; \quad \overline{E_2} = 0{,}675\overline{\sigma_2} = 3{,}0.$$

По табл. 7 приложения 2 для $\beta = 0{,}8$ находим:

$$\Phi^{-1}(\beta) = 1{,}282; \quad \hat{\Phi}^{-1}(\beta) = 1{,}901.$$

Исходя из соотношения (2.4.7), получим:

$$\varepsilon_1 = \overline{\sigma_1}\,\Phi^{-1}(\beta) = 5{,}0 \cdot 1{,}282 = 6{,}4;$$

$$\varepsilon_2 = \overline{\sigma_2}\,\Phi^{-1}(\beta) = 4{,}5 \cdot 1{,}282 = 5{,}8.$$

Те же величины найдем по формуле (2.4.8):

$$\varepsilon_1 = \overline{E_1}\,\hat{\Phi}^{-1}(\beta) = 3{,}4 \cdot 1{,}901 \approx 6{,}4;$$

$$\varepsilon_2 = \overline{E_2}\,\hat{\Phi}^{-1}(\beta) = 3{,}0 \cdot 1{,}901 \approx 5{,}8.$$

Таким образом, с вероятностью 0,8 можно ожидать, что

$$\overline{X_1} = 64{,}7 \pm 6{,}4; \quad \overline{X_2} = 52{,}7 \pm 5{,}8,$$

т. е., что

$$58{,}3 \leqslant m_{x_1} \leqslant 71{,}1; \quad 46{,}9 \leqslant m_{x_2} \leqslant 58{,}5.$$

Доверительная вероятность $\beta = 0{,}8$ свидетельствует о том, что, например, при 100 стрельбах стрелков первой группы в 80 среднее число выбитых очков будет не меньше 58 и не больше 71.

ДОВЕРИТЕЛЬНЫЙ ИНТЕРВАЛ ЧАСТОТЫ

В том случае, когда число опытов n достаточно велико, а частота f не очень близка к 0 или 1, распределение частоты можно принимать близким к нормальному. Поэтому метод определения доверительных интервалов для частоты такой же, как и для среднего значения. Особенностью является то, что средняя квадратическая ошибка частоты f при $0 < f < 1$ имеет значение

$$\overline{\sigma_p} = \sqrt{\frac{\overline{f(1-f)}}{n}}, \tag{2.4.9}$$

которое и надо использовать в формулах (2.4.6) и (2.4.7).

Пример 2. Из автомата произведено $n = 100$ очередей по мишени, в $m = 28$ из них мишень была поражена. Найти частоту и возможные пределы ее при доверительной вероятности $\beta = 0{,}9$.

Решение. Вычисляем частоту поражения мишени

$$f = \frac{m}{n} = \frac{28}{100} = 0{,}28$$

и среднюю квадратическую ошибку (стандарт) по зависимости (2.4.9)

$$\overline{\sigma_p} = \sqrt{\frac{\overline{0{,}28\,(1-0{,}28)}}{100}} = 0{,}045.$$

По табл. 7 приложения 2 для $\beta = 0{,}9$ находим $\Phi^{-1}(\beta) = 1{,}643$, а затем $\varepsilon_p = 1{,}643 \cdot 0{,}045 = 0{,}074$. Поэтому вероятность поражения мишени с доверительной вероятностью 0,9 можно ожидать в пределах

$$0{,}28 - 0{,}074 = 0{,}206 \leqslant P \leqslant 0{,}28 + 0{,}074 = 0{,}354.$$

2.5. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЧИСЛА ИСПЫТАНИЙ (ОПЫТОВ)

Способ определения доверительных интервалов, изложенный в предыдущем параграфе, позволяет решать и обратную задачу, часто встречающуюся при планировании испытаний и опытов. Например, сколько необходимо провести опытов для того, чтобы полученное среднее значение случайной величины или частота появления случайного события имели заданный доверительный интервал?

Эта задача может решаться в такой последовательности.

Задавшись доверительным интервалом β, по табл. 7 приложение 2 находим величину функции

$$\Phi^{-1}(\beta) = \frac{\varepsilon}{\overline{\sigma}} . \qquad (2.5.1)$$

Так как доверительный интервал ε задан, то по формуле (2.5.1) можно найти величину

$$\overline{\sigma} = \frac{\varepsilon}{\Phi^{-1}(\beta)} . \qquad (2.5.2)$$

Подставив это значение $\overline{\sigma}$ в соотношение (2.4.5), получим

$$n = \left[\frac{\sigma}{\varepsilon}\,\Phi^{-1}(\beta)\right]^2 . \qquad (2.5.3)$$

Зная приближенное значение среднего квадратического отклонения σ отдельного измерения, по зависимости (2.5.3) можно рассчитать необходимое число опытов.

Если в результате испытания появляется случайное событие, то значение $\overline{\sigma}$ из (2.5.2) следует подставить в выражение (2.4.9). Тогда имеем

$$n = \frac{f(1-f)}{\varepsilon_p^2}\,[\Phi^{-1}(\beta)]^2 . \qquad (2.5.4)$$

В этом случае требуется знать приближенное значение ожидаемой частоты f.

Пример 1. Средняя квадратическая ошибка измерения дальности с помощью простого дальномера равна 0,5%. Сколько надо сделать измерений n, чтобы с доверительной вероятностью $\beta = 0{,}85$ быть уверенным в том, что средняя величина дальности $D = 3000$ м определена с абсолютной ошибкой не более 10 м?

Решение. Имеем $\sigma = \frac{0{,}5 \cdot 3000}{100} = 15$ м, $\varepsilon = 10$ м. По табл. 7 приложения 2 находим $\Phi^{-1}(0{,}85) = 1{,}439$. Подставив эти значения в формулу (2.5.3), получим

$$n = \left[\frac{15}{10}\ 1{,}439\right]^2 = 4{,}7.$$

Пять измерений обеспечат требуемую точность среднего результата (округление полученной величины n необходимо делать в большую сторону).

Пример 2. Проводятся стрельбы из модернизированного пулемета. На основании стрельб из подобного (не модернизированного) пулемета можно ожидать, что частота поражения мишени одной очередью составит $f \approx 0{,}2$. Сколько надо произвести очередей, чтобы с доверительной вероятностью $\beta = 0{,}95$ быть уверенным в том, что абсолютная ошибка определения частоты не превышает 0,04?

Решение. Имеем: $f = 0{,}2$; $\varepsilon_p = 0{,}04$. По табл. 7 приложения 2 величине $\beta = 0{,}95$ соответствует обратная функция $\Phi^{-1}(\beta) = 1{,}960$. Подставив эти значения в уравнение (2.5.4), получим

$$n = \frac{0{,}2(1 - 0{,}2)}{0{,}04^2}\ 1{,}96^2 = 384.$$

Для достижения требуемой точности надо произвести примерно 400 очередей.

Глава III

РАССЕИВАНИЕ ВЫСТРЕЛОВ

3.1. ПОНЯТИЯ, ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПРИЧИНЫ РАССЕИВАНИЯ

При стрельбе из одного и того же образца оружия даже при строгом соблюдении одинаковых условий — точности прицеливания и однообразия производства выстрелов, каждая пуля вследствие воздействия ряда причин движется по своей траектории и имеет свою точку падения, которые не совпадают с траекториями и точками падения других пуль. В связи с этим происходит разбрасывание точек попадания пуль, которое называется естественным *рассеиванием пуль* (снарядов). Оно связано с *рассеиванием траекторий.* Часто применяется и другой термин — *рассеивание выстрелов*, относящийся к рассеиванию как траекторий, так и пуль.

Рассеивание траекторий имеет место при использовании любого вида огнестрельного оружия и устранить это явление невозможно, поскольку невозможно создать совершенно одинаковый комплекс условий для стрельбы. Многочисленные причины, влияющие на рассеивание траекторий, можно свести в три группы причин, вызывающих разнообразие начальных скоростей, углов бросания и направлений стрельбы, а также условий полета пули (снаряда).

Основными причинами, вызывающими разнообразие начальных скоростей, являются изменения:

— масс пороховых зарядов, при этом увеличение массы повышает начальную скорость, а уменьшение — понижает;

— масс пуль (снарядов). Увеличение массы пули (снаряда) при одинаковой массе заряда уменьшает начальную скорость и наоборот;

— геометрических характеристик пороховых зерен;

— плотностей заряжания вследствие разнообразия размеров гильз;

— температуры пороховых зарядов, которая зависит как от температуры окружающего воздуха, так и от времени нахождения патрона в патроннике;

— степени нагрева и качественного состояния канала ствола.

Изменения начальных скоростей пуль (снарядов) приводят к изменению дальностей их полета, поэтому разброс начальных скоростей ведет к рассеиванию пуль (снарядов) по дальности.

Основными причинами, вызывающими разнообразие углов бросания и направлений стрельбы, можно считать следующие:

— различия в горизонтальной и вертикальной наводке оружия на цель (ошибки прицеливания);

— изменения углов вылета и боковых смещений оружия, которые вызываются неоднообразной изготовкой к стрельбе, неустойчивым и неодинаковым удержанием автоматического стрелкового оружия, неправильным использованием упоров и спуском курка с рывком;

— угловые колебания ствола автоматического стрелкового оружия при стрельбе очередями, возникающие в результате движения, ударов подвижных частей автоматики и отдачи оружия.

Эти причины приводят к рассеиванию траекторий пуль (снарядов) в боковом направлении и по высоте (дальности).

Основными причинами, вызывающими разнообразие условий полета пули, являются изменения:

— атмосферных условий во время стрельбы, главным образом изменения скорости и направления ветра в промежутках между выстрелами (очередями);

— масс пуль (снарядов), при этом, чем больше масса, тем меньше баллистический коэффициент и вследствие этого меньше сила сопротивления воздуха. Дальность полета пули (снаряда) при одинаковой начальной скорости в этих условиях будет больше;

— размеров и форм пуль (снарядов), также влияющих на силу сопротивления воздуха.

Эти причины приводят к рассеиванию траекторий пуль (снарядов) в боковом направлении и по высоте (дальности).

Многие рассмотренные причины трудно устранимы. Часть причин рассеивания пуль вызывается условиями (технологией) производства боеприпасов, часть — конструкцией оружия, весьма значительная часть зависит от умения и степени выучки стрелка. Поэтому уменьшения рассеивания траекторий можно добиваться различными способами: технологическими, конструктивными а также повышением квалификации стрелка.

Технологические мероприятия предусматривают ужесточение производственных допусков при изготовлении элементов патрона конструктивные — рациональное распределение массы оружия, оптимальную конструкцию ствола и автоматики, применение различных надульных устройств. Квалификация стрелка во многом

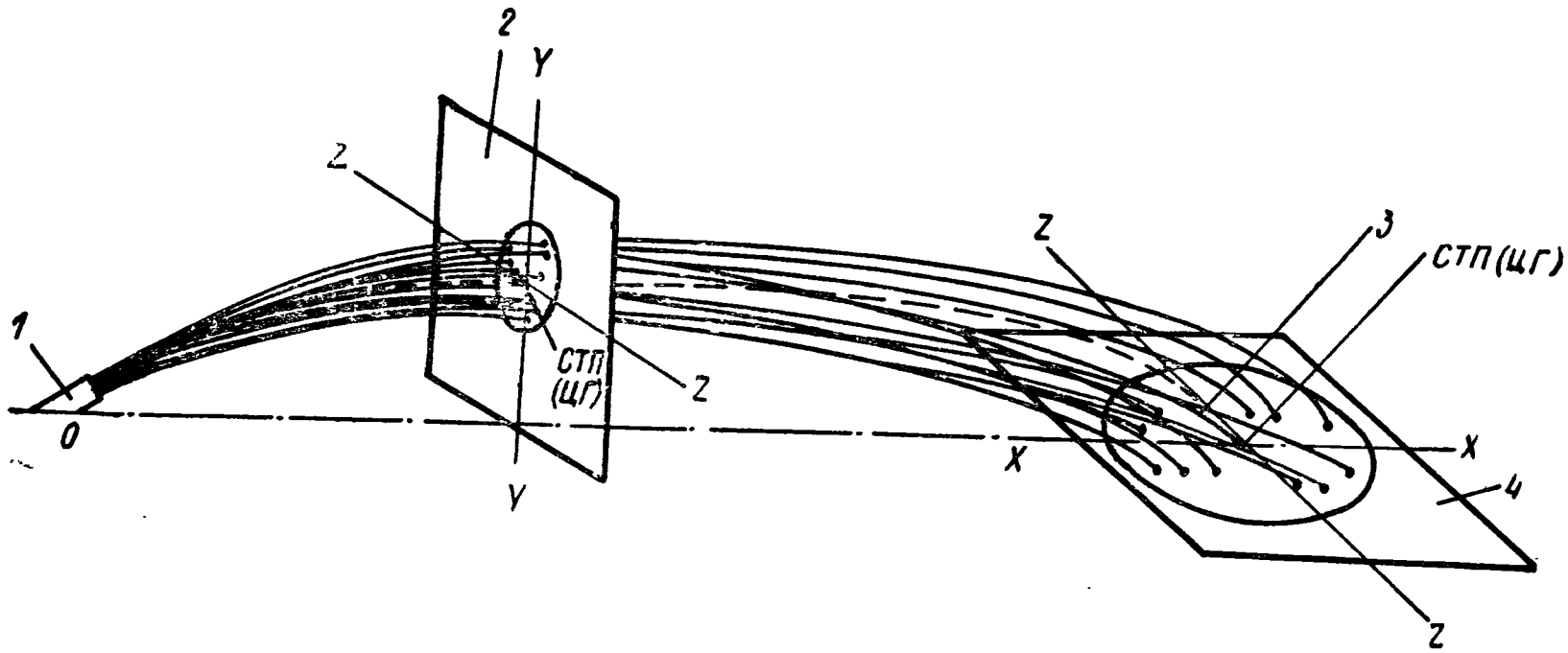


Рис. 21. Сноп траекторий:
1 — ствол; *2*, *4* — вертикальная и горизонтальная картинные плоскости; *3* — средняя траектория

зависит от его антропологических показателей (масса, высота, длина рук и др.), методики и сроков обучения, психического состояния и т. д.

Рассмотрим некоторые понятия и определения рассеивания траекторий пуль (снарядов). *Снопом траекторий* называется совокупность траекторий пуль (снарядов), полученных в результате их естественного рассеивания (рис. 21). Траектория *3*, проходящая в середине снопа, называется *средней траекторией.* Точка пересечения средней траектории с поверхностью цели (преграды) называется *средней точкой попадания* (СТП), или *центром рассеивания.*

Площадь, на которой располагаются точки встречи (пробоины) пуль (снарядов), полученные при пересечении снопа траекторий с вертикальной *2* или горизонтальной *4* плоскостью, называется *площадью рассеивания*, а пересекающая плоскость — *картинной.* Площадь рассеивания обычно имеет форму эллипса. Взаимно перпендикулярные линии, проведенные через центр рассеивания (СТП) так, чтобы одна из них совпадала с направлением стрельбы, называются *осями рассеивания.* Кратчайшие расстояния от точек встречи (пробоин) до осей рассеивания составляют *отклонения.*

Величина площади рассеивания существенно влияет на эффективность стрельбы. Она определяет так называемую *кучность стрельбы:* чем эта площадь меньше, тем выше (больше) кучность. Понятие кучности обратно понятию рассеивания пуль (выстрелов) — при большом рассеивании кучность мала, при малом — велика.

Однако не только кучность или рассеивание пуль влияет на эффективность стрельбы. Большую роль играет также степень совмещения СТП с серединой цели. Это совмещение определяет *точность стрельбы.* Чем ближе СТП к центру цели, тем выше (лучше) точность и наоборот. Кучность и точность — это два основных фактора, определяющих эффективность стрельбы. Отклонение СТП от центра цели вызывается ошибками стрельбы, которые отклоняют среднюю траекторию. Эти ошибки неизбежны как в боевых условиях применения оружия, так и во время учебы, однако в последнем случае они меньше по величине.

3.2. ЗАКОН РАССЕИВАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ

Большинство факторов, от которых зависит рассеивание траекторий, — это случайные ошибки (отклонения) различного рода, подчиняющиеся нормальному закону распределения. Количество и влияние других ошибок, следующих иным законам распределения, невелико, поэтому закон рассеивания траекторий пуль (снарядов) подчиняется нормальному закону распределения.

Применительно к стрельбе нормальный закон характеризуется следующим:

— с увеличением отклонения отдельной точки падения (встречи) от центра рассеивания вероятность отклонения уменьшается и, наоборот, чем меньше отклонение, тем больше вероятность его получения;

— отклонения отдельных точек падения от центра рассеивания, заключенные в равных по абсолютной величине пределах, но различные по знаку, равновероятны;

— при всяких условиях стрельбы из любого оружия отклонения отдельных точек падения имеют своей предел.

При достаточно большом числе выстрелов обнаруживаются следующие закономерности в рассеивании пуль:

— площадь рассеивания ограничена некоторыми пределами;

— распределение точек падения неравномерно — гуще к центру рассеивания;

— в равных полосах, равноудаленных от оси рассеивания и расположенных параллельно одна другой, заключается примерно одинаковое число точек падения;

— при повторении стрельбы центры рассеивания различных групп выстрелов, произведенных в возможно одинаковых условиях, не совпадают между собой и, в общем случае, с точкой прицеливания.

Закон рассеивания траекторий пуль (снарядов) в общем виде формулируется так: при достаточно большом числе выстрелов, произведенных практически в одинаковых условиях, рассеивание пуль (снарядов) неравномерно, симметрично и небеспредельно. Последнее свойство формально противоречит нормальному закону, согласно которому (см. параграф 1.10) возможно любое по величине отклонение. Однако большие отклонения имеют весьма малую вероятность и, применяя к ним принцип практической невозможности таких событий, отклонения можно считать небеспредельными.

Величина площади рассеивания характеризуется срединным (вероятным) отклонением, сердцевинной полосой и радиусами кругов, вмещающих лучшую половину попаданий или все попадания.

Срединное отклонение, как ранее указывалось, занимает среднее место в ряду всех отклонений, расположенных по абсолютной величине в возрастающем или убывающем порядке. Величина этого отклонения является основной мерой рассеивания траекторий пуль (снарядов) и обозначается буквами $B_д$, $B_в$ и $B_б$ — срединные отклонения по дальности, высоте и боковому направлению соответственно.

Если от какой-либо оси рассеивания отложить в обе стороны последовательно полосы, равные по ширине соответствующему срединному отклонению, то вся площадь рассеивания окажется

разделенной на восемь полос (по четыре в каждую сторону), а полное рассеивание по любому направлению будет равно восьми срединным отклонениям. Отклонения от центра рассеивания могут превышать четыре срединных отклонения, но вероятность их появления составляет менее 1%.

Шкала, соответствующая нормальному закону и показывающая процентное распределение точек встречи (попаданий) по полосам, равным одному срединному отклонению, называется *шкалой рассеивания*. Шкалы рассеивания по высоте (рис. 22), боковому направлению и дальности — аналогичны.

Иногда срединным отклонением называют половину ширины центральной полосы рассеивания, включающей 50% всех точек встречи (попаданий), при условии, что вне этой полосы с каждой стороны находятся по 25% точек встречи.

Сердцевинной полосой рассеивания называют полосу, включающую 70% точек встречи, при условии, что вне этой полосы с каждой стороны находятся по 15% точек встречи. Сердцевинные полосы по дальности, высоте и боковому направлению обозначаются буквами $C_д$, $C_в$ и $C_б$ соответственно.

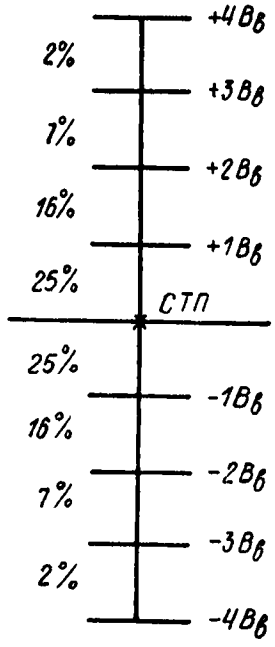


Рис. 22. Шкала рассеивания

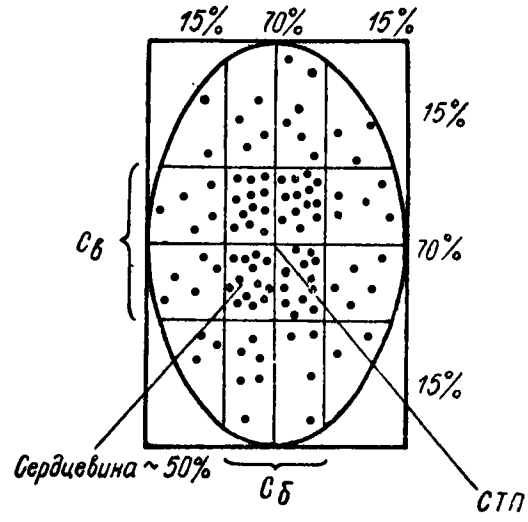


Рис. 23. Сердцевинные полосы

При пересечении двух сердцевинных полос (рис. 23) образуется *сердцевина рассеивания* — прямоугольник, включающий лучшую, наиболее кучную половину ($0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}49$ или приблизительно 50%) всех точек встречи.

При испытаниях образцов стрелкового оружия ширину сердцевинной полосы обычно определяют графическим способом. Для этого отсчитывают сверху (справа) 15% точек встречи (попада-

ний) и проводят горизонтальную (вертикальную) линию. Далее отсчитывают снизу (слева) 15% точек встречи (попаданий) и также проводят горизонтальную (вертикальную) линию. В результате вся площадь рассеивания оказывается разделенной на три почти равные полосы, из которых центральная полоса содержит 70% точек встречи, а крайние — по 15% каждая. Расстояние между горизонтальными (вертикальными) линиями равно ширине сердцевинной полосы.

Между сердцевинной полосой и срединным отклонением имеется определенная зависимость. Так как сердцевинная полоса содержит 70% всех попаданий, то по приведенной функции Лапласа $\hat{\Phi}(x) \approx 0{,}7$ (см. табл. 2 приложения 1) найдем аргумент $x = 1{,}53$. Поэтому справедливы соотношения:

$$\left.\begin{aligned} C_{\text{д}} &= 2 \cdot 1{,}53 B_{\text{д}} = 3{,}06 B_{\text{д}}; \\ C_{\text{в}} &= 3{,}06 B_{\text{в}}; \quad C_{\text{б}} = 3{,}06 B_{\text{б}}. \end{aligned}\right\} \tag{3.2.1}$$

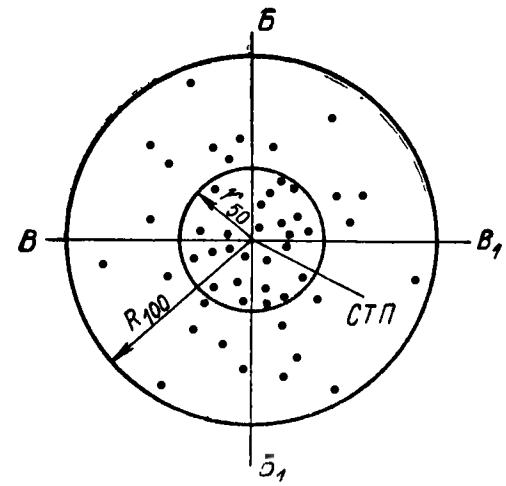


Рис. 24. Радиусы рассеивания

Таким образом, сердцевинная полоса примерно в три раза больше, чем соответствующее срединное отклонение.

При стрельбе из стрелкового оружия на близкие дальности площадь рассеивания в вертикальной картинной плоскости имеет форму, близкую к кругу, так как $B_{\text{в}} = B_{\text{б}}$. В этом случае рассеивание называют круговым, а величину его оценивают не только по сердцевинным полосам и срединному отклонению, но и по радиусам кругов с центром в средней точке попадания, включающих лучшую половину попаданий r_{50} или все попадания R_{100} (рис. 24). Радиус круга, включающего все попадания, приблизительно равен 2,5—3,0 радиусам круга, включающего 50% попаданий. Между радиусом круга r_{50}, сердцевинной полосой C и срединным отклонением В кругового рассеивания существуют зависимости:

$$r_{50} = 1{,}76B; \quad r_{50} = 0{,}6C.$$

Между характеристиками рассеивания по дальности и высоте имеется также достаточно точная зависимость:

$$B_в = B_д \operatorname{tg}|\theta_c|; \quad B_д = \frac{B_в}{\operatorname{tg}|\theta_c|}. \tag{3.2.1}$$

В справедливости этого соотношения можно убедиться, рассмотрев рис. 25, на котором показаны конечные участки (в виде прямых линий) двух траекторий BC и DA, ограничивающих части снопа рассеивания траекторий величиной в одно срединное отклонение.

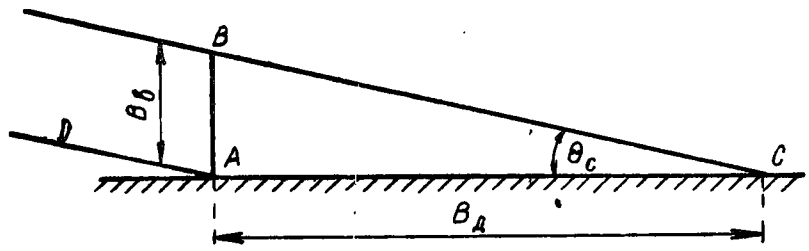


Рис. 25. Конечные участки траекторий

Так как при стрельбе из стрелкового оружия траектории, как правило, настильны и углы падения не превосходят нескольких градусов, то можно считать, что $\operatorname{tg}|\Theta_c| \approx \Theta_c$. Поэтому формулы (3.2.1) можно записать в виде:

$$B_в = B_д \frac{\theta_c}{1000}; \quad B_д = B_в \frac{1000}{\theta_c},$$

где Θ_c — угол падения в тысячных дальности.

3.3. ВЕРОЯТНОСТЬ ПОПАДАНИЯ В ЦЕЛЬ

При стрельбе по какой-либо цели (мишени) вследствие рассеивания траекторий пуль (снарядов) и несовпадения СТП с центром цели можно либо попасть в нее, либо сделать промах. Поэтому попадание в цель — событие случайное, характеризуемое вероятностью попадания.

Вероятностью попадания называется число, определяющее степень возможности попадания в цель при данных конкретных условиях стрельбы. Она выражается обычно десятичной дробью иногда — в процентах.

Вероятность попадания в цель зависит от размеров цели, площади и характера рассеивания, положения центра рассеивания относительно геометрического центра цели, которое опред

ется дальностью до цели и ошибками, сопровождающими стрельбу.

Известны несколько способов вычисления вероятности попадания одним выстрелом, обеспечивающих различную точность и отличающихся трудоемкостью.

НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН НА ПЛОСКОСТИ

В параграфе 1.10 приводилась зависимость (1.10.9) для плотности вероятности случайной величины, распределенной по нормальному закону. Однако на плоскости положение любой точки определяется двумя координатами. Поэтому точка попадания пули определяется двумя случайными величинами-абсциссой x и ординатой y. Если координаты x и y независимые случайные величины, то нормальный закон на плоскости будет характеризоваться плотностью вероятности

$$f(x;\ y) = f(x)\,f(y) = \frac{\rho^2}{\pi E_x E_y}\, e^{-\rho^2\left[\frac{(x-m_x)^2}{E_x^2} + \frac{(y-m_y)^2}{E_y^2}\right]},$$

где E_x, E_y — срединные отклонения случайных координат x и y;

m_x, m_y — соответствующие математические ожидания.

Во внешней баллистике буквой x принято обозначать дальность стрельбы, y — высоту траектории и z — боковое отклонение. В соответствии с этим, если рассеивание точек попадания пуль рассматривать в горизонтальной плоскости *4* (см. рис. 21), то плотность вероятности точек попадания запишется так:

$$f(x,\ z) = \frac{\rho^2}{\pi B_д B_б}\, e^{-\rho^2\left[\left(\frac{x-\overline{X}}{B_д}\right)^2 + \left(\frac{z-\overline{Z}}{B_б}\right)^2\right]}.$$

Если же рассеивание рассматривать в вертикальной плоскости *2*, то имеем

$$f(y,\ z) = \frac{\rho^2}{\pi B_в B_б}\, e^{-\rho^2\left[\left(\frac{y-\overline{Y}}{B_в}\right)^2 + \left(\frac{z-\overline{Z}}{B_б}\right)^2\right]}, \qquad (3.3.1)$$

где $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $\overline{Z}$ — координаты центра рассеивания.

ВЕРОЯТНОСТЬ ПОПАДАНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНИК СО СТОРОНАМИ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ОСЯМ РАССЕИВАНИЯ

Рассмотрим рассеивание в вертикальной плоскости, плотность вероятности которого выражается формулой (3.3.1). Аналогично рассматривается и рассеивание в горизонтальной плоскости.

Пусть цель представляет собой прямоугольник S (рис. 26), стороны которого параллельны осям рассеивания Y, Z и равны $2a$ и $2b$. Определим вероятность попадания пули в этот прямоугольник.

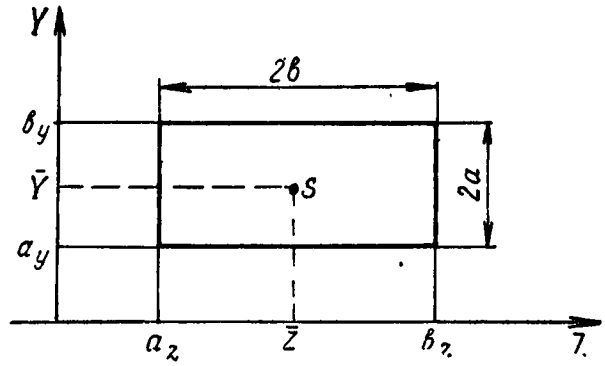


Рис. 26. Прямоугольная цель

Учитывая материал параграфа 1.10, имеем

$$P = P\,[a_y \leqslant y \leqslant b_y,\ a_z \leqslant z \leqslant b_z] = \int_{a_y}^{b_y}\int_{a_z}^{b_z} f(y,\ z)\,dydz.$$

Так как y и z — величины независимые, то подставляя в это уравнение значение $f(y, z)$ по формуле (3.3.1) и разделяя переменные, получим:

$$P = \int_{a_y}^{b_y} \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\,B_в}\, e^{-\rho^2\left(\frac{y-\bar{Y}}{B_в}\right)^2} dy \int_{a_z}^{b_z} \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\,B_б}\, e^{-\rho^2\left(\frac{z-\bar{Z}}{B_б}\right)^2} dz. \qquad (3.3.2$$

Используя выражение интеграла вероятности через приведенную функцию Лапласа (см. параграф 1.10), найдем

$$P_{y,\,z} = \frac{1}{4}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{b_y}{B_в}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{a_y}{B_в}\right)\right]\left[\hat{\Phi}\left(\frac{b_z}{B_б}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{a_z}{B_б}\right)\right]. \qquad (3.3.3$$

Поскольку

$$b_y = \bar{Y} + a; \quad a_y = \bar{Y} - a;$$

$$b_z = \bar{Z} + b; \quad a_z = \bar{Z} - b,$$

но, подставляя эти значения в формулу (3.3.3), получим

$$P_{y,z} = \frac{1}{4}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{\overline{Y}+a}{B_в}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{\overline{Y}-a}{B_в}\right)\right]\left[\hat{\Phi}\left(\frac{\overline{Z}+b}{B_б}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{\overline{Z}-b}{B_б}\right)\right]. \quad (3.3.4)$$

В этой зависимости $\overline{Y}$ и $\overline{Z}$ — отклонения центра рассеивания от центра цели, а a и b — полуразмеры цели по высоте и в боковом направлении.

Если цель — прямоугольник лежит в горизонтальной плоскости и имеет длину $2c$, то по аналогии можно записать:

$$P_{x,z} = \frac{1}{4}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{\overline{X}+c}{B_д}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{\overline{X}-c}{B_д}\right)\right]\left[\hat{\Phi}\left(\frac{\overline{Z}+b}{B_б}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{\overline{Z}-b}{B_б}\right)\right].$$

Вероятность попадания в прямоугольник со сторонами, параллельными осям рассеивания, можно трактовать как произведение вероятностей попадания в бесконечные полосы, пересечением которых образуется прямоугольник (рис. 27).

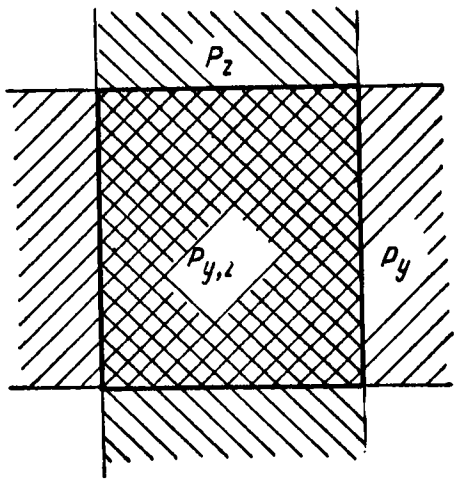


Рис. 27. Прямоугольная цель, образованная пересечением бесконечных полос

Вероятности попасть в полосы бесконечной длины следующие:

в горизонтальную, лежащую в вертикальной картинной плоскости,

$$P_y = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{\overline{Y}+a}{B_в}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{\overline{Y}-a}{B_в}\right)\right]; \quad (3.3.5)$$

в вертикальную, лежащую в вертикальной картинной плоскости,

$$P_z = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{\overline{Z}+b}{B_б}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{\overline{Z}-b}{B_б}\right)\right]; \quad (3.3.6)$$

в горизонтальную, перпендикулярную к направлению стрельбы, лежащую в горизонтальной картинной плоскости,

$$P_x = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{\overline{X}+c}{B_д}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{\overline{X}-c}{B_д}\right)\right]. \qquad (3.3.7)$$

Поэтому можно написать:

$$P_{y,\,z} = P_y P_z; \quad P_{x,\,z} = P_x P_z. \qquad (3.3.8)$$

При использовании этих формул следует помнить, что приведенная функция Лапласа-нечетная и, следовательно, $\hat{\Phi}(-x) = -\hat{\Phi}(x)$.

Если центр цели лежит на оси рассеивания Y, то из уравнения (3.3.5) при $\overline{Y}=0$ следует, что

$$P_y = \hat{\Phi}\left(\frac{a}{B_в}\right),$$

Аналогично при $\overline{Z}=0$

$$P_z = \hat{\Phi}\left(\frac{b}{B_б}\right) \qquad (3.3.9)$$

и при $\overline{X}=0$

$$P_x = \hat{\Phi}\left(\frac{c}{B_д}\right).$$

Применяя эти зависимости, наряду с выражениями (3.3.5)-(3.3.7), следует пользоваться формулами (3.3.8).

Пример 1. Найти вероятность попадания одним выстрелом в амбразуру высотой $2a=0{,}3$ м и шириной $2b=0{,}7$ м, если стрельба ведется одиночным огнем из автомата на дальность 600 м ($B_в=0{,}26$ м, $B_б=0{,}22$ м). Стрелок не учитывает отклонение температуры воздуха от нормальной (+15° С) и боковой ветер, вследствие чего средняя точка попадания отклоняется от центра амбразуры по высоте на $\overline{Y}=0{,}28$ м и в боковом направлении на $\overline{Z}=0{,}50$ м.

Решение. Используем формулу (3.3.4). Произведем предварительные вычисления:

$$\frac{\overline{Y}+a}{B_в} = \frac{0{,}28+0{,}15}{0{,}26} = 1{,}65; \quad \frac{\overline{Y}-a}{B_в} = \frac{0{,}28-0{,}15}{0{,}26} = 0{,}50;$$

$$\frac{\overline{Z}+b}{B_б} = \frac{0{,}50+0{,}35}{0{,}22} = 3{,}86; \quad \frac{\overline{Z}-b}{B_б} = \frac{0{,}50-0{,}35}{0{,}22} = 0{,}68.$$

По табл. 2 приложения 2 находим (округляя до 0,001):

$$\hat{\Phi}(1{,}65) = 0{,}734; \quad \hat{\Phi}(0{,}50) = 0{,}264;$$

$$\hat{\Phi}(3{,}86) = 0{,}991; \quad \hat{\Phi}(0{,}68) = 0{,}354.$$

Подставив эти данные в формулу (3.3.4), получим

$$P = \frac{1}{4}(0{,}734 - 0{,}264)(0{,}991 - 0{,}354) = 0{,}075.$$

Пример 2. Цель — прямоугольник со сторонами $2a = 1{,}00$ м и $2b = 0{,}5$ м. Стрельба ведется из пулемета, $B_в = 0{,}37$ м, $B_б = 0{,}50$ м. Из-за неточного определения дальности СТП располагается на $\overline{Y} = 0{,}35$ м ниже центра цели. Найти вероятность попадания одним выстрелом.

Решение. По зависимости (3.3.5) имеем

$$P_y = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}35 + 0{,}50}{0{,}37}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}35 - 0{,}50}{0{,}37}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}[\hat{\Phi}(2{,}30) - \hat{\Phi}(-0{,}41)] = \frac{1}{2}(0{,}879 + 0{,}218) = 0{,}548.$$

Так как $\overline{Z} = 0$, то по равенству (3.3.9) вычисляем:

$$P_z = \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}25}{0{,}50}\right) = \hat{\Phi}(0{,}50) = 0{,}264.$$

Согласно (3.3.8) найдем, что

$$P = P_y P_z = 0{,}548 \cdot 0{,}264 = 0{,}145.$$

Пример 3. Снайпер ведет огонь по цели в виде прямоугольника высотой $2b = 0{,}3$ м и шириной $2b = 0{,}2$ м. Рассеивание выстрелов характеризуется отклонениями $B_в = B_б = 0{,}10$ м. Найти вероятность попадания в цель одним выстрелом, если СТП совпадает с центром цели.

Решение. Так как $\overline{Y} = \overline{Z} = 0$, то

$$P = P_y P_z = \hat{\Phi}\left(\frac{a}{B_в}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{b}{B_б}\right) =$$

$$= \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}15}{0{,}10}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}10}{0{,}10}\right) = 0{,}688 \cdot 0{,}500 = 0{,}344.$$

Вычисление вероятностей попадания в прямоугольник при массовых расчетах (различные образцы оружия, дальности, мишени и т. д.) целесообразно производить с помощью ЭВМ. При этом в память машины могут быть введены таблицы функции Лапласа, приведенной функции Лапласа или интегральной функции, а также может быть использована стандартная подпрограмма вычисления интеграла вероятности. В отдельных случаях функцию Лапласа можно вычислять по приближенной формуле, полученной разложением интеграла в бесконечный ряд:

$$\Phi(y) = \frac{2y}{\sqrt{\pi}}\left(1 - \frac{y^2}{1!3} + \frac{y^4}{2!5} - \frac{y^6}{3!7} + \frac{y^8}{4!9} - \ldots\right).$$

При этом надо учитывать, что в случае сравнительно небольшого числа членов разложения (4—5) и больших значений y может получиться, что $\Phi(y)>1$, а это лишено смысла. Поэтому при составлении программы следует предусмотреть, чтобы в этом случае $\Phi(y)=1$.

Наиболее просто использовать стандартную подпрограмму, однако этот способ требует несколько большей затраты машинного времени, чем другие.

ВЕРОЯТНОСТЬ ПОПАДАНИЯ В ЭЛЛИПС И КРУГ

Эллипс принадлежит к числу немногих фигур, вероятность попадания в которые может быть вычислена в конечном виде.

Рассмотрим эллипс с полуосями α и β, центр которого совпадает с центром рассеивания, а величины полуосей кратны срединным отклонениям:

$$\frac{\alpha}{B_в}=\frac{\beta}{B_б}=k.$$

Запишем уравнение этого эллипса в форме

$$\frac{y^2}{(kB_в)^2}+\frac{z^2}{(kB_б)^2}=1.$$

Используя выражение (3.3.2), после преобразований получим

$$P_k=1-e^{-\rho^2k^2}. \qquad (3.3.10)$$

По этой формуле можно вычислить вероятность попадания и так называемый единичный эллипс, полуоси которого равны срединным отклонениям ($k=1$): $P_{k=1}=0{,}204$ (см. табл. 1 приложения 3). При $k=2$ и $k=3$ имеем: $P_{k=2}=0{,}597$ и $P_{k=3}=0{,}871$.

Полным эллипсом рассеивания называется эллипс, полуоси которого равны четырем срединным отклонениям. Вероятность попадания в такую цель $P_{k=4}=0{,}974$.

При стрельбе на малые дальности рассеивание носит круговой характер, т. е. $B_в=B_б$ или $B_в\approx B_б$. В этом случае для вычисления вероятности попадания в круг применима зависимость (3.3.10) поскольку круг является частным случаем эллипса:

$$P_R=1-e^{-\rho^2\left(\frac{R}{B}\right)^2}, \qquad (3.3.11)$$

где R — радиус круга;
$B=B_в=B_б$ — срединное отклонение кругового рассеивания.

СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ПОПАДАНИЯ В ФИГУРНУЮ ЦЕЛЬ

Большинство реальных целей имеют сложную форму, отличную от прямоугольника, эллипса или круга. Вероятности попадания в сложные по геометрической форме цели вычисляют двумя способами: первый — с заменой цели эквивалентным прямоугольником или эллипсом, а при круговом рассеивании — кругом, второй — с учетом формы цели коэффициентом фигурности.

Первый способ применим в тех случаях, когда цель по форме близка к указанным правильным геометрическим фигурам.

Стороны эквивалентного прямоугольника можно вычислить исходя из следующих соображений. Пусть имеем цель площадью $S_ц$ (рис. 28), стороны описанного вокруг нее прямоугольника $ABCD$ равны $2a$ и $2b$. Обозначим соответствующие стороны эквивалентного прямоугольника через $2\bar{a}$ и $2\bar{b}$. Первым условием, которое должно быть выполнено, является равенство площади эквивалентного прямоугольника $A'B'C'D'$ площади цели:

$$2\bar{a}\,2\bar{b} = S_ц. \qquad (3.3.12)$$

Второе условие — пропорциональность сторон этого прямоугольника сторонам описанного прямоугольника и, следовательно, габаритным размерам цели:

$$\frac{2\bar{a}}{2\bar{b}} = \frac{2a}{2b}. \qquad (3.3.13)$$

Решая совместно уравнения (3.3.12) и (3.3.13), получим:

$$2\bar{a} = \sqrt{\frac{2a}{2b} S_ц}; \quad 2\bar{b} = \sqrt{\frac{2b}{2a} S_ц}. \qquad (3.3.14)$$

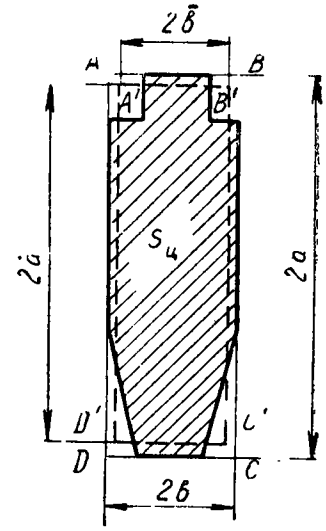


Рис. 28. Эквивалентный прямоугольник

Пример 4. Цель (см. рис. 28) — бегущая фигура (мишень № 8, предусмотренная войсковым курсом стрельб из стрелкового оружия). Ее площадь $S_ц = 0{,}64$ м², наибольшая высота $2a = 1{,}5$ м, наибольшая ширина $2b = 0{,}5$ м. Вычислить вероятность попадания одним выстрелом при условии, что СТП совмещена с центром цели, а $B_в = 0{,}31$ м, $B_б = 0{,}44$ м.

Решение. По соотношениям (3.3.14) находим:

$$2\bar{a} = \sqrt{\frac{1,5}{0,5}0,64} \approx 1,40 \text{ м};$$

$$2\bar{b} = \sqrt{\frac{0,5}{1,5}0,64} \approx 0,46 \text{ м}.$$

По формулам (3.3.8), (3.3.9) и табл. 2 приложения 2 вычисляем вероятность попадания

$$P = \hat{\Phi}\left(\frac{\bar{a}}{B_в}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{\bar{b}}{B_б}\right) = \hat{\Phi}\left(\frac{1,4}{2\cdot 0,31}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{0,46}{2\cdot 0,44}\right) = \hat{\Phi}(2,26)\hat{\Phi}(0,52) =$$

$$= 0,873\cdot 0,274 = 0,239.$$

Если замена действительной цели эквивалентным прямоугольником часто применяется при вероятностных расчетах, то замена эквивалентным эллипсом или кругом встречается редко. Это объясняется тем, что простое аналитическое вычисление вероятности попадания в эллипс возможно только тогда, когда размеры полуосей эллипса α и β относятся как соответствующие срединные отклонения:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{B_в}{B_б} \quad \text{или} \quad \frac{\alpha}{B_в} = \frac{\beta}{B_б}, \tag{3.3.15}$$

т. е. размеры цели и характеристики рассеивания связаны между собой.

Значения полуосей эквивалентного эллипса можно найти так же, как и стороны эквивалентного прямоугольника:

$$\pi\alpha\beta = S_ц; \tag{3.3.16}$$

$$\frac{2\alpha}{2\beta} = \frac{2a}{2b}.$$

Отсюда следует:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2a}{2b}\frac{S_ц}{\pi}}; \quad \beta = \sqrt{\frac{2b}{2a}\frac{S_ц}{\pi}}. \tag{3.3.17}$$

Если найденные по этим зависимостям величины α и β удовлетворяют условию (3.3.15), то замена цели эквивалентным эллипсом целесообразна. Если условие (3.3.15) не выполнено, но отношения близки, можно несколько изменить значения α и β, чтобы это условие выполнялось строго, но при этом размеры

и β должны удовлетворять равенству (3.3.16)*. Для этой цели можно использовать соотношения:

$$\bar{\alpha} = \sqrt{\frac{B_в}{B_б}\frac{S_ц}{\pi}}; \quad \bar{\beta} = \sqrt{\frac{B_б}{B_в}\frac{S_ц}{\pi}}. \qquad (3.3.18)$$

Если значения $\bar{\alpha}$ и α, $\bar{\beta}$ и β, вычисленные по формулам (3.3.18) и (3.3.17), различаются не очень сильно, то действительную цель можно заменить эллипсом с полуосями $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$.

Пример 5. Войсковая мишень № 13а — бронетранспортер (рис. 29), обстреливается из крупнокалиберного пулемета с раскрепленным механизмом боковой наводки. Найти вероятность поражения ее одним выстрелом, если $B_в = 0{,}6$ м, $B_б = 1{,}0$ м, а СТП совпадает с центром цели.

Решение. Имеем: $2a = 2$ м; $2b = 4$ м; $S_ц = 6{,}74$ м^2.

По формулам (3.3.17) вычисляем:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2}{4}\frac{6{,}74}{3{,}14}} = 1{,}04 \text{ м};$$

$$\beta = \sqrt{\frac{4}{2}\frac{6{,}74}{3{,}14}} = 2{,}07 \text{ м}.$$

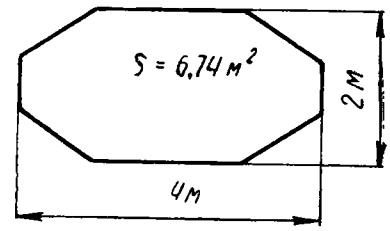


Рис. 29. Мишень № 13*а* (бронетранспортер)

Обращаясь к условию (3.3.15), устанавливаем, что $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{1{,}04}{2{,}07} = 0{,}5$, а $\frac{B_в}{B_б} = \frac{0{,}6}{1{,}0} = 0{,}6$. Отношения близки, поэтому возможна замена действительной цели эквивалентным эллипсом. Вычисляем его полуоси по формулам (3.3.18):

$$\bar{\alpha} = \sqrt{\frac{0{,}6}{1{,}0}\frac{6{,}74}{3{,}14}} = 1{,}14 \text{ м}; \quad \bar{\beta} = \sqrt{\frac{1{,}0}{0{,}6}\frac{6{,}74}{3{,}14}} = 1{,}89 \text{ м}.$$

Величины $\alpha = 1{,}04$ м и $\bar{\alpha} = 1{,}14$ м, а также $\beta = 2{,}07$ м и $\bar{\beta} = 1{,}89$ м различаются не очень значительно, поэтому осями эллипса можно считать $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$.

Вероятность попадания определим по формуле (3.3.10). Для этого подсчитаем $k = \frac{\bar{\alpha}}{B_в} = \frac{\bar{\beta}}{B_б} = 1{,}9$ и по табл. 1 приложения 3 найдем вероятность попадания $P = 0{,}560$.

---

* Этот прием обеспечивает достаточную точность, если $0{,}8 \leqslant \frac{\alpha B_б}{\beta B_в} \leqslant 1{,}2$.

Сравним этот итог с результатом, полученным способом замены цели эквивалентным прямоугольником. По формулам (3.3.14) имеем:

$$2\bar{a} = \sqrt{\frac{2}{4}\,6{,}74} = 1{,}83 \text{ м}; \quad 2\bar{b} = \sqrt{\frac{4}{2}\,6{,}74} = 3{,}67 \text{ м}.$$

Вероятность попадания в эквивалентный прямоугольник найдем, используя уравнения (3.3.8) и (3.3.9):

$$P = P_y P_z = \hat{\Phi}\left(\frac{\bar{a}}{B_в}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{\bar{b}}{B_б}\right) = \hat{\Phi}\left(\frac{1{,}83}{2\cdot 0{,}60}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{3{,}67}{2\cdot 1{,}0}\right) = 0{,}548.$$

Разность сотавляет 0,560—0,548=0,012, т. е. примерно 2%. Однако вычисления по способу эквивалентного прямоугольника несколько проще и поэтому предпочтительнее.

Замена цели эквивалентным кругом применяется в тех случаях, когда цель по форме близка к кругу, а закон рассеивания — круговой, т. е. $B_в = B_б$. Если $B_в \neq B_б$, но они близки по величине, то можно действительный закон заменить круговым, срединное отклонение которого имеет величину

$$B = \sqrt{\frac{B_в^2 + B_б^2}{2}}.$$

Радиус эквивалентного круга можно найти по соотношению

$$\bar{R} = \sqrt{\frac{\bar{S}_ц}{\pi}}.$$

Пример 6. Стрелок ведет стрельбу из пистолета по спортивной мишени с кругами. Радиусы «десятки» $R_{10}=5$ см, «девятки» $R_9=10$ см, «восьмерки» $R_8=15$ см, и т. д. Рассеивание выстрелов подчиняется круговому закону со срединным отклонением $B=7{,}5$ см. Найти вероятности попадания в каждую зону и математическое ожидание числа очков, выбитых стрелком при одном и пяти выстрелах.

Решение. Обозначим через P_N вероятность попадания в круг радиусом R_N, где N — число очков, равное 10, 9, 8, 7,..., 1. Вероятность попадания в зону с N очками (в кольцо) можно определить по разности

$$\bar{P}_N = P_{N+1} - P_N.$$

Вероятности P_N найдем по формуле (3.3.11) и табл. 1 приложения 3. Математическое ожидание числа выбитых очков при одном выстреле составляет величину

$$M_1 = \sum_{N=10}^{1} \bar{P}_N N,$$

а при пяти выстрелах $M_5=5M_1$.

Результаты расчета (табл. 5) свидетельствуют о том, что наибольшую вероятность имеет попадание в «восьмерку», вероятности попадания в «девятку» и «семерку» немного меньше.

Математическое ожидание числа выбитых очков при одном выстреле

$$M_1 = 0{,}97 + 2{,}11 + 2{,}13 + \ldots + 0{,}01 \approx 7{,}7,$$

а при пяти выстрелах $M_5 = 5 \cdot 7{,}7 \approx 39$.

Таблица 5

Порядок и результаты вычисления вероятности попадания в зоны концентрической мишени

Расчетные величины	Зоны N с очками								
	10	9	8	7	6	5	4	3	2
R_N, *см*	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$k = \frac{R_N}{B}$	0,67	1,33	2,00	2,67	3,33	4,00	4,67	5,33	6,00
P_N	0,097	0,331	0,597	0,802	0,920	0,974	0,993	0,997	1,000
$\overline{P_N}$	0,097	0,234	0,266	0,205	0,118	0,054	0,019	0,004	0,003
$\overline{P_N} N$	0,97	2,11	2,13	1,44	0,71	0,27	0,08	0,01	0,01

Способ вычисления вероятности попадания с учетом формы цели коэффициентом фигурности часто применяется в расчетах.

Коэффициентом фигурности цели называется отношение площади цели к площади описанного около нее прямоугольника, хотя бы одна из сторон которого параллельна какой-либо оси рассеивания.

В соответствии с этим определением коэффициент фигурности можно подсчитать по формулам:

для вертикальной цели

$$k_ф = \frac{S_ц}{2a\,2b};$$

для горизонтальной цели

$$k_ф = \frac{S_ц}{2c\,2b},$$

где $2a$, $2b$, $2c$ — наибольшие высота, ширина и длина цели соответственно (габаритные размеры).

Вычисление вероятности попадания с помощью коэффициента фигурности цели основывается на допущении, что для двух близких по площади фигур вероятности попадания в них пропорциональны площадям:

$$\frac{P}{P_1} = \frac{S}{S_1},$$

откуда

$$P = \frac{S}{S_1} P_1.$$

Если P и S — вероятность попадания в цель и площадь цели, а P_1 и S_1 — вероятность попадания в описанный прямоугольник и его площадь, то

$$P = P_1 k_ф, \tag{3.3.19}$$

где $k_ф = \frac{S}{S_1}$ — коэффициент фигурности цели.

Очевидно, что исходное допущение тем вернее, чем меньше разница между площадями цели и описанного прямоугольника и чем равномернее плотность вероятности. Поэтому формула (3.3.19) верна только при малых вероятностях попадания в прямоугольник ($P_1 \leqslant 0{,}1$) при всех значениях $k_ф$; с увеличением P_1 и уменьшением $k_ф$ она приводит к существенным ошибкам, тем большим, чем больше P_1 и меньше $k_ф$.

Помимо этого, справедливость формулы (3.3.19) зависит от размеров площадей цели и рассеивания. Допустим, например, что площадь описанного прямоугольника вдвое превышает полный эллипс рассеивания и практически можно считать, что $P_1 = 1$. При этом может быть, что площадь цели также больше полного эллипса рассеивания, а коэффициент фигурности $k_ф = 0{,}75$. Формально применяя соотношение (3.3.19), получим, что $P = 1 \cdot 0{,}75 = 0{,}75$, между тем как в действительности вероятность попадания в полный эллипс рассеивания $P > 0{,}974$.

Поэтому с целью повышения точности прибегают к зависимости вида

$$P = \varphi(k_ф, P_1), \tag{3.3.20}$$

где $\varphi(k_ф, P_1)$ — некоторая функция коэффициента фигурности и вероятности попадания в описанный прямоугольник.

Функция $\varphi(k_ф, P_1)$ вычислена с помощью точных численных и графических способов и табулирована (см. табл. 2 приложения 3).

Таким образом, формулой (3.3.19) можно пользоваться при любом значении $k_ф$, но при $P_1 \leqslant 0{,}1$. При $P_1 > 0{,}1$ и $k_ф \geqslant 0{,}5$ можно использовать зависимость (3.3.20). При $P_1 > 0{,}1$ и $k_ф < 0{,}5$ необходимо применять другие способы вычисления вероятности, о которых будет сказано ниже.

Пример 7. Вычислить вероятность попадания в бегущую фигуру в условиях примера 4 с использованием коэффициента фигурности.

Решение. Вычисляем коэффициент фигурности

$$k_{\text{ф}} = \frac{0,64}{1,5 \cdot 0,5} = 0,85.$$

Определяем вероятность попадания в описанный прямоугольник

$$P_1 = \hat{\Phi}\left(\frac{1,5}{2 \cdot 0,31}\right) \hat{\Phi}\left(\frac{0,5}{2 \cdot 0,44}\right) = 0,268.$$

Применяя формулу (3.3.19), найдем

$$P = P_1 k_{\text{ф}} = 0,268 \cdot 0,85 = 0,228.$$

По табл. 2 приложения 3 получим (интерполируя) $P = \varphi(k_{\text{ф}}, P_1) = 0,232$. Наиболее точное значение вероятности, найденное по сетке рассеивания (см. ниже), $P \approx 0,233$. По способу эквивалентного прямоугольника (см. пример 4) было $P \approx 0,239$.

Как видно, все способы обеспечили приемлемую точность*, что объясняется тем, что вероятность P_1 сравнительно невелика, а коэффициент $k_{\text{ф}} = 0,85$ близок к единице.

Пример 8. Снайпер ведет огонь по головной фигуре (войсковая мишень № 5) на дальности 400 м; срединные отклонения рассеивания пуль $B_{\text{в}} = B_{\text{б}} = 0,06$ м, СТП совмещена с центром цели. Размеры мишени: $2a = 0,3$ м, $2b = 0,5$ м, $S_{\text{ц}} = 0,10$ м^2. Вычислить вероятность попадания одним выстрелом разными способами.

Решение. Применим способ эквивалентного прямоугольника. Определяем его стороны:

$$2\bar{a} = \sqrt{\frac{0,3}{0,5} 0,10} = 0,24 \text{ м};$$

$$2\bar{b} = \sqrt{\frac{0,5}{0,3} 0,10} = 0,41 \text{ м},$$

и затем вероятность попадания

$$P = \hat{\Phi}\left(\frac{0,24}{2 \cdot 0,06}\right) \hat{\Phi}\left(\frac{0,41}{2 \cdot 0,06}\right) = 0,823 \cdot 0,979 = 0,806.$$

Вычислим коэффициент фигурности

$$k_{\text{ф}} = \frac{0,10}{0,3 \cdot 0,5} = 0,67$$

---

* В практике обычно полагается достаточным, чтобы вероятность попадания была вычислена с ошибкой не более 3—5% (от величины, найденной самым точным способом). В данном случае ошибки не превышают 2,6%.

и вероятность попадания в описанный около мишени прямоугольник

$$P_1 = \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}3}{2\cdot 0{,}06}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}5}{2\cdot 0{,}06}\right) = 0{,}908\cdot 0{,}995 = 0{,}904.$$

Используя формулу (3.3.19), получим

$$P = P_1 k_\Phi = 0{,}904\cdot 0{,}67 = 0{,}606.$$

По табл. 2 приложения 3, считая $P_1 = 0{,}904$ и $k_\Phi = 0{,}67$, найдем (интерполированием), что $P = \varphi(k_\Phi, P_1) = 0{,}818$.

Наиболее точное значение, найденное по сетке рассеивания, $P = 0{,}800$.

Как видно, вычисления по способу эквивалентного прямоугольника и с использованием функции $\varphi(k_\Phi, P_1)$ дали вполне приемлемые результаты. Расчет по формуле (3.3.19) привел к резко заниженному значению вероятности попадания, что объясняется большой величиной вероятности P_1 ($P_1 = 0{,}904$) и относительно малым коэффициентом фигурности ($k_\Phi = 0{,}67$).

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ПОПАДАНИЯ

Относительная сложность изложенных аналитических методов вычисления вероятности попадания одним выстрелом вынуждает в отдельных случаях (например, при проведении массовых расчетов, не требующих высокой точности) использовать приближенные аналитические зависимости.

Так, применяя к интегралам в формуле (3.3.2) теорему о среднем значении и совмещая начало координат с центром рассеивания, получим

$$P = \frac{\rho^2}{\pi B_в B_б}(b_y - a_y)(b_z - a_z)e^{-\rho^2\left(\frac{\overline{Y}^2}{B_в^2} + \frac{\overline{Z}^2}{B_б^2}\right)}.$$

Но в общем случае

$$(b_y - a_y)(b_z - a_z) = S_ц,$$

поэтому, когда цель невелика по сравнению с площадью рассеивания (размеры цели в каждом направлении не превосходят двух срединных отклонений рассеивания выстрелов), то вероятность попадания в цель может определяться по приближенной зависимости

$$P = \frac{\rho^2}{\pi}\frac{S_ц}{B_в B_б}e^{-\rho^2\left(\frac{\overline{Y}^2}{B_в^2} + \frac{\overline{Z}^2}{B_б^2}\right)}. \qquad (3.3.21)$$

При совмещении центра рассеивания с центром цели ($\overline{Y} = 0$ и $\overline{Z} = 0$) это уравнение принимает вид

$$P = \frac{\rho^2}{\pi}\frac{S_ц}{B_в B_б}, \qquad (3.3.22)$$

где постоянный множитель $\frac{\rho^2}{\pi} = 0{,}0724$.

Эти формулы достаточно точны в том случае, когда $\frac{S_ц}{B_в B_б} \leqslant 1{,}5$, что соответствует вероятности попадания $P \leqslant 0{,}1$. Однако погрешность формулы (3.3.21) зависит не только от площади цели, но и от отклонения центра рассеивания от центра цели, возрастая с увеличением этого отклонения.

Пределы использования указанных зависимостей могут быть расширены путем применения приведенных суммарных срединных отклонений рассеивания выстрелов, которые вычисляются по соотношениям:

$$B_в' = \sqrt{B_в^2 + 0{,}152a^2};$$

$$B_б' = \sqrt{B_б^2 + 0{,}152b^2}$$

и подставляются в формулы (3.3.21) и (3.3.22) вместо $B_в$ и $B_б$. В этом случае указанные формулы дают приемлемые по точности результаты при $\frac{S_ц}{B_в' B_б'} < 8$ (что соответствует вероятности попадания $P \leqslant 0{,}6$).

Однако при стрельбе из автоматического стрелкового оружия на малые и средние дальности часто $\frac{S_ц}{B_в' B_б'} > 8$. В этих случаях применение приведенных суммарных срединных ошибок стрельбы не обеспечивает достаточную точность. В связи с этим авторами разработаны поправочные коэффициенты, позволяющие применять уравнения (3.3.21) и (3.3.22) без всяких ограничений и получать практически одинаковые с точными способами результаты. При этом вероятность попадания в вертикальную одиночную цель представляется в форме (3.3.8):

$$P = P_y P_z,$$

где

$$\left.\begin{aligned} P_y &= \frac{\rho}{\sqrt{\pi}} \frac{2a}{B_в f_y} e^{-\rho^2 \frac{\overline{Y^2}}{B_в^2 \varphi_y}}; \\ P_z &= \frac{\rho}{\sqrt{\pi}} \frac{2b}{B_б f_z} e^{-\rho^2 \frac{\overline{Z^2}}{B_б^2 \varphi_z}}; \end{aligned}\right\} \qquad (3.3.23)$$

$$\frac{\rho}{\sqrt{\pi}} = 0{,}269;$$

f_y, f_z, φ_y, φ_z — поправочные коэффициенты, которые являются функциями отношения $\frac{a}{B_в} = \gamma$ или $\frac{b}{B_б} = \gamma$ (см. табл. 3 приложения 3).

Формулами (3.3.23) особенно удобно пользоваться в тех случаях, когда вероятность попадания входит в какие-либо аналитические зависимости, устанавливаемые с целью определения экстремальных и оптимальных показателей эффективности.

Пример 9. В условиях примера 1 вычислить вероятность попадания в амбразуру с помощью аналитических зависимостей.

Решение. Вычислим вероятность попадания по приближенной формуле (3.3.21):

$$P = \frac{0{,}477^2}{3{,}14} \frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{0{,}26 \cdot 0{,}22} e^{-0{,}477^2 \left(\frac{0{,}28^2}{0{,}26^2} + \frac{0{,}50^2}{0{,}22^2} \right)} = 0{,}063.$$

По точному аналитическому способу (в примере 1) $P = 0{,}075$. Погрешность приближенной формулы составляет $\frac{|0{,}063 - 0{,}075|}{0{,}075} 100 = 16\%$.

Произведем расчет по уточненным формулам (3.3.23). Вычислим $\frac{a}{B_в} = 0{,}58$ и $\frac{b}{B_б} = 1{,}59$ и по табл. 3 приложения 3 найдем (интерполируя): $f_y = 1{,}03$; $f_z = 1{,}20$; $\varphi_y = 1{,}04$; $\varphi_z = 1{,}35$.

Далее получим:

$$P_y = 0{,}269 \frac{0{,}3}{0{,}26 \cdot 1{,}03} e^{-0{,}477^2 \frac{0{,}28^2}{0{,}26^2 \cdot 1{,}04}} = 0{,}235;$$

$$P_z = 0{,}269 \frac{0{,}7}{0{,}22 \cdot 1{,}20} e^{-0{,}477^2 \frac{0{,}50^2}{0{,}22^2 \cdot 1{,}35}} = 0{,}303;$$

$$P = P_y P_z = 0{,}235 \cdot 0{,}303 = 0{,}071.$$

Погрешность уточненных формул $\frac{|0{,}071 - 0{,}075|}{0{,}075} 100 = 5\%$.

Пример 10. В условиях примера 2 вычислить вероятность попадания в прямоугольник по уточненным формулам.

Решение. Подсчитаем: $\frac{a}{B_в} = 1{,}35$; $\frac{b}{B_б} = 0{,}49$. По табл. 3 приложения 3 найдем: $f_y = 1{,}14$; $\varphi_y = 1{,}24$; $f_z = 1{,}02$.

Вычисляем:

$$P_y = 0{,}269\,\frac{1{,}0}{0{,}37\cdot 1{,}14}\,e^{-0{,}477^2\,\frac{0{,}32^2}{0{,}37^2\cdot 1{,}24}} = 0{,}554;$$

$$P_z = 0{,}269\,\frac{0{,}5}{0{,}51\cdot 1{,}02} = 0{,}258\ (\overline{Z}=0);$$

$$P = 0{,}554\cdot 0{,}258 = 0{,}143.$$

По точному аналитическому способу (пример 2) $P=0{,}145$. Погрешность уточненных формул 1,4%.

Пример 11. В условиях примера 3 вычислить вероятность попадания в цель по приближенной и уточненной формулам.

Решение. По приближенной формуле

$$P = \frac{0{,}477^2}{3{,}14}\,\frac{0{,}3\cdot 0{,}2}{0{,}1\cdot 0{,}1} = 0{,}434.$$

В примере 3 найдена вероятность попадания $P=0{,}344$, погрешность составляет 26%.

Произведем вычисления по уточненной формуле. Найдем:

$$\frac{a}{B_в} = 1{,}5;\quad \frac{b}{B_б} = 1{,}0;\quad f_y = 1{,}17;\quad f_z = 1{,}08.$$

Подсчитаем:

$$P_y = 0{,}269\,\frac{0{,}3}{0{,}1\cdot 1{,}17} = 0{,}690;$$

$$P_z = 0{,}269\,\frac{0{,}2}{0{,}1\cdot 1{,}08} = 0{,}498;$$

$$P = 0{,}690\cdot 0{,}498 = 0{,}343.$$

Погрешность близка к нулю.

Примеры 9—11 показывают, что использование уточненных формул (3.3.23) позволяет вычислять вероятности попадания с высокой точностью.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ПОПАДАНИЯ ПО СЕТКЕ РАССЕИВАНИЯ

Определение вероятности попадания в цель графическим способом по сетке рассеивания может применяться во всех случаях — при любом расположении центра рассеивания и любых размерах, а также формах цели.

Сетку рассеивания получим, если параллельно осям рассеивания проведем прямые линии через целые срединные отклонения

(рис. 30) или доли срединного отклонения, например, 0,2 (см. рисунок приложения 3). В результате площадь рассеивания окажется разбитой на ряд прямоугольников. Вероятности попадания в эти прямоугольники подсчитываются умножением вероятностей попадания в полосы, которые образуют эти прямоугольники. Например, вероятность попадания в обведенный прямоугольник (см. рис. 30) 0,25·0,16=0,040 или 4,00%.

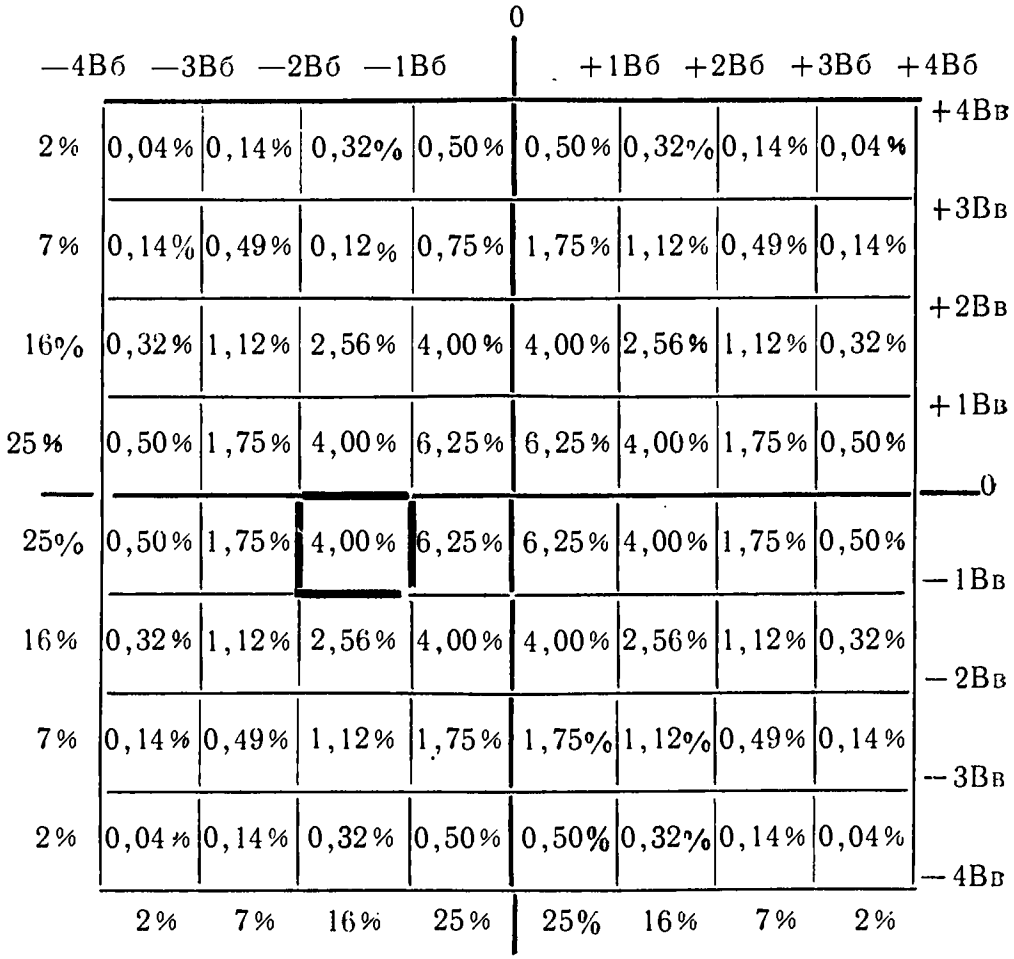


Рис. 30. Сетка рассеивания с масштабом в одно срединное отклонение

Определение вероятности попадания с помощью сетки рассеивания производится в следующем порядке.

1. Размеры цели вычисляются в соответствующих срединных отклонениях рассеивания. Например, если высота и ширина цели в линейных единицах (в сантиметрах или метрах) $2a$ и $2b$, то в срединных отклонениях они соответственно выражаются величинами $2a' = \frac{2a}{B_в}$ и $2b' = \frac{2b}{B_б}$.

Аналогично вычисляются все остальные размеры (по длине в единицах $B_д$, если цель лежит в горизонтальной плоскости).

2. Цель в относительных размерах вычерчивается на кальке в масштабе сетки рассеивания: если, например, на сетке $1B_в$ и $1B_б$ соответствуют 20 мм, то высота цели равна $20 \cdot 2a'$ мм.

3. Калька с целью накладывается на сетку рассеивания, причем центр цели совмещается с центром сетки, если отклонения его $\bar{Y}$ и $\bar{Z}$ равны нулю, или смещается на величины $\frac{\bar{Y}}{B_в}$ и $\frac{\bar{Z}}{B_б}$.

4. Подсчитывается вероятность попадания в цель. Для этого суммируются вероятности попадания в прямоугольники, находящиеся внутри цели. В тех случаях, когда прямоугольники не полностью входят в цель, вероятности попадания определяются примерным сравнением площади, занятой целью с площадью всего прямоугольника. Формула для вычисления вероятности попадания в цель имеет вид

$$P = P_1 + P_2 + \ldots + P_n, \qquad (3.3.37)$$

где $P_1, P_2, \ldots, P_n$ — вероятности попадания в прямоугольники, полностью или частично накрывающие цель;

n — число прямоугольников.

Пример 12. Вычислить вероятность попадания в бегущую фигуру (см. рис. 28) в условиях примера 4. В дополнение к данным этого примера: высота «головы» фигуры равна 0,18 м, ширина «головы» 0,23 м, высота нижнего сужения 0,5 м, ширина нижнего среза 0,25 м. Квадрат сетки рассеивания (см. рисунок приложения 3) имеет сторону $1B_в = 1B_б = 34$ мм.

Решение. Определяем размеры мишени в срединных отклонениях и в масштабе сетки рассеивания:

высота $\frac{1,5}{0,31}\ 34 = 164$ мм;

высота «головы» $\frac{0,18}{0,31}\ 34 = 20$ мм;

высота нижнего сужения $\frac{0,5}{0,31}\ 34 = 55$ мм;

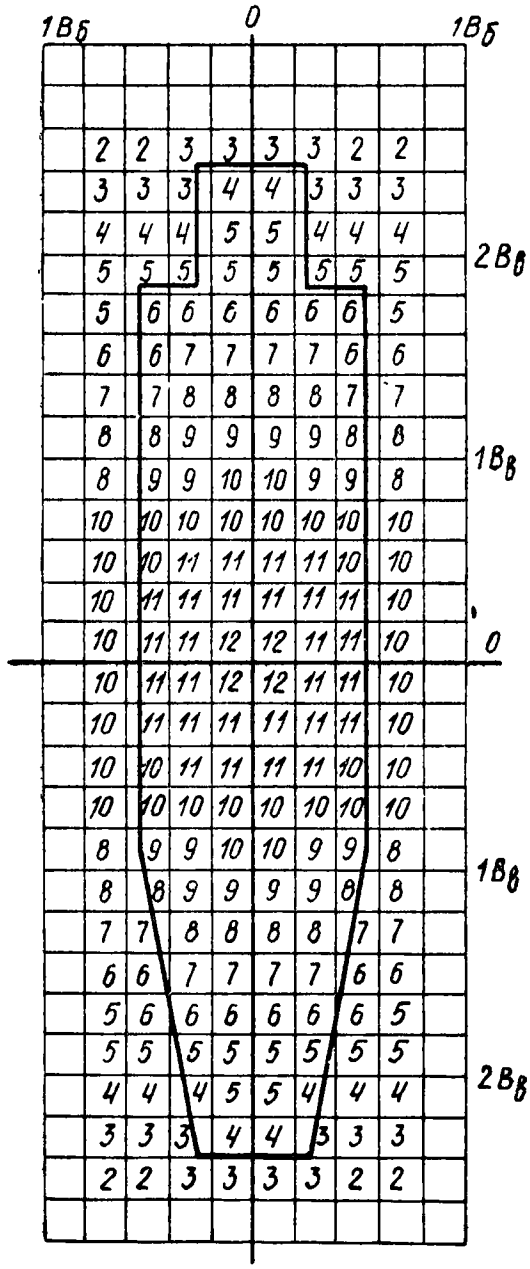
ширина фигуры $\frac{0,5}{0,44}\ 34 = 39$ мм;

ширина головы $\frac{0,23}{0,44}\ 34=18$ мм;

ширина нижнего среза $\frac{0,25}{0,44}\ 34=19$ мм.

Строим сетку рассеивания, вычерчиваем в масштабе фигуру и накладываем ее на сетку (рис. 31). Суммируя числа внутри фигуры, получим 932. Вероятность попадания

$$P = 932 \cdot 0,025 = 23,3\% = 0,233.$$



Вычисление вероятности попадания по сетке рассеивания — операция трудоемкая, поэтому этот способ применим только в исключительных случаях: при необходимости особо точных единичных вычислений или в качестве проверочного. Применение его при массовых расчетах почти исключено, тем более, что приведенные расчеты с помощью эквивалентного прямоугольника или коэффициента фигурности обеспечивают вполне достаточную для практики точность.

Рис. 31. Сетка рассеивания с наложенной мишенью № 8 (цифры показывают вероятность в сороковых долях процента)

Необходимые данные типичных мишеней (целей) по войсковому курсу стрельб приведены в табл. 4 приложения 3.

3.4. ОСОБЕННОСТИ РАССЕИВАНИЯ ВЫСТРЕЛОВ ПРИ АВТОМАТИЧЕСКОМ ОГНЕ

Стрельба автоматическим огнем имеет свои качественные и количественные особенности, отличающие ее от стрельбы одиночным огнем.

Как указывалось, при ведении одиночного огня рассеивание выстрелов зависит в основном от рассеивания начальных скоростей, углов бросания и направлений стрельбы, а также факторов, определяющих условия полета пуль. Рассеивание траекторий пуль из-за изменений начальных скоростей и баллистических коэффициентов (масс и форм пуль), называемое *техническим рассеиванием*, и колебания углов прицеливания в вертикальной и горизонтальной плоскостях (ошибки прицеливания) являются основными причинами рассеивания пуль при одиночном огне.

Техническое рассеивание невелико и заметно сказывается только на дальностях стрельбы свыше 500—600 м (на дальности 100—300 м оно практически отсутствует). Оно играет тем большую роль в общем рассеивании пуль, чем меньше само общее рассеивание. Например, при стрельбе одиночным огнем на дальность 800 м из автомата техническое рассеивание по высоте составляет 12% от общего, а из снайперской винтовки — 44%. Следовательно, наибольшую часть рассеивания одиночных выстрелов вызывают ошибки прицеливания. В их число обычно включают не только ошибки, связанные непосредственно с визированием через прицел и «взятием» правильной мушки, но и ошибки неоднообразного удержания оружия при выстреле, поскольку вследствие отдачи оружие при выстреле не только движется поступательно назад, но и поворачивается на некоторый угол. Величина этого угла зависит от многих факторов, и в первую очередь от того, как стреляющий удерживает оружие.

Вообще величина угла поворота равна произведению угловой скорости движения оружия на время, но время движения пули по каналу ствола очень мало (измеряется тысячными долями секунды) и за это время оружие не успевает изменить свое положение, поэтому основное его перемещение происходит после вылета пули. Вот почему при одиночных выстрелах изменение угла на рассеивание влияет незначительно.

Иначе обстоит дело при автоматическом огне. Первые выстрелы очередей происходят практически в условиях одиночной стрельбы и на их рассеивание влияют одни и те же ошибки. Однако уже на втором выстреле очереди, помимо ошибки прицеливания и технического рассеивания, сказывается перемещение оружия после вылета первой пули из канала ствола, так как время между выстрелами составляет уже около 0,1 с, т.е. на два порядка выше времени выстрела. Это перемещение является результатом воздействия на оружие двух сил: отдачи и реакции на отдачу, точнее — не самих сил, а их моментов.

При стрельбе из автомата, ручного и ротного пулеметов сила реакции проявляется в мускульном воздействии стрелка на оружие, а при стрельбе из оружия на станке (установке) — в воздействии механических связей системы станок—оружие. Эта сила реакции стремится противодействовать силе отдачи и возвратить оружие в то положение, которое оно занимало перед первым выстрелом. Поэтому действительное положение оружия при втором выстреле будет определяться положением его перед первым выстрелом и суммарным действием моментов сил отдачи и реакции после этого выстрела. Точно также при третьем выстреле положение оружия будет зависеть от его положения перед вторым выстрелом и суммарного действия указанных сил после этого выстрела и т. д.

Поскольку на каждый последующий выстрел влияет предыдущий, положение оружия в момент любого выстрела очереди определяется как результат его перемещений при всех предыдущих выстрелах. Величина силы отдачи при всех выстрелах очереди практически одинакова, а силы реакции, как правило, различны. Это различие оказывает основное влияние на величину рассеивания выстрелов при автоматическом огне.

Для ручного оружия сила реакции стрелка зависит от многих факторов — импульса отдачи, конструкции оружия, массы его, степени обученности стрелка, от его психофизиологических свойств, удобства удержания оружия. Поэтому, чем устойчивее положение для стрельбы (т. е. удобнее удерживать оружие при стрельбе) и выше натренированность стрелка, тем однообразнее силы реакции.

В станковом оружии силы реакции более стабильны, ибо они определяются механическими связями — конструкцией оружия и станка, зазорами в сочленениях и возникающими упругими деформациями при выстрелах. Поэтому для станкового оружия закономерность рассеивания пуль строже, а его площадь, как правило, меньше.

Поскольку на положение оружия в данный момент при автоматическом огне оказывают влияние все предшествующие выстрелы, то чем больше порядковые номера выстрелов в очереди, тем больше площадь рассеивания. Это подтвердилось данными опытной стрельбы из автомата стоя. По вертикальному щиту было произведено 6 очередей по 4 выстрела. Для отличия порядковых номеров выстрелов в очередях головные части пуль окрашивались краской разного цвета.

Наименьшее рассеивание оказалось у первых пуль очередей (рис. 32). Вторые смещены вправо вверх, рассеивание их больше, чем первых, третьих — больше, чем вторых, четвертых — больше, чем третьих. Вместе с тем, третьи пули расположились ближе к точке прицеливания, чем вторые, а четвертые — еще ближе. Это объясняется тем, что стреляющий, активно воздействуя на оружие во время производства очереди, только к третьему — четвертому

выстрелу успевает приблизить автомат к его исходному положению при первом выстреле. Несмотря на то, что рассеивание выстрелов увеличивается в порядке возрастания их номеров в очередях, разница в величинах рассеивания не велика, и в большинстве случаев все последующие выстрелы можно с достаточной для практики точностью отнести к одной совокупности.

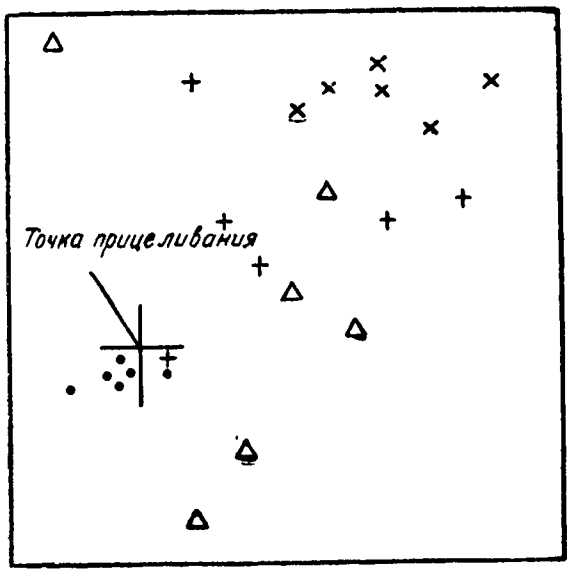


Рис. 32. Рассеивание пуль при стрельбе из автомата стоя очередями:
· — первые выстрелы очередей; × — вторые выстрелы; + — третьи выстрелы; △ — четвертые выстрелы

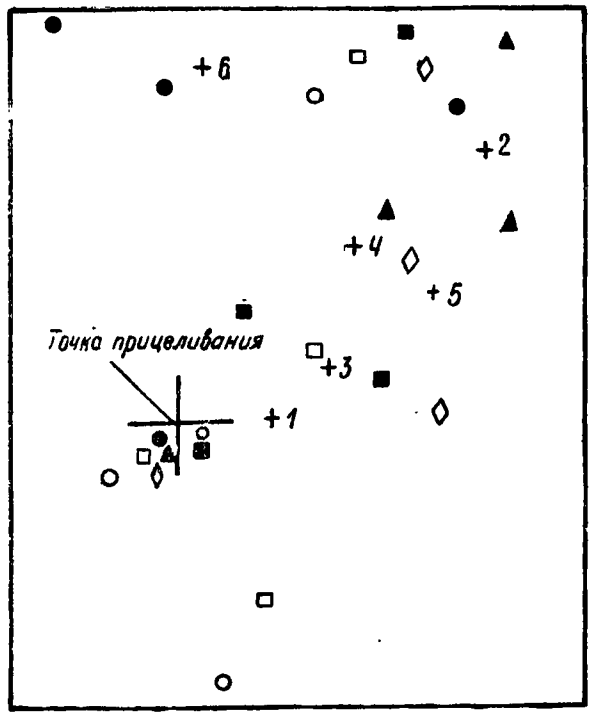


Рис. 33. Рассеивание пуль при стрельбе из автомата стоя очередями:
○ — первой; ▲ — второй, □ — третьей, ■ — четвертой, ◇ — пятой, ● — шестой, + — СТП (цифра-номер очереди)

Изучение рассеивания при стрельбе очередями показало, что вследствие неоднообразного удержания оружия рассеиваются не только выстрелы в очереди, но и СТП очередей (рис. 33). Поэтому полное (суммарное) рассеивание при автоматической стрельбе несколькими очередями включает не только рассеивание выстрелов, но и рассеивание средних точек попадания очередей. Смещение СТП очередей объясняется уже отмечавшимся неоднообразием сил реакции.

При стрельбе из ручного и ротного (рис. 34) пулеметов с сошек устойчивость оружия выше, чем при стрельбе из автомата, и поэтому рассеивание меньше. Разница в рассеивании первых и последующих выстрелов очередей значительно меньше, смещение последующих выстрелов очередей относительно первых также мало. Однако, когда стрельбу из ручных пулеметов ведут из поло-

жения с колена или стоя, рассеивание по сравнению со стрельбой с сошек увеличивается, особенно последующих выстрелов.

При автоматическом огне в общем случае всегда имеет место несовпадение центров рассеивания различных выстрелов очередей. С другой стороны, рассеивание различных выстрелов также не одинаково и растет по мере увеличения порядкового номера выстрела в очереди. Рассеивание первых выстрелов является наименьшим и поэтому вероятность попадания этими выстрелами, как правило, больше, чем любыми из последующих. Однако при стрельбе из станкового оружия или оружия на специальных носителях разница в рассеивании отдельных выстрелов очередей бывает мала; при стрельбе из ручного оружия она мала для последующих выстрелов.

При решении практических задач, связанных с оценкой эффективности, часто возникает необходимость выделения из общего рассеивания первых и объединения всех последующих выстрелов. Рассеивание выстрелов в автоматической очереди можно характеризовать объединенным законом, если разность в положениях центров рассеивания двух или нескольких выстрелов в каждом направлении меньше или равна увеличенному в 1,2—1,4 раза наибольшему из соответствующих срединных отклонений этих выстрелов, а численные значения срединных отклонений различаются не более чем в 1,5 раза. Если это условие не выполняется, то отдельные выстрелы (обычно первые) должны быть выделены, а остальные выстрелы в очереди должны характеризоваться объединенным законом рассеивания.

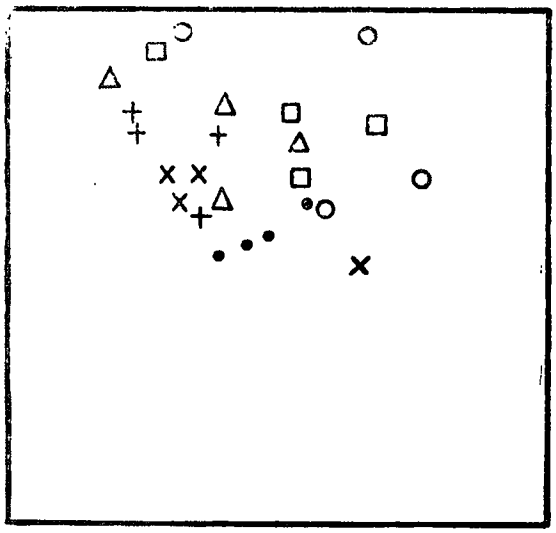


Рис. 34. Рассеивание пуль при стрельбе из ротного пулемета РП-46 очередями:
● — первые выстрелы; × — вторые выстрелы; + — третьи выстрелы; △ — четвертые выстрелы; □ — пятые выстрелы; ○ — шестые выстрелы

Объединение законов рассеивания нескольких выстрелов производится в соответствии с методами математической статистики (см. параграф 2.2).

Вычисление характеристик рассеивания выстрелов по результатам опытных стрельб весьма трудоемко и его целесообразно

выполнять с помощью ЭВМ. Алгоритм и программа вычислений для ЭВМ (на языке ФОРТРАН) приведены в приложении 6 (программа 1).

3.5. ОШИБКИ СТРЕЛЬБЫ

Степень совмещения СТП с центром цели определяет точность стрельбы.

Точность стрельбы обеспечивается тщательным приведением оружия к нормальному бою, выучкой стреляющего, подготовкой исходных данных для стрельбы — точным определением расстояния до цели, учетом влияния метеорологических условий на полет пули (снаряда), правильной установкой прицела и выбором точки прицеливания, а также выполнением положенных приемов стрельбы. Однако, как бы тщательно стрелок не проводил подготовку и осуществлял сам процесс стрельбы, он неизбежно допускает случайные ошибки, оказывающие большое влияние на результаты стрельбы.

Все ошибки можно разбить на следующие основные группы ошибок:

— технического рассеивания выстрелов (пуль, снарядов);

— технической подготовки оружия (приведение оружия к нормальному бою, выверка прицельных приспособлений, допуски при изготовлении оружия и т. д.);

— подготовки исходных данных для стрельбы (определение расстояния до цели, учет поправок на отклонение условий стрельбы от нормальных, округление при назначении установки прицела и т. д.);

— наводки оружия в цель;

— нестабильности боя оружия при автоматической стрельбе.

Причины ошибок технического рассеивания изложены выше. Количественные характеристики технического рассеивания — значения срединных отклонений $B_в$, $B_д$ и $B_б$ — для конкретных образцов оружия приводятся в таблицах стрельбы и наставлениях по стрелковому делу (НСД). Эти табличные характеристики рассеивания получены путем обработки результатов стрельб лучших (или средних) войсковых стрелков в метеорологических условиях, близких к табличным, при тщательно проверенных оружии и боеприпасах и при точном соблюдении правил стрельбы. Однако даже при учебных стрельбах в войсках, не говоря уже о стрельбе при ведении реальных боевых действий, эти условия в большинстве случаев обеспечить нельзя. В связи с этим характеристики рассеивания выстрелов, как правило, больше табличных.

ОШИБКИ ТЕХНИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ОРУЖИЯ

Приведение оружия к нормальному бою осуществляется перемещением мушки в боковом направлении и по высоте, исходя из величины отклонения СТП от контрольной точки. Способы приведения оружия к нормальному бою указаны в НСД.

Величина срединной ошибки приведения $E_{пр}$ обычно невелика и не превосходит 0,2—0,3 тысячных дальности (т. д.) в боковом направлении и по высоте:

$$E_{пр\,y} = E_{пр\,z} = (0{,}2 \div 0{,}3)\frac{X}{1000}, \qquad (3.5.1)$$

где X — дальность стрельбы.

Срединная ошибка приведения оружия к нормальному бою по дальности

$$E_{пр\,x} = \frac{E_{пр\,y}}{\operatorname{tg}|\theta_c|}. \qquad (3.5.2)$$

Пример 1. Найти срединную ошибку приведения к нормальному бою автомата АКМ при стрельбе на $X = 500$ м.

Решение. По таблицам стрельбы имеем $\theta_c = 48'$. По формуле (3.5.1) находим

$$E_{пр\,y} = E_{пр\,z} = (0{,}2 \div 0{,}3)\frac{500}{1000} = 0{,}10 \div 0{,}15 \text{ м};$$

по соотношению (3.5.2) получим

$$E_{пр\,x} = \frac{0{,}10}{\operatorname{tg} 48'} \div \frac{0{,}15}{\operatorname{tg} 48'} = 7 \div 11 \text{ м}.$$

Ошибка округления установки прицела $E_{ок}$ происходит вследствие того, что шкалы прицелов стрелкового оружия имеют обычно цену деления 50—100 м, а определенная каким-либо способом дальность до цели в общем случае не кратна делению шкалы. Например, если дальность до цели 320 м, то будет поставлен прицел «3» (соответствует дальности 300 м) и ошибка составит 20 м. Если цена деления шкалы прицела составляет $2l$, то можно считать, что срединная ошибка составит $0{,}25l$, так как эта ошибка подчинена закону равномерной плотности (см. параграф 1.10):

$$E_{ок\,x} = 0{,}25\,l. \qquad (3.5.3)$$

Срединную ошибку стрельбы по высоте, вызванную ошибкой округления установки прицела, можно подсчитать по зависимости

$$E_{ок\,y} = 0{,}25\,l \operatorname{tg}|\theta_c|. \qquad (3.5.4)$$

Пример 2. Найти срединную ошибку округления установки прицела при стрельбе из автомата АКМ на дальность 500 м.

Решение. Цена деления шкалы прицела автомата $2l = 100$ м. По формуле (3.5.3) вычисляем

$$E_{ок\,x} = 0{,}25\,\frac{100}{2} = 12{,}5 \text{ м};$$

по формуле (3.5.4) получим

$$E_{ок\,y} = 12\,5 \operatorname{tg} 48' = 0{,}17 \text{ м}.$$

ОШИБКИ ПОДГОТОВКИ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ СТРЕЛЬБЫ

Они слагаются из ошибок при определении дальности до цели и поправок на температуру воздуха и заряда, на боковой и продольный ветер, а также на движение цели.

Дальность до цели при стрельбе из стрелкового оружия обычно определяется глазомерным способом и лишь в некоторых случаях с использованием дополнительных шкал оптических прицелов. Величина ошибки зависит в основном от условий видимости и местности, от дальности до цели, размеров и формы ее, а также от степени подготовленности стрелка.

Многочисленными опытами установлено, что глазомерный способ приводит к следующим значениям срединной ошибки определения дальности до цели:

для хорошо обученных стрелков

$$E_{ц\,x} = (0{,}08 \div 0{,}10)\,X; \tag{3.5.5}$$

для слабо подготовленных стрелков

$$E_{ц\,x} = (0{,}15 \div 0{,}16)\,X. \tag{3.5.6}$$

Срединную ошибку стрельбы по высоте, обусловленную срединной ошибкой определения дальности до цели, вычисляют по зависимости

$$E_{ц\,y} = E_{ц\,x} \operatorname{tg} |\theta_c|. \tag{3.5.7}$$

Эта ошибка играет, как правило, доминирующую роль в суммарной срединной ошибке стрельбы по высоте.

Пример 3. Найти значения срединных ошибок определения дальности при стрельбе из автомата АКМ на дальность 500 м.

Решение. По формулам (3.5.5)—(3.5.7) вычисляем:

при хорошо обученных стрелках

$$E_{ц\,x} = (0{,}08 \div 0{,}10)\,500 = 40 \div 50 \text{ м};$$

$$E_{ц\,y} = (40 \div 50) \operatorname{tg} 48' = 0{,}56 \div 0{,}70 \text{ м};$$

при слабо подготовленных стрелках

$$E_{ц\,x} = (0{,}15 \div 0{,}16)\,500 = 75 \div 80 \text{ м};$$

$$E_{ц\,y} = (75 \div 80) \operatorname{tg} 48' = 1{,}04 \div 1{,}11 \text{ м}.$$

Ошибка определения поправки на температуру воздуха и заряда зависит в основном от подготовленности стрелка. Опытами установлено, что величина срединной ошибки составляет для стрелков хорошо обученных $E_t = 5°$ С и слабо подготовленных $E_t = 10°$ С.

Срединные ошибки стрельбы, обусловленные ошибками определения поправки на температуру воздуха и заряда, подсчитываются по выражениям:

$$E_{tx} = E_t \Delta X_t; \quad E_{ty} = E_t \Delta Y_t, \tag{3.5.8}$$

где ΔX_t, ΔY_t — изменения дальности стрельбы и высоты попадания соответственно при изменении на 1° С температуры воздуха и заряда.

Величины ΔX_t и ΔY_t могут быть взяты из таблиц стрельбы (таблица поправок на изменение метеорологических и баллистических условий стрельбы) или вычислены по поправочным формулам внешней баллистики:

$$\Delta X_t = X(0{,}0035 - 0{,}0006 f_{v_0});$$

$$\Delta Y_t = \Delta X_t \operatorname{tg} |\theta_c|,$$

где f_{v_0} — вспомогательная функция Сиаччи, приводимая в таблицах внешней баллистики.

Пример 4. Подсчитать значения срединных ошибок определения поправок на температуру воздуха и заряда при стрельбе из автомата АКМ на дальность 500 м.

Решение. По таблице поправок на метеорологические и баллистические условия стрельбы находим, что при изменении температуры воздуха и заряда на 10°С дальность меняется на 11 м, а высота попадания на 0,16 м. Поэтому $\Delta X_t = 1{,}1$ м; $\Delta Y_t = 0{,}016$ м.

Используя уравнения (3.5.8), получим:
при хорошо обученных стрелках

$$E_{tx} = 5 \cdot 1{,}1 = 5{,}5 \text{ м};$$

$$E_{ty} = 5 \cdot 0{,}016 = 0{,}08 \text{ м};$$

при слабо подготовленных стрелках

$$E_{tx} = 10 \cdot 1{,}1 = 11 \text{ м};$$

$$E_{ty} = 10 \cdot 0{,}016 = 0{,}16 \text{ м}.$$

Ошибка определения поправки на боковой ветер также зависит в основном от подготовленности стрелка. Опытами установлено, что величина указанной ошибки составляет примерно $E_w = 1{,}5$ м/с. Срединная ошибка в боковом направлении, обусловленная ошибкой определения поправки на боковой ветер, вычисляется по зависимости

$$E_{wz} = E_w \Delta Z_w, \tag{3.5.9}$$

где ΔZ_w — боковой снос пули под действием составляющей бокового ветра скоростью 1 м/с.

Значение величины ΔZ_w может быть найдено по таблицам стрельбы или по формуле

$$\Delta Z_w = T - \frac{X}{v_0 \cos \theta_0},$$

где T — время полета пули на дальность X;

v_0 — начальная скорость пули;

θ_0 — угол бросания при стрельбе на дальность X.

Величины полетного времени и угла бросания находятся по таблицам стрельбы или в результате баллистического расчета.

Ошибка определения поправки на продольный ветер также зависит от подготовленности стрелка. Величина ее составляет $E_w = 1{,}5$ м/с. Срединная ошибка стрельбы, обусловленная ошибкой определения поправки на продольный ветер, вычисляется по соотношениям:

$$E_{wx} = E_w \Delta X_w; \quad E_{wy} = E_w \Delta Y_w, \tag{3.5.10}$$

где ΔX_w, ΔY_w изменения дальности стрельбы и высоты попадания соответственно при продольном ветре скоростью 1 м/с.

Величины ΔX_w и ΔY_w могут быть взяты из таблиц стрельбы (таблица поправок на изменение метеорологических и баллистических условий стрельбы) или подсчитаны по поправочным формулам внешней баллистики:

$$\Delta X_w = T - \frac{X}{v_0} f_{v_0} \cos \theta_0 + \frac{X \cos 2\theta_0}{\cos^2 \theta_0 \operatorname{tg} |\theta_c|} \frac{\sin \theta_0}{v_0};$$

$$\Delta Y_w = \Delta X_w \operatorname{tg} |\theta_c|.$$

Пример 5. Найти срединные ошибки определения поправок на ветер при стрельбе из автомата АКМ на дальность 500 м.

Решение. По таблице поправок на изменение метеорологических и баллистических условий стрельбы находим, что боковой ветер скоростью 10 м/с сносит пулю на 3,4 м, а такой же продольный ветер — на 5 м по дальности или 0,07 м по высоте. Поэтому $\Delta Z_w = 0{,}34$ м; $\Delta X_w = 0{,}5$ м и $\Delta Y_w = 0{,}007$ м.

По формулам (3.5.9) и (3.5.10) вычисляем:

$$E_{wz} = 1{,}5 \cdot 0{,}34 = 0{,}51 \text{ м};$$

$$E_{wx} = 1{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}75 \text{ м};$$

$$E_{wy} = 1{,}5 \cdot 0{,}007 = 0{,}01 \text{ м}.$$

Ошибка определения скорости цели зависит от подготовленности стрелка. Срединное значение ее составляет обычно 20% скорости движения цели, т. е. $E_V = 0{,}2\ V$. Срединная ошибка определения курсового угла движения цели принимается обычно равной 10° или $E_\varphi = 0{,}17$ рад.

При облическом движении цели ($0<\varphi<90°$) из известных формул расчета упреждения по дальности и в боковом направлении

$$\Delta X = VT\cos\varphi; \quad \Delta Z = VT\sin\varphi$$

можно получить значения срединных ошибок определения поправок на движение (скорость и курсовой угол) цели:

$$\left.\begin{aligned} E_{Vx} &= T\sqrt{E_V^2\cos^2\varphi + E_\varphi^2 V^2\sin^2\varphi};\\ E_{Vy} &= E_{Vx}\operatorname{tg}|\theta_c|;\\ E_{Vz} &= T\sqrt{E_V^2\sin^2\varphi + E_\varphi^2 V^2\cos^2\varphi}, \end{aligned}\right\} \qquad (3.5.11)$$

где V, φ — скорость и курсовой угол движения цели (φ отсчитывается от плоскости стрельбы).

При фронтальном движении цели ($\varphi=0$, $E_\varphi=0$):

$$E_{Vx} = TE_V; \quad E_{Vy} = TE_V\operatorname{tg}|\theta_c|; \quad E_{Vz} = 0.$$

При фланговом движении цели ($\varphi=90°$, $E_\varphi=0$):

$$E_{Vx} = E_{Vy} = 0; \quad E_{Vz} = TE_V. \qquad (3.5.12)$$

Пример 6. Вычислить срединные ошибки определения поправок на движение цели при стрельбе из автомата АКМ на дальность 500 м по бегущей фигуре (скорость движения $V=3$ м/с) в случаях облического ($\varphi=45°$) и фланговой ($\varphi=90°$) движений.

Решение. Имеем: $T=1{,}04$ с; $\Theta_c=48'$; $E_V=0{,}2$ $V=0{,}6$ м/с; $E_\varphi=0{,}17$.

По уравнениям (3.5.11) для облического движения получим:

$$E_{Vx} = 1{,}04\sqrt{0{,}6^2\cdot 0{,}707^2 + 0{,}17^2\cdot 3^2\cdot 0{,}707^2} = 1{,}2 \text{ м};$$

$$E_{Vy} = 1{,}2\cdot 0{,}0139 \approx 0{,}02 \text{ м};$$

$$E_{Vz} = 1{,}04\sqrt{0{,}6^2\cdot 0{,}707^2 + 0{,}17^2\cdot 3^2\cdot 0{,}707^2} = 1{,}21 \text{ м}.$$

По формулам (3.5.12) для флангового движения найдем:

$$E_{Vx} = E_{Vy} = 0; \quad E_{Vz} = 1{,}04\cdot 0{,}6 = 0{,}62 \text{ м}.$$

ОШИБКИ НАВОДКИ ОРУЖИЯ

Эти ошибки имеют место вследствие неточного совмещения стрелком линии прицеливания с выбранной точкой прицеливания. Величина их обусловлена степенью подготовки стрелка, временем на наводку, видимостью цели и устойчивостью положения для стрельбы. В боевых условиях существенное влияние оказывает и психофизиологическое состояние стрелка: усталость после пер-

ежки или переползания, опасность стать целью для огня противника, боязнь бомбежки и т. д.

По опыту учебных стрельб срединные ошибки наводки оружия по высоте и в боковом направлении во время стрельбы по неподвижной цели при устойчивых (с упора), малоустойчивых (с руки, с колена) и неустойчивых (стоя, на ходу с короткой остановки) положениях принимают значения 0,2—1,0; 0,7—1,5 и 1,0—2,0 т.д. соответственно.

Так как положение для стрельбы во многом зависит от вида боевых действий, то для условий оборонительного боя (устойчивые положения) обычно принимают

$$E_{ну} = E_{нz} = 0{,}5 \div 1{,}0 \text{ т. д.}, \tag{3.5.13}$$

а для наступательного боя (мало- и неустойчивые положения)

$$E_{ну} = E_{нz} = 1{,}0 \div 1{,}5 \text{ т. д.} \tag{3.5.14}$$

Литературные сведения об ошибках наводки подчас противоречивы, так как опыты проводились в различных условиях и со стрелками разной квалификации. Поэтому при теоретической оценке эффективности стрельбы бывает целесообразно задаться не одним, а двумя — минимальным и максимальным — значениями срединных ошибок наводки. Такими предельными значениями могут быть приняты величины (3.5.13) и (3.5.14).

Ошибка наводки по дальности вычисляется по соотношению

$$E_{нx} = \frac{E_{ну}}{\operatorname{tg}|\theta_c|}. \tag{3.5.15}$$

ОШИБКИ НЕСТАБИЛЬНОСТИ БОЯ

При автоматической стрельбе эти ошибки происходят в основном из-за неоднообразного удержания оружия во время очереди, неодинаковых сил реакции на различные выстрелы. Эти ошибки характеризуются рассеиванием средних точек попадания по высоте (срединное отклонение $B_{в\ стп}$) и в боковом направлении (срединное отклонение $B_{б\ стп}$).

Рассеивание средних точек попадания будет и в том случае, когда все упомянутые причины отсутствуют, но тогда:

$$\left.\begin{aligned} B'_{в\ стп} &= \frac{B_в}{\sqrt{n}}; \\ B'_{б\ стп} &= \frac{B_б}{\sqrt{n}}, \end{aligned}\right\} \tag{3.5.16}$$

где n — число выстрелов в очереди.

Это так называемое рассеивание выборочных средних, о котором уже говорилось *. Неоднообразное удержание оружия и неодинаковая реакция стрелка на выстрелы, как и изменение зазоров и сил упругости при стрельбе из станкового оружия, увеличивают нестабильность боя, благодаря чему величины $B_{\text{в стп}}$ и $B_{\text{б стп}}$ значительно больше определяемых формулами (3.5.16). Обычно эти срединные отклонения имеют значения в пределах 0,5—2,0 т.д., возрастая по мере уменьшения устойчивости положения для стрелка и квалификации стрелка.

Нестабильность боя имеет место и по дальности стрельбы, поэтому

$$B_{\text{д стп}} = \frac{B_{\text{в стп}}}{\operatorname{tg} |\theta_c|} .$$

Пример 7. Снять величины срединных ошибок наводки и отклонений рассеивания СТП при стрельбе из автомата АКМ на дальность 500 м.

Решение. Срединные ошибки наводки в условиях оборонительного боя согласно равенств (3.5.13) и (3.5.15):

$$E_{\text{ну}} = E_{\text{нz}} = \frac{0{,}5 \cdot 500}{1000} \div \frac{1{,}0 \cdot 500}{1000} = 0{,}25 \div 0{,}50 \text{ м};$$

$$E_{\text{нx}} = \frac{0{,}25}{\operatorname{tg} 48'} \div \frac{0.5}{\operatorname{tg} 48'} = 18 \div 36 \text{ м},$$

а в условиях наступательного боя согласно соотношений (3.5.14) и (3.5.15) составят:

$$E_{\text{ну}} = E_{\text{нz}} = \frac{1{,}0 \cdot 500}{1000} \div \frac{1{,}5 \cdot 500}{1000} = 0{,}50 \div 0{,}75 \text{ м};$$

$$E_{\text{нx}} = 36 \div 54 \text{ м}.$$

Срединные отклонения рассеивания СТП (см. НСД) имеют значения:

$$B_{\text{в стп}} = 0{,}26 \text{ м}; \quad B_{\text{б стп}} = 0{,}33 \text{ м}:$$

$$B_{\text{д стп}} = 18{,}7 \text{ м}.$$

СУММАРНАЯ ОШИБКА СТРЕЛЬБЫ

Ошибки, сопровождающие стрельбу из автоматического стрелкового оружия, являются независимыми друг от друга. Поэтому их можно складывать по правилу сложения срединных отклоне-

* Если из достаточно большой генеральной совокупности брать несколько выборок, каждая объемом n, то средние выборочные значения измеряемой величины не будут совпадать. Аналогично не совпадают СТП нескольких очередей.

ний (ошибок), пользуясь зависимостью (1.11.3), и определять суммарные срединные ошибки стрельбы:

$$\left.\begin{aligned} E_{cx} &= \sqrt{E^2_{\text{пр}\,x} + E^2_{\text{ок}\,x} + E^2_{\text{ц}\,x} + E^2_{t\,x} + E^2_{w\,x} + E^2_{Vx} + E^2_{\text{н}\,x} + B^2_{\text{д стп}}}; \\ E_{cy} &= \sqrt{E^2_{\text{пр}\,y} + E^2_{\text{ок}\,y} + E^2_{\text{ц}\,y} + E^2_{t\,y} + E^2_{w\,y} + E^2_{Vy} + E^2_{\text{н}y} + B^2_{\text{в стп}}}; \\ E_{cz} &= \sqrt{E^2_{\text{пр}\,z} + E^2_{w\,z} + E^2_{Vz} + E^2_{\text{н}z} + B^2_{\text{б стп}}}. \end{aligned}\right\} \quad (3.5.17)$$

Примеры 1—7 показывают, что все ошибки различны по величине, поэтому представляет интерес сравнить их и оценить долю в суммарных срединных ошибках. Поскольку ошибки входят в квадратах как слагаемые под квадратным корнем, оценку долей целесообразно тоже производить в квадратных величинах (табл. 6). Из анализа сравнительных данных следует, что ошибки по высоте (дальности), являющиеся следствием ошибок приведения оружия к нормальному бою, определения поправок на температуру воздуха и заряда, на продольный ветер и движение цели ввиду их относительной малости можно не учитывать при вычислении суммарной срединной ошибки стрельбы. Исключение этих ошибок незначительно уменьшает суммарную срединную ошибку. Наибольшую роль среди ошибок стрельбы по высоте (дальности) играют ошибки определения дальности и наводки. Эти две ошибки не только при стрельбе из автомата АКМ на дальность 500 м, но практически и во всех других случаях являются первостепенными; они могут лишь меняться местами. Так, на малых дальностях стрельбы (до 300—400 м) наибольшее значение имеет ошибка наводки. Чем больше дальность, тем больший «вес» приобретают ошибки определения дальности до цели. При дальностях стрельбы свыше 1000 м заметную роль начинают играть баллистические ошибки — ошибки определения поправок на температуру воздуха и заряда, на продольный ветер.

Вместе с тем, вывод о доминирующей роли ошибок определения дальности и наводки справедлив только при глазомерном определении расстояния до цели и механических прицелах. Если дальность определяется с применением даже простейшей дальномерной шкалы оптического прицела, с помощью которого и производится наводка оружия, то указанные ошибки значительно меньше и перестают быть доминирующими. Так, стрельбу из снайперской винтовки сопровождают обычно срединные ошибки $E_{\text{ц}x} = 3 \div 4\%$ дальности и $E_{\text{н}y} = E_{\text{н}z} = 0{,}1 \div 0{,}2$ т.д. Однако в этом случае высокая квалификация снайпера приводит к снижению и других ошибок.

Среди ошибок в боковом направлении главную роль играет ошибка определения поправок на движение цели. При стрельбе по неподвижной цели, когда эта ошибка отсутствует, наибольшее значение на малых дальностях стрельбы имеет ошибка наводки,

Таблица 6

Сравнение величин ошибок стрельбы из автомата АКМ на дальности 500 м и их доли в суммарных срединных ошибках

Наименование ошибок	Срединные ошибки стрельбы					
	По высоте			В боковом направлении		
	E_{iy}, м	E_{iy}^2, м²	E_{iy}^2/E_{cy}^2, %	E_{iz}, м	E_{iz}^2, м²	E_{iz}^2/E_{cz}^2, %
Приведения оружия к нормальному бою	0,15	0,022	2,5—1,2	0,15	0,022	1,0—0,8
Округления установки прицела	0,17	0,029	3,4—1,5	—	—	—
Определения дальности до цели	0,70—1,11	0,490—1,231	56,6—63,5	—	—	—
Определения поправок на температуру	0,08—0,16	0,006—0,026	0,7—1,3	—	—	—
Определения поправок на ветер:						
боковой	—	—	—	0,51	0,260	11,3—9,9
продольный	0,01	0,001	0	—	—	—
Определения поправок на движение цели	0,02	0,001	0	1,21	1,465	63,6—55,9
Наводки	0,5—0,75	0,250—0,562	28,9—29,0	0,50—0,75	0,250—0,562	10,8—21,4
Нестабильности боя	0,26	0,068	7,9—3,5	0,33	0,109	4,6—4,2
E_{cy}^2; E_{cz}^2	—	0,865—1,938	—	—	2,309—2,621	—
E_{cy}; E_{cz}	—	0,93—1,39	—	—	1,52—1,62	—

Примечание. Ошибки по дальности зависят от ошибок по высоте и поэтому не приводятся.

на средних и больших — ошибка определения поправки на боковой ветер.

Сказанное свидетельствует о том, что при оценке эффективности стрельбы нет нужды учитывать все ошибки стрельбы, но решать этот вопрос надо продуманно с тем, чтобы не исключить из рассмотрения сравнительно большую по величине ошибку.

СУММАРНАЯ СРЕДИННАЯ ОШИБКА ВЫСТРЕЛА

Рассмотрим случай стрельбы одной очередью из автоматического оружия. Положение (точка попадания) каждого выстрела этой очереди будет определяться суммарной ошибкой стрельбы и случайным отклонением выстрела от средней точки попадания. Так как ошибки стрельбы и эти отклонения независимы, то общая ошибка выстрела будет состоять из суммы этих ошибок. Переходя к срединным отклонениям, получим так называемые суммарные срединные ошибки выстрелов, которые характеризуют общее рассеивание точек попадания около центра цели:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= \sqrt{E^2_{cx} + B_д^2}; \\ E_y &= \sqrt{E^2_{cy} + B_в^2}; \\ E_z &= \sqrt{E^2_{cz} + B_б^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.5.18)$$

КЛАССИФИКАЦИЯ ОШИБОК СТРЕЛЬБЫ

Классификация ошибок по их происхождению или величине неполностью раскрывает сущность их влияния на вероятность попадания в цель.

Рассмотрим вначале стрельбу одной автоматической очередью. Положение средней точки попадания очереди относительно центра цели определится ошибками стрельбы, которые входят в суммарные срединные ошибки E_{cx}, E_{cy} и E_{cz}. Все эти ошибки будут одинаковыми для всех выстрелов очереди. Однако отдельные выстрелы будут рассеиваться около общей для них средней точки попадания очереди. Отклонения (ошибки) каждого выстрела будут различными. Они характеризуются срединными отклонениями $B_д$, $B_в$, $B_б$ и могут считаться неповторяющимися, индивидуальными.

Следовательно, стрельбе одной очередью присущи два вида ошибок: индивидуальные, неповторяющиеся для каждого выстрела, определяющие положения пробоин относительно СТП очереди (рис. 35), и групповые, повторяющиеся для всех выстрелов очереди, определяющие положение СТП относительно центра цели.

Если для схематического изображения применить радиусы-векторы, то радиус-вектор каждой пробоины $\bar{\rho}_i$ с началом в центре цели будет определяться уравнением

$$\bar{\rho}_i = \bar{R} + \bar{r}_i.$$

(На рис. 35 показан радиус-вектор четвертой пробоины.) Рассмотренные виды ошибок называют группами, а такой вид стрельбы – стрельбой в схеме двух групп ошибок.

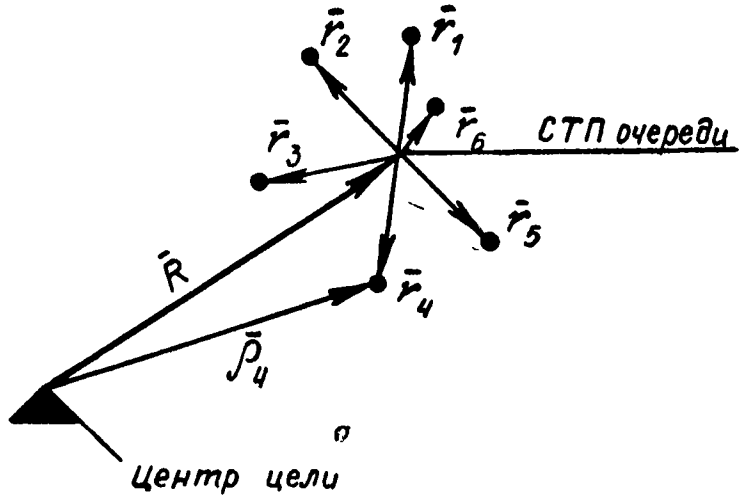


Рис. 35. Стрельба в схеме двух групп ошибок: $\bar{r}_i$ — индивидуальные ошибки; $\bar{R}$ — групповая ошибка

Разберем случай стрельбы несколькими очередями с одинаковыми установками прицела и целика, с одним упреждением при стрельбе по движущейся цели и т. д. И в этом случае в каждой очереди выстрелы будут разбрасываться из-за индивидуального рассеивания вследствие неповторяющихся ошибок. Но кроме того, средние точки попадания очередей будут рассеиваться около общего центра с неповторяющимися для каждой очереди ошибками, но общими для всех выстрелов одной очереди. Мерой рассеивания этих ошибок являются срединные отклонения $B_{\text{д стп}}$, $B_{\text{в стп}}$, $B_{\text{б стп}}$, характеризующие нестабильность боя, и срединные ошибки наводки $E_{\text{н}x}$, $E_{\text{н}y}$, $E_{\text{н}z}$. Положение центра рассеивания очередей определяют все остальные ошибки стрельбы, кроме ошибок нестабильности боя и наводки. Срединные значения их найдем, используя формулы (3.5.17):

$$E_{cx}^{\text{III}} = \sqrt{E^2_{\text{с}x} - B^2_{\text{д стп}} - E^2_{\text{н}x}};$$

$$E_{cy}^{\text{III}} = \sqrt{E^2_{\text{с}y} - B^2_{\text{в стп}} - E^2_{\text{н}y}};$$

$$E_{cz}^{\text{III}} = \sqrt{E^2_{\text{с}z} - B^2_{\text{б стп}} - E^2_{\text{н}z}}.$$

При схематичном изображении результатов такой стрельбы (рис. 36) можно написать:

$$\overline{\rho}_{ji} = \overline{R} + \overline{R}_j + \overline{r}_{ji},$$

где j — номер очереди;
i — номер выстрела.

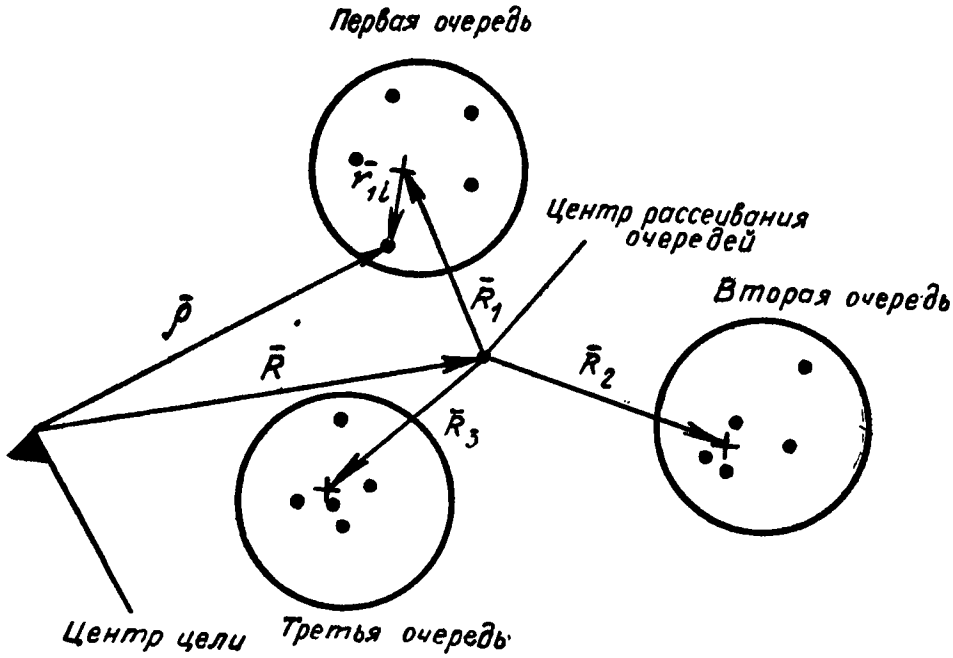


Рис. 36. Стрельба в схеме трех групп ошибок:
+ — СТП

Таким образом, в случае стрельбы несколькими очередями имеют место три группы ошибок:

— индивидуальные, неповторяющиеся для каждого выстрела;

— неповторяющиеся для очередей, но повторяющиеся для всех выстрелов данной очереди;

— повторяющиеся для всех выстрелов и очередей.

Такой вид стрельбы называется стрельбой в схеме трех групп ошибок.

Различается также стрельба в схеме четырех групп ошибок, когда огонь ведется из нескольких образцов оружия с одинаковыми установками прицелов. Однако этот случай редко встречается при оценке эффективности стрельбы.

Очевидно, что в случае производства одного выстрела все ошибки составляют одну группу. Разделение ошибок на группы в основном определяется видом стрельбы. В целом же можно считать, что первую группу ошибок составляет индивидуальное рассеивание; вторую группу образуют ошибки наводки и нестабильности боя, постоянные в процессе одной очереди; третья группа — это ошибки подготовки исходных данных для стрельбы, постоянные для нескольких очередей.

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ВЫСТРЕЛАМИ

Выше указывалось, что между выстрелами в очереди может существовать корреляционная зависимость: по координатам точки попадания одного из них можно судить о возможном расположении (координатах) остальных. Допустим, что СТП очереди (см. рис. 35), значительно отклонилась от центра цели, а рассеивание выстрелов сравнительно невелико. В этом случае скаляр вектора $\bar{R}$ существенно больше, чем скаляр любого из векторов $\bar{r}_i$. Оценивая выстрелы по возможности попадания в цель, можно считать, что положение (координаты) точки попадания любого из них приближенно определяется радиусом-вектором $\bar{R}$ (так как $R \gg r_i$). Следовательно, радиус-вектор каждого выстрела $\bar{\rho}_i \approx \bar{R}$. Отсюда следует, что любой $\bar{\rho}_i$ определяет остальные радиусы-векторы пробоин данной очереди, а это свидетельствует о наличии тесной вероятностной (корреляционной) связи между выстрелами.

Рассмотрим теперь противоположный случай, когда отклонение средней точки попадания от центра цели мало, а рассеивание выстрелов велико. В этом случае радиус-вектор $\bar{R}$ не позволяет судить о положении отдельных пробоин и не связывает их; по положению отдельного выстрела нельзя судить о положении остальных и вероятностная связь между выстрелами мала.

Как указывалось, мерой вероятностной связи является коэффициент корреляции. В теории эффективности доказывается, что при стрельбе в схеме двух групп ошибок коэффициенты корреляции между выстрелами имеют значения:

$$\left.\begin{aligned} r_y &= \frac{E^2_{\text{с}\,y}}{E^2_{\text{с}\,y} + B_{\text{в}}^2}\ ; \\ r_z &= \frac{E^2_{\text{с}\,z}}{E^2_{\text{с}\,z} + B_{\text{б}}^2}\ ; \\ r_x &= \frac{E^2_{\text{с}x}}{E^2_{\text{с}\,x} + B_{\text{д}}^2}\ . \end{aligned}\right\} \qquad (3.5.19)$$

В числителях этих выражений стоят квадраты суммарной срединной ошибки стрельбы, пропорциональные дисперсии D, так как

$$E^2 = 2\rho^2\sigma^2 = 2\rho^2 D.$$

Это величина общая для всех выстрелов очереди — то, что их связывает. В знаменателях находятся квадраты суммарного рассеивания выстрелов, которые включают как все ошибки, так и инди

видуальное рассеивание. Иначе говоря, коэффициент корреляции равен отношению общей для всех выстрелов части дисперсии ко всей дисперсии.

Рассмотрим крайние случаи. Пусть, например, $B_в = B_б = 0$, т. е. индивидуальное рассеивание отсутствует и траектории всех выстрелов одной очереди совпадают. При этом положение одного выстрела совершенно точно определяет положения остальных. Функциональная связь — частный случай вероятностной, которому соответствует коэффициент корреляции $|r| = 1$. Подставив $B_в = B_б = 0$ в формулы (3. 5. 19), получим $r_y = r_z = 1$. Если же $E_{с\,y} = E_{с\,z} = 0$, т. е. полностью отсутствуют ошибки стрельбы, которые связывают выстрелы и являются для них общими, то $r_y = r_z = 0$ и выстрелы независимы друг от друга.

На основании уравнений (3.5.17) и (3.5.18) выражения для коэффициентов корреляции могут быть представлены в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} r_y &= \frac{E^2_{с\,y}}{E_y^2} = \frac{E_y^2 - B_в^2}{E_y^2} = 1 - \frac{B_в^2}{E_y^2}; \\ r_z &= \frac{E^2_{cz}}{E_z^2} = \frac{E_z^2 - B_б^2}{E_z^2} = 1 - \frac{B_б^2}{E_z^2}; \\ r_x &= \frac{E^2_{с\,x}}{E_x^2} = \frac{E_x^2 - B_д^2}{E_x^2} = 1 - \frac{B_д^2}{E_x^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.5.20)$$

В частном случае, когда все ошибки стрельбы отсутствуют и имеются только рассеивания СТП и индивидуальное, коэффициенты корреляции принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} r_y &= \frac{B^2_{в\,стп}}{B^2_{в\,стп} + B_в^2}; \\ r_z &= \frac{B^2_{б\,стп}}{B^2_{б\,стп} + B_б^2}; \\ r_x &= \frac{B^2_{д\,стп}}{B^2_{д\,стп} + B_д^2}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.5.21)$$

Эти зависимости применяются для обработки опытных стрельб с целью определения характеристик рассеивания.

Поскольку при стрельбе автоматическим огнем из малоустойчивых и неустойчивых положений (например, из автоматов) центры рассеивания и характеристики его для первых и последующих пуль не совпадают, коэффициенты корреляции между вторым и следующими выстрелами в этом случае вычисляются по приведен-

ным выше формулам, а между первым и последующими выстр лами по формулам:

$$\left.\begin{aligned} r_y &= \frac{E^2_{\text{су}} - B^2_{\text{в стп}}}{\sqrt{E^2_{\text{су}} - B^2_{\text{в стп}} + B^2_{\text{в1}}}\ \sqrt{E^2_{\text{су}} + B^2_{\text{в п}}}}\ ; \\ r_z &= \frac{E^2_{cz} - B^2_{\text{б стп}}}{\sqrt{E^2_{cz} - B^2_{\text{б стп}} + B^2_{\text{б1}}}\ \sqrt{E^2_{\text{су}} + B^2_{\text{б п}}}}\ ; \\ r_x &= \frac{E^2_{cx} - B^2_{\text{д стп}}}{\sqrt{E^2_{cx} - B^2_{\text{д стп}} + B^2_{\text{д1}}}\ \sqrt{E^2_{cx} + B^2_{\text{д п}}}}\ , \end{aligned}\right\} \qquad (3.5.29)$$

где $B_{\text{в}_1}$, $B_{\text{б}_1}$, $B_{\text{д}_1}$ — срединные отклонения рассеивания первых выстрелов;

$B_{\text{в}_\text{п}}$, $B_{\text{б}_\text{п}}$, $B_{\text{д}_\text{п}}$ — срединные отклонения последующих выстрелов.

Срединные ошибки нестабильности боя $B_{\text{в стп}}$, $B_{\text{б стп}}$ и $B_{\text{д стп}}$ в данном случае относятся к последующим выстрелам.

Для вычисления вероятности попадания при стрельбе несколькими очередями, т. е. в схеме трех групп ошибок, значения коэффициентов корреляции между средними точками попадания очередей следующие:

$$\left.\begin{aligned} r_y' &= \frac{E^2_{\text{су}} - E^2_{\text{ну}} - B^2_{\text{в стп}}}{E^2_{\text{су}}}\ ; \\ r_z' &= \frac{E^2_{cz} - E^2_{\text{нz}} - B^2_{\text{б стп}}}{E^2_{cz}}\ ; \\ r_x' &= \frac{E^2_{cx} - E^2_{\text{нx}} - B^2_{\text{д стп}}}{E^2_{cx}}\ , \end{aligned}\right\} \qquad (3.5.30)$$

так как стоящие в числителях величины представляют собой квадраты повторяющихся для СТП очередей ошибок, а в знаменателе — квадраты суммарных ошибок.

Пример 8. Вычислить коэффициенты корреляции между последующими выстрелами, а также между первым и последующими при стрельбе из автомата АКМ на 500 м по данным, приведенным в табл. 6, и при $B_{\text{в}_\text{п}} = 0{,}29$ м, $B_{\text{б}_\text{п}} = 0{,}45$ м, $B_{\text{в}_1} = 0{,}21$ м, $B_{\text{б}_1} = 0{,}18$ м.

Решение. Из табл. 6 имеем: $E_{\text{су}} = 0{,}93$ м; $E_{cz} = 1{,}52$ м; $B_{\text{в стп}} = 0{,}26$ $B_{\text{б стп}} = 0{,}33$ м.

Коэффициенты корреляции между последующими выстрелами по формулам (3.5.19):

$$r_{уп} = \frac{0{,}93^2}{0{,}93^2 + 0{,}29^2} = 0{,}91;$$

$$r_{zп} = \frac{1{,}52^2}{1{,}52^2 + 0{,}45^2} = 0{,}92.$$

Для вычисления коэффициентов корреляции между первым и последующими выстрелами используем зависимости (3.5.22):

$$r_{у1п} = \frac{0{,}93^2 - 0{,}26^2}{\sqrt{0{,}93^2 - 0{,}26^2 + 0{,}21^2}\ \sqrt{0{,}93^2 + 0{,}29^2}} = 0{,}89;$$

$$r_{z1п} = \frac{1{,}52^2 - 0{,}33^2}{\sqrt{1{,}52^2 - 0{,}33^2 + 0{,}18^2}\ \sqrt{1{,}52^2 + 0{,}45^2}} = 0{,}92.$$

Близость коэффициентов корреляции к единице свидетельствует о наличии тесной связи между выстрелами. Это объясняется тем, что значения суммарных (единых ошибок стрельбы E_{cy} и E_{cz} велики по сравнению с индивидуальным рассеиванием и они в основном определяют положение выстрелов относительно центра цели. Этим же объясняется тесная связь между первыми и последующими выстрелами: то, что их объединяет (E_{cy} и E_{cz}) значительно больше того, что их разъединяет ($B_в$, $B_б$).

Глава IV

ЭФФЕКТИВНОСТЬ СТРЕЛЬБЫ

Тип вооружения и вид стрельбы для поражения цели на
чаются в зависимости от вида цели, ее важности, расстояния
нее и т. д. Изучение этих вопросов входит в задачи теории стр
бы, теории выработки решений и других прикладных разделов
енной науки. Эффективность стрельбы позволяет сравнить разл
ные виды оружия и способы стрельбы, оценить результативно
действительность стрельбы, степень выполнения тем или иным
дом оружия своей боевой задачи.

Задачей любой боевой стрельбы является поражение цели,
несение ей такого ущерба, который препятствовал бы дальней
му выполнению противником своей боевой задачи.

Основным показателем этого ущерба является вероятно
поражения цели — вероятность того, что цели будут нане
такие повреждения, которые не позволят ей продолжать вы
нять свои боевые задачи.

Вероятность поражения цели — фундаментальное понятие
фективности стрельбы, методы последней направлены на опр
ление этой вероятности.

В предыдущих параграфах подробно рассмотрены способы
числения вероятности попадания в различные по форме
Однако вероятность попадания и вероятность поражения —
тия не идентичные.

Наиболее распространенным видом целей для стрельбы
автоматического оружия является живая сила, т. е. личный
став армии противника. Огонь из стрелкового оружия веде
по техническим целям — автомобилям, артиллерийским ору
минометам, стартовым установкам, а из крупнокалиберных
матических пушек — по объектам бронетанковой техники
душным целям — вертолетам и низколетящим самолетам.
сложные цели не всегда поражаются одним попаданием и у
мость их характеризуется законом поражения.

При стрельбе по живым незащищенным целям обычно достаточно одного попадания пули для того, чтобы поразить цель. При этом живая цель может быть убита или ранена. Во втором случае, в зависимости от тяжести ранения, цель может некоторое время продолжать выполнение боевой задачи. Однако в преобладающем числе случаев даже ранения средней тяжести практически немедленно выводят живую цель из строя.

Эти соображения, а также то, что при разработке оружия и патронов стремятся достичь достаточного убойного действия пуль, позволяют считать, что поражение живой цели достигается попаданием одной пули. Поэтому вероятность хотя бы одного попадания в живую цель является вероятностью поражения.

4.1. ЗАКОНЫ ПОРАЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ

Однако при стрельбе по техническим целям, вследствие неодинаковых важности и уязвимости различных мест целей, наносимый одним попаданием снаряда или пули ущерб может быть различным. Попадание в одно место выводит цель из строя, в другое — наносит ей значительный ущерб, в третье — вообще не причиняет заметных повреждений, способных помешать ей выполнять боевую задачу. Поэтому одно попадание в техническую цель не всегда свидетельствует о ее поражении и вероятность хотя бы одного попадания не является характеристикой вероятности поражения ее. Кроме того, наносимый цели ущерб зависит от боевого действия попавшего в нее снаряда или пули, а для одного типа снарядов или пуль — от конструктивных особенностей цели и ее защитных свойств. Вследствие этого поражаемость цели является совокупной функцией как особенностей самой цели, так и могущества снаряда или пули.

Поражаемость технических целей характеризуется *законом поражения,* устанавливаемым для определенной совокупности цель—снаряд (пуля), — зависимостью между числом попаданий в цель m и вероятностью поражения ее W_m при этом.

Условная вероятность поражения цели W_m означает, что это поражение произошло при попадании в цель ровно m снарядов или пуль. Безусловная или полная вероятность поражения цели — это вероятность того, что при данной стрельбе произойдет поражение цели.

Если при стрельбе произведено n выстрелов, то в цель может попасть 0, 1, 2, 3,..., m,..., n пуль, причем каждому числу попаданий отвечает вероятность этого события P_{0n}, P_{1n}, P_{2n}, P_{3n},..., $P_{m,n}$ ..., $P_{n,n}$. Эти вероятности составляют полную группу, т. е.

$$\sum_{m=0}^{n} P_{m,n} = 1.$$

Безусловная вероятность поражения определится как сумма произведений условных вероятностей поражения W_m при попадании ровно m пуль на соответствующие им вероятности $P_{m,n}$ этого числа попаданий:

$$W_n = \sum_{m=1}^{n} W_m P_{m,n}.$$

В этой формуле величина $P_{m,n}$ характеризует точность (меткость и кучность) стрельбы, а величина W_m — мощность совокупного действия m снарядов по цели.

Математическая теория вычисления вероятности поражения целей и методы установления законов этого поражения разработаны в трудах выдающегося советского математика акад. А. Н. Колмогорова, известных ученых Е. С. Вентцель, Я. М. Лихтерова и др.

Закон поражения зависит от вида цели и конструктивных особенностей ее, характеризующих прочность и живучесть; от вида снаряда (пули), его разрушительной способности, определяемой, в частности, скоростью; от смысла, вкладываемого в понятие «поражение цели», который определяется тактическим назначением цели и задачами стрельбы.

Закон поражения зависит также от накопления ущерба при попадании в цель, если она может поразиться лишь совместным действием двух или нескольких снарядов (пуль), ни один из которых в отдельности ее не поразил. Степень накопления ущерба зависит от конструкции цели. Целей с полным отсутствием накопления ущерба не существует, но есть цели, уязвимость которых слабо зависит от этого явления. При отсутствии накопления ущерба законы поражения имеют более простую форму.

Закон поражения $G(m)$ записывается так: $W_m = G(m)$.

ВИДЫ ЗАКОНОВ ПОРАЖЕНИЯ

Закон поражения имеет смысл только для целых неотрицательных значений m. В любом случае $G(0) = 0$, поскольку если нет попадания ($m = 0$), то нет и поражения (это относится к снарядам ударного действия).

На графике закон поражения следовало бы изображать отдельными точками, однако для большей наглядности их соединяют плавной кривой (рис. 37).

Наиболее распространены следующие три разновидности закона поражения.

1. *Двухступенчатый закон.* Допустим, что цель состоит из одной однородной по уязвимости части (отсека)*, которая поражается при N попаданиях. Тогда

при $m < N \quad G(m) = 0,$

при $m \geqslant N \quad G(m) = 1.$

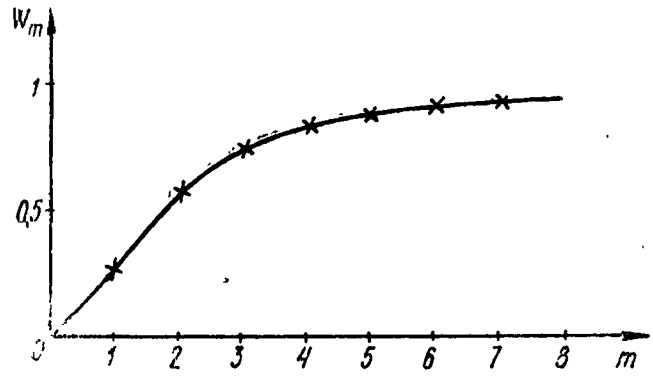


Рис. 37. Кривая закона поражения

2. Частным и распространенным случаем двухступенчатого закона является *единичный закон поражения,* когда цель поражается при одном попадании: $G(0) = 0$; $G(m) = 1$. Единичный закон — это закон поражения живых целей. Кроме того, он действителен для очень мощных снарядов, которые поражают цель при одном прямом попадании.

3. Наиболее простым и характерным законом поражения действительных целей является *показательный закон поражения,* который выражается зависимостью

$$G(m) = 1 - (1 - r)^m,$$

где $r = G(1)$ — вероятность поражения цели при одном попадании;

m — число попаданий.

Необходимым условием показательного закона поражения является наличие в составе цели двух групп отсеков — поражаемых и непоражаемых. Для поражения первых достаточно одного попадания, вторые практически не поражаются даже при очень большом числе попаданий. Необходимо также отсутствие накопления ущерба.

Обозначим площадь отсеков (в проекции на картинную плоскость), поражаемых при одном попадании, через S_1, непоражаемых отсеков — через S_2. Вероятность того, что попадание произойдет в отсеки первой группы, а следовательно, вероятность поражения при одном попадании будет иметь вид

$$r = G(1) = \frac{S_1}{S_1 + S_2}.$$

* Под отсеком понимается отдельно выделенная часть (агрегат) машины, обладающая одинаковыми свойствами в смысле поражаемости.

Для поражения цели необходимо хотя бы одно попадание в эти отсеки, вероятность этого можно записать в виде

$$G(m) = 1 - (1 - r)^m.$$

Преимущества показательного закона поражения заключаются в том (это выявил в 1943 г. акад. А. Н. Колмогоров), что для него значительно упрощается вычисление вероятности поражения цели. При независимых выстрелах ее можно рассчитывать как вероятность хотя бы одного попадания в некоторую «приведенную» цель, вероятность попадания в которую в $\frac{1}{r}$ меньше, чем в истинную цель.

Показательный закон можно выразить в такой форме:

$$G(m) = 1 - \left(1 - \frac{1}{\omega}\right)^m,$$

где ω — среднее необходимое число попаданий. Оно зависит от свойств системы цель—снаряд (пуля) и является единственной характеристикой показательного закона поражения. Так как $G(1) = \frac{1}{\omega}$, то

$$\frac{1}{G(1)} = \omega. \qquad (4.1.1)$$

Пример 1. Цель состоит из двух одинаковых по площади отсеков ($S_1 = S_2$). При одном попадании в первый ($N_1 = 1$) или трех попаданиях во второй ($N_2 = 3$) цель выводится из строя. Найти закон поражения цели.

Решение. Удельные площади отсеков составят величину

$$q = \frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{S_2}{S_1 + S_2} = 0{,}5.$$

Пуля может попасть либо в первый, либо во второй отсеки, причем оба события имеют одинаковую вероятность, равную $q = 0{,}5$. Пусть в цель попала одна пуля. Она будет поражена, если попадание пришлось на первый отсек. Вероятность этого события равна 0,5, следовательно, $G(1) = 0{,}5$.

При двух попаданиях в цель она будет поражена в том случае, если одно попадание придется на первый отсек (вероятность этого события равна 0,5) или если оба попадания придутся на первый отсек — вероятность этого события $0{,}5^2 = 0{,}25$. Следовательно, $G(2) = 0{,}5 + 0{,}25 = 0{,}75$.

При трех попаданиях цель всегда будет поражена, поскольку либо одно из них придется на первый отсек, либо все три — на второй. Поэтому $G(3) = 1$.

При большем числе отсеков вычисление закона поражения не будет таким простым. Уже при трех разнопоражаемых отсеках задача значительно усложняется, а при четырех, пяти и больше решить ее очень трудно из-за многообразия комбинаций и сложности расчета вероятностей поражения.

Для вычисления законов поражения прибегают, обычно, к опытно-расчетному способу, который состоит в том, что цель ра-

бивают на равноуязвимые отсеки и на основании опытных стрельб устанавливают необходимое число попаданий в каждый отсек. Затем по специальному алгоритму рассчитывают вероятность поражения цели при попадании в нее m снарядов, т. е. устанавливают закон поражения.

АППРОКСИМАЦИЯ ЗАКОНА ПОРАЖЕНИЯ ЦЕЛИ ПОКАЗАТЕЛЬНЫМ ЗАКОНОМ

В результате применения указанного способа получают закон поражения для комбинации цель—снаряд (пуля) в виде табличной зависимости, например:

m	0	1	2	3
$G(m)$	0	0,5	0,75	1,0

Однако использование законов, отличных от показательного, иногда настолько усложняет задачу вычисления полной вероятности поражения, что делает ее практически нерешимой. Поэтому в большинстве случаев стремятся аппроксимировать действительный закон поражения подходящим показательным законом, хотя это и связано с понижением достоверности вычисления вероятности поражения цели. Поскольку показательный закон характеризуется одним параметром — средним необходимым числом попаданий ω, аппроксимация действительного закона поражения показательным сводится к вычислению этой величины. Для этой цели могут использоваться две особенности показательного закона поражения.

Первая особенность. Путем несложных преобразований можно получить следующую зависимость:

$$\omega = \sum_{m=0}^{\infty} [1 - G(m)]. \qquad (4.1.2)$$

Зная действительный закон $G(m)$, по этой зависимости можно вычислить значение ω для подходящего показательного закона. Суммирование следует вести не до $m \to \infty$, а до такого числа $\bar{m}$, при котором $G(\bar{m}) = 1$ или $G(\bar{m}) \approx 1$, например до $G(\bar{m}) = 0{,}95 \div 0{,}98$.

Вторая особенность основана на формуле (4.1.1), из которой следует, что среднее необходимое число попаданий подходящего показательного закона поражения равно обратной величине вероятности условного поражения при одном попадании в случае действительного закона.

Так как обычно малые числа попаданий в цель ($m=1 \div 3$) имеют значительно бóльшую вероятность, чем большие ($m>3$), то целесообразно из двух ω выбрать такое, при котором показательный закон ближе к действительному при малых m.

Пример 2. Закон поражения цели, установленный при решении примера 1, аппроксимировать показательным.

Решение. Применяя выражение (4.1.2), проведем суммирование до $m=3$:

$$\omega_1 = [1 - G(0)] + [1 - G(1)] + [1 - G(2)] + [1 - G(3)] =$$
$$= (1 - 0) + (1 - 0{,}5) + (1 - 0{,}75) + (1 - 1) = 1{,}75.$$

Используя формулу (4.1.1.), получим $\omega_2 = \frac{1}{0{,}5} = 2$.

Таким образом, подходящие показательные законы будут иметь вид:

$$G_1(m) = 1 - \left(1 - \frac{1}{1{,}75}\right)^m = 1 - 0{,}428^m;$$

$$G_2(m) = 1 - \left(1 - \frac{1}{2}\right)^m = 1 - 0{,}500^m.$$

Результаты вычислений по действительному закону $G(m)$ и подходящим законам представим в таком виде:

m	0	1	2	3
$G(m)$	0	0,50	0,75	1,0
$G_1(m)$	0	0,572	0,817	0,922
$G_2(m)$	0	0,50	0,75	0,875

Из этих данных следует, что показательный закон $G_2(m)$ обеспечивает лучшую сходимость с действительным: при $m=1$ и $m=2$ условные вероятности поражения полностью совпадают. При $m \geqslant 3$ лучшую сходимость дает показательный закон $G_1(m)$, однако $m=1$ и 2 имеют, как правило, бóльшие вероятности, чем $m \geqslant 3$, поэтому целесообразно принять в качестве подходящего закон $G_2(m)$.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗАКОНОВ ПОРАЖЕНИЯ НА ПОДОБНЫЕ ЦЕЛИ И СНАРЯДЫ (ПУЛИ)

В практике оценки эффективности стрельбы иногда встречаются случаи, когда необходимо распространить закон поражения на подобную цель или снаряд (пулю). Например, известен закон поражения* для комбинации цель—снаряд (пуля). Появилась не-

* Здесь и в дальнейшем при упоминании закона поражения имеется в виду показательный закон.

вая цель, аналогичная прежней по боевому назначению, но имеющая конструктивные отличия. Устанавливать новый закон поражения опытным отстрелом — дело чрезвычайно трудоемкое и дорогостоящее. Поэтому целесообразно ориентировочно установить закон поражения для комбинации новая цель — старый снаряд (пуля).

Например, возьмем комбинацию бронетранспортер — крупнокалиберная пуля. Разработан новый БТР, конструкция которого аналогична старому, но броневая защита усилена. В результате этого дальности пробития брони крупнокалиберной пулей уменьшились. В этом случае закон поражения БТР можно сохранить, но относить его надо к новым уменьшенным дальностям стрельбы. В другом случае броневая защита БТР сохранена, но уязвимость его понижена тем, что относительная площадь легкопоражаемых элементов уменьшена, а труднопоражаемых — увеличена. В этом случае можно применить следующий приближенный способ вычисления среднего необходимого числа попаданий.

Расчеты показывают, что для двух подобных по уязвимости и конструкции целей средние необходимые числа попаданий могут быть представлены в виде:

$$\left.\begin{aligned} \omega_1 &= k_0 q_{01}^3 + k_1 q_{11}^3 + k_2 q_{21}^3 + \ldots + k_s q_{s1}^3; \\ \omega_2 &= k_0 q_{02}^3 + k_1 q_{12}^3 + k_2 q_{22}^3 + \ldots + k_s q_{s2}^3, \end{aligned}\right\} \qquad (4.1.3)$$

где q_{01}, q_{02} — относительные непоражаемые площади первой и второй целей соответственно;

q_{11}, q_{21},..., q_{s1} и q_{12}, q_{22},..., q_{s2} — относительные площади первой и второй целей, поражаемые 1, 2,..., s попаданиями соответственно;

k_0, k_1, k_2,..., k_s — коэффициенты пропорциональности.

Коэффициенты k_i можно считать пропорциональными относительным площадям отсеков:

$$\frac{k_0}{q_{01}} = \frac{k_1}{q_{11}} = \frac{k_2}{q_{21}} = \ldots = \frac{k_s}{q_{s1}} . \qquad (4.1.4)$$

Решая совместно уравнения (4.1.3) и (4.1.4.), получим сначала общее выражение для коэффициентов пропорциональности:

$$k_i = \frac{\omega_1 q_{i1}}{\Sigma q_{i1}^4} .$$

Затем, подставляя его во вторую формулу (4.1.3), после преобразований найдем

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\Sigma q_{i1} q_{i2}^3}{\Sigma q_{i1}^4} . \qquad (4.1.5)$$

Эта зависимость может применяться для расчета среднего необходимого числа попаданий ω_2 в цель «2», если она отличается от цели «1» (для которой число ω_1 известно) относительной площадью разноуязвимых отсеков.

Пример 3. Произведена модернизация цели, рассмотренной в примере 1, в результате чего относительная площадь отсека, поражаемого одним попаданием, уменьшена с $q_{11}=0{,}5$ до $q_{12}=0{,}3$, а отсека, поражаемого тремя попаданиями, увеличена с $q_{31}=0{,}5$ до $q_{32}=0{,}7$. Среднее необходимое число попаданий в немодернизированную цель $\omega_1=2$. Вычислить ω_2 для модернизированной цели.

Решение. По формуле (4.1.5) имеем

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{q_{11}\,q_{12}^3 + q_{31}\,q_{32}^3}{q_{11}^4 + q_{31}^4} = 2\,\frac{0{,}5\cdot 0{,}3^3 + 0{,}5\cdot 0{,}7^3}{0{,}5^4 + 0{,}5^4} = 2{,}96.$$

Сведем точно вычисленные для модернизированной цели значения $G(m)$ и рассчитанные по $\omega_2=2{,}96$ величины $G_2(m)$ в форму:

m	0	1	2	3
$G(m)$	0	0,30	0,51	1,0
$G_2(m)$	0	0,338	0,562	0,754

Отсюда видно, что при числах попаданий $m=1$ и 2 сходимость действительного и пересчитанного законов удовлетворительная.

В этом примере рассмотрена простейшая цель, для которой вычисление закона поражения не представляет трудностей. Однако в большинстве случаев эти вычисления весьма сложны и трудоемки и применение формулы (4.1.5) целесообразно.

В комбинации цель—снаряд (пуля) может изменяться снаряд (пуля). Допустим, что известен закон поражения определенной цели для данного снаряда (пули). Разработан новый снаряд, близкий по своим характеристикам к данному, и для него требуется рассчитать закон поражения.

Для снарядов (пуль) ударного или осколочного действия эта задача может быть решена так.

Для обеспечения одинаковой вероятности поражения одной и той же цели двумя разными снарядами необходимо равенство суммарной энергии E_0, принесенной каждым из них в цель, т. е. условие

$$G_1(m_1) = G_2(m_2) \qquad (4.1.6)$$

выполняется тогда, когда

$$E_{01}\,m_1 = E_{02}\,m_2. \qquad (4.1.7)$$

Из условия (4.1.6.) имеем

$$1 - \left(1 - \frac{1}{\omega_1}\right)^{m_1} = 1 - \left(1 - \frac{1}{\omega_2}\right)^{m_2}.$$

После преобразований получим

$$\omega_2 = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{\omega_1}\right)^{\frac{m_1}{m_2}}}.$$

Из соотношения (4.1.7) следует, что $\frac{m_1}{m_2} = \frac{E_{02}}{E_{01}}$, поэтому

$$\omega_2 = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{\omega_1}\right)^{\frac{E_{02}}{E_{01}}}}. \qquad (4.1.8)$$

Суммарная энергия E_0, принесенная снарядом (пулей) в цель, слагается из его кинетической энергии (живой силы), энергии осколков, полученной при разрыве, и энергии ударной волны (фугасного действия). Последняя энергия мала у осколочных и осколочно-фугасных снарядов, а тем более — у пуль, имеющих заряд взрывчатого вещества. Поэтому ею можно пренебречь по сравнению с кинетической энергией

$$E_c = \frac{qv_c^2}{2g} \qquad (4.1.9)$$

и энергией разлета осколков

$$E_{оск} = \frac{q_c D^2}{16g}, \qquad (4.1.10)$$

где q — масса снаряда (пули), кг;

v_c — скорость снаряда (пули) при встрече с целью, м/с;

$g = 9{,}81$ м/с^2;

q_c — масса заряда взрывчатого вещества, кг;

D — скорость детонации взрывчатого вещества, м/с.

Суммарная энергия, принесенная в цель, имеет величину

$$E_0 = \mu_1 E_c + \mu_2 E_{оск}, \qquad (4.1.11)$$

где μ_1, μ_2 — коэффициенты, учитывающие потери энергии при боевом действии снаряда (пули).

Так как 10—20% кинетической энергии расходуются на деформацию снаряда и другие «бесполезные» работы и 30—50% оскол-

ков «неубойны» для целей, то можно считать, что $\mu_1 = 0{,}9 \div 0{,}8$ и $\mu_2 = 0{,}7 \div 0{,}5$.

Вычислив по формуле (4.1.11) суммарные энергии E_{01} и E_{02} для снарядов, можно найти их отношение и затем по зависимости (4.1.8) рассчитать среднее необходимое число попаданий для второго снаряда, поскольку это число известно для первого.

Пример 4. Для малокалиберного осколочно-фугасного снаряда известны следующие характеристики: $q_1 = 0{,}17$ кг; $v_{c1} = 440$ м/с; $q_{c1} = 0{,}01$ кг; $D_1 = 9000$ м/с; $\omega_1 = 2{,}5$. Найти среднее необходимое число попаданий для крупнокалиберной пули с характеристиками: $q_2 = 0{,}06$ кг; $v_{c2} = 580$ м/с; $q_{c2} = 0{,}004$ кг; $D_2 = 7000$ м/с.

Решение. Примем $\mu_1 = 0{,}85$ и $\mu_2 = 0{,}60$ и вычислим по формулам (4.1.9) (4.1.11) суммарные энергии:

$$E_{01} = 0{,}85\,\frac{0{,}17 \cdot 440^2}{2 \cdot 9{,}81} + 0{,}60\,\frac{0{,}01 \cdot 9000^2}{16 \cdot 9{,}81} = 4522 \text{ кг} \cdot \text{м};$$

$$E_{02} = 0{,}85\,\frac{0{,}06 \cdot 580^2}{2 \cdot 9{,}81} + 0{,}60\,\frac{0{,}004 \cdot 7000^2}{16 \cdot 9{,}81} = 1623 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

Подсчитаем отношение суммарных энергий

$$\frac{E_{02}}{E_{01}} = \frac{1623}{4522} = 0{,}359.$$

Среднее необходимое число попаданий для пули найдем по зависимости (4.1.8):

$$\omega_2 = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{2{,}5}\right)^{0{,}359}} = 6{,}0.$$

Графическое изображение законов поражения цели снарядом и пулей приведено на рис. 38.

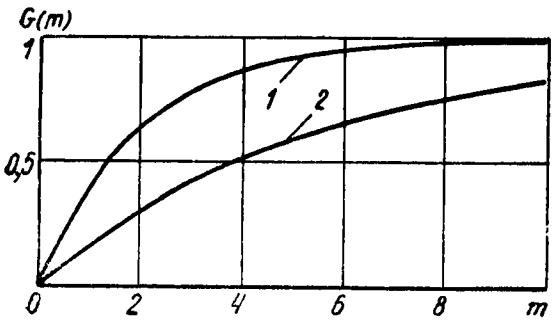


Рис. 38. Законы поражения цели
1 — снарядом; *2* — пулей

Закон поражения цели комплексно характеризует стойкость (живучесть) цели и могущество снаряда. Для разных классов целей, разных калибров и назначений пуль среднее необходимое число попаданий меняется в широких пределах — от 1 до 15—20.

Для живых целей, как указывалось, применим единичный ступенчатый закон. Среднее необходимое число попаданий для поражения живых целей равно 1, поэтому

$$G(m) = 1 - \left(1 - \frac{1}{1}\right)^m,$$

откуда следует, что $G(m \geqslant 1) = 1$.

4.2. ВЕРОЯТНОСТЬ ПОРАЖЕНИЯ ЦЕЛИ

ПОЛНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ ПОПАДАНИЯ В ЦЕЛЬ И ВЕРОЯТНОСТЬ ПОРАЖЕНИЯ ЕЕ ПРИ ОДНОМ ВЫСТРЕЛЕ

В параграфе 3.3 были рассмотрены различные способы вычисления вероятности попадания в цель при наличии только одной группы неповторяющихся ошибок $B_д$, $B_в$, и $B_б$. Однако, как правило, стрельбу сопровождают несколько групп ошибок.

Вычислим полную вероятность попадания в цель одним выстрелом очереди в случае двух групп ошибок: повторяющихся для каждого выстрела очереди, которые характеризуются суммарными срединными ошибками стрельбы E_{cx}, E_{cy} и E_{cz} (см. формулы 3.5.17), и неповторяющихся, различных для каждого выстрела, которые характеризуются срединными отклонениями $B_д$, $B_в$ и $B_б$.

Найдем выражение сначала для полной вероятности попадания в вертикальную полосу бесконечной ширины, имеющую высоту $2a$. Пусть по такой цели производится один выстрел, причем средняя траектория направлена в середину цели. Однако вследствие случайных ошибок стрельбы (повторяющихся) средняя точка попадания не совместится с серединой цели, а отклонится от нее по высоте на величину частного значения случайной ошибки стрельбы y_c. Это значение в конкретной стрельбе знать невозможно, но известно ее распределение с плотностью вероятности

$$\varphi(y_c) = \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\, E_{cy}} e^{-\rho^2 \frac{y_c^2}{E^2_{cy}}}.$$

Вероятность того, что случайная ошибка стрельбы будет находиться в интервале $y_c—(y_c+dy)$ составляет величину $dp_n = \varphi(y_c)dy$.

Условную вероятность попадания в цель в случае, когда средняя точка попадания отклонилась от центральной линии цели на y_c, вычислим по уравнению

$$p(y_c) = \int_{-a}^{a} \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\, B_в} e^{-\rho^2 \frac{(y-y_c)^2}{B_в^2}} dy.$$

Элементарное сложное событие состоит в том, что ошибка подготовки случилась в интервале $y_c—(y_c+dy)$ и произошло попадание в цель. Вероятность его по теореме умножения имеет вид

$$p(y_c)\, dp_n = p(y_c)\, \varphi(y_c)\, dy.$$

Для определения полной вероятности попадания в полосу необходимо вычислить эти элементарные вероятности в пределах $-\infty < y_c < \infty$ и просуммировать их:

$$p_y = \int_{-\infty}^{\infty} p(y_c)\,\varphi(y_c)\,dy =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-a}^{a} \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\,B_в} e^{-\rho \frac{(y-y_c)^2}{B_в^2}}\,dy \right\} \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\,E_{cy}} e^{-\rho \frac{y_c^2}{E_{cy}^2}}\,dy.$$

Внеся функцию $\varphi(y_c)$ под знак внутреннего интеграла и поменяв пределы интегрирования, получим

$$p_y = \int_{-a}^{a} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\,B_в} e^{-\rho \frac{(y-y_c)^2}{B_в^2}} \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\,E_{cy}} e^{-\rho \frac{y_c^2}{E_{cy}^2}} \right\} dy.$$

Выражение в фигурных скобках представляет собой композицию двух нормальных распределений и, согласно теории вероятностей, также является нормальным распределением со срединным отклонением

$$E_y = \sqrt{E_{cy}^2 + B_в^2},$$

которое выше было названо суммарной срединной ошибкой выстрела (см. формулы 3.5.18). Окончательное значение искомой вероятности имеет вид

$$p_y = \int_{-a}^{a} \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\,E_y} e^{-\rho \frac{y^2}{E_y^2}}\,dy.$$

Эта вероятность может быть вычислена с помощью приведенной функции Лапласа или другим способом.

Выстрелы по высоте (дальности) и боковому направлению независимы, поэтому, если цель представляет вертикальный прямоугольник, вероятность попадания в нее определяется по уравнению

$$p = p_y p_z,$$

а если цель лежит в горизонтальной плоскости — по зависимости

$$p = p_x p_z,$$

где p_y, p_x, p_z — вероятности попадания в бесконечные полосы по ширине, высоте и дальности соответственно

Таким образом, для определения вероятности попадания одним выстрелом в схеме двух групп ошибок (ошибки стрельбы и индивидуальное рассеивание) надо найти суммарные срединные ошибки выстрела по формулам (3.5.18) и на основании их вычислить вероятность одним из способов, указанных в параграфе 3.3, заменив $B_д$, $B_в$ и $B_б$ соответственно величинами этих суммарных ошибок E_x, E_y и E_z.

При показательном законе поражения цели вероятность поражения одним выстрелом имеет вид

$$w_1 = \frac{p_1}{\omega}, \tag{4.2.1}$$

где p_1 — вероятность попадания в цель одним выстрелом;
ω — среднее необходимое число попаданий для поражения цели.

ВЕРОЯТНОСТЬ ПОРАЖЕНИЯ ОЧЕРЕДЬЮ НЕЗАВИСИМЫХ ВЫСТРЕЛОВ

Если все n выстрелов автоматической очереди независимы, вероятности попадания каждым выстрелом различны и равны соответственно p_1, p_2, p_3,..., p_n, то вероятность поражения найдется как вероятность хотя бы одного попадания

$$R_n = 1 - \prod_{i=1}^{i=n} \left(1 - \frac{p_i}{\omega}\right), \tag{4.2.2}$$

так как $q_i = 1 - \frac{p_i}{\omega}$ — вероятность непоражения при i-м выстреле, а произведение $\prod_{i=1}^{i=n} q_i$ — вероятность непоражения при n выстрелах.

В частном случае, когда вероятности попадания от выстрела к выстрелу сохраняют постоянное значение ($p_1 = p_2 = p_3 = ... = p_n$), вероятность поражения принимает вид

$$R_n = 1 - \left(1 - \frac{p_1}{\omega}\right)^n. \tag{4.2.3}$$

В еще более частном случае, когда $\omega = 1$:

$$R_n = 1 - (1 - p_1)^n. \tag{4.2.4}$$

Это выражение аналогично ранее полученной зависимости (1.6.7).

Выведенные формулы могут применяться и для последовательных независимых одиночных выстрелов.

Пример 1. Вероятность попадания одним выстрелом из зенитной пулеметной установки по самолету $p_1=0{,}006$, среднее необходимое число попаданий для поражения $\omega=6$. Считая выстрелы независимыми, найти вероятность поражения самолета очередью в 50 выстрелов.

Решение. Применяя формулу (4.2.3), получим

$$R_{50}=1-\left(1-\frac{0{,}006}{6}\right)^{50}=1-0{,}999^{50}\approx 0{,}045.$$

Пример 2. Противотанковая пушка ведет огонь по танку. Вероятности попадания первым, вторым и третьим выстрелами составляют $p_1=0{,}4$; $p_2=0{,}5$; $p_3=0{,}7$. Для поражения танка в среднем необходимы 2 попадания ($\omega=2$). Найти вероятность поражения.

Решение. Применяем уравнение (4.2.2):

$$R_3=1-\left(1-\frac{0{,}4}{2}\right)\left(1-\frac{0{,}5}{2}\right)\left(1-\frac{0{,}7}{2}\right)=0{,}61.$$

При расчетах по формулам (4.2.3) и (4.2.4) можно пользоваться табл. 1 приложения 4.

Напомним, что независимым выстрелам отвечает значение коэффициента корреляции, равное 0. Однако практически соотношениями для независимых выстрелов можно пользоваться и при небольших значениях коэффициента корреляции, отличных от нуля, так как при $r\leqslant 0{,}2\div 0{,}3$ погрешность от использования их невелика и практически приемлема.

ВЕРОЯТНОСТЬ ПОРАЖЕНИЯ ОЧЕРЕДЯМИ ФУНКЦИОНАЛЬНО И КОРЕЛЛЯЦИОННО ЗАВИСИМЫХ ВЫСТРЕЛОВ

Как указывалось, функциональная зависимость выстрелов имеет место при коэффициенте корреляции между выстрелами, равном единице. При этом средние траектории различных выстрелов очереди совпадают и место попадания одного из них однозначно определяет места попадания всех остальных, т. е. индивидуальное рассеивание отсутствует. Это видно и из формул (3.5.20) и (3.5.21): при $B_в=B_б=B_д=0$ коэффициенты корреляции равны единице.

Из сказанного следует, что при функционально зависимых выстрелах условная вероятность попадания не зависит от числа выстрелов и равна вероятности попадания в цель одним выстрелом. Полная вероятность поражения найдется как произведение этой вероятности на условную вероятность поражения при попадании в цель всех n выстрелов очереди:

$$Q_n=p_1 G(n)=p_1\left[1-\left(1-\frac{1}{\omega}\right)^n\right]. \qquad (4.2.5)$$

Отметим, что функциональная зависимость между выстрелами очень редко встречается на практике; пользоваться же формулой (4.2.5) при значениях коэффициента корреляции, отличных от единицы, хотя и близких к ней, не рекомендуется, так как в этом

случае вероятность поражения сильно зависит от величины коэффициента корреляции и применение указанной формулы может привести к весьма существенным ошибкам.

Были рассмотрены два крайних случая вычисления вероятности поражения при стрельбе очередью: для независимых выстрелов, когда коэффициент корреляции между выстрелами $r=0$ и для функционально зависимых выстрелов, когда $r=1$. Разберем теперь наиболее частый случай, когда выстрелы зависимы, но $0<r<1$ и имеют место две группы ошибок.

Пусть цель представляет собой вертикальный прямоугольник высотой $2a$ и шириной $2b$ и средняя траектория направлена в середину цели. Вследствие случайных ошибок стрельбы СТП очереди отклонилась от центра цели на величины y_c (по высоте) и z_c (в боковом направлении). В этом случае условная вероятность попадания одним выстрелом

$$p_1(y_c, z_c) = \int_{y_c-a}^{y_c+a} \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\, B_в} e^{-\rho \frac{(y-y_c)^2}{B_в^2}} dy \int_{z_c-b}^{z_c+b} \frac{\rho}{\sqrt{\pi}\, B_б} e^{-\rho \frac{(z-z_c)^2}{B_б^2}} dz. \tag{4.2.6}$$

Поскольку мы временно зафиксировали положение СТП, то можем рассматривать выстрелы в очереди независимыми и, следовательно, вероятность поражения очередью в n выстрелов подсчитать по формуле (4.2. 3):

$$W_n(y_c, z_c) = 1 - \left[1 - \frac{p_1(y_c, z_c)}{\omega}\right]^n.$$

Вероятность того, что СТП примет отклонение y_c и z_c составит

$$dp = \frac{\rho^2}{\pi E_{cy} E_{cz}} e^{-\rho^2\left(\frac{y_c^2}{E_{cy}^2} + \frac{z_c^2}{E_{cz}^2}\right)} dy_c\, dz_c.$$

Полная элементарная вероятность поражения равна $W_n(y_c\, z_c)\, dp$, как вероятность того, что СТП отклонится от центра цели на y_c, z_c и при этом цель будет поражена.

Полную вероятность поражения цели найдем, когда полные элементарные вероятности поражения просуммируем в пределах от $-\infty$ до ∞ по y и z:

$$W_n = \int_{-\infty}^{\infty}\int \left\{1 - \left[1 - \frac{p_1(y_c, z_c)}{\omega}\right]^n\right\} \frac{\rho^2}{\pi E_{cy} E_{cz}} e^{-\rho^2\left(\frac{y_c^2}{E_{cy}^2} + \frac{z_c^2}{E_{cz}^2}\right)} dy_c\, dz_c, \tag{4.2.7}$$

причем входящая под знаком интеграла вероятность попадания при одном выстреле определяется по формуле (4.2.6).

В полученном выражении интеграл в конечном виде не берется и через простые табулированные функции, подобные функциям Лапласа, не выражается. Вычислить его даже с помощью ЭВМ весьма трудоемко. Поэтому вероятность поражения на практике определяется с помощью приближенных методов, опорные точки которых получены численным интегрированием выражения (4.2.7)

Еще сложнее вычислять вероятность поражения в схеме трех групп ошибок, поэтому выражение для нее не приводим.

Следует заметить, что поскольку $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\varphi(y, z)\,dydz=1$, уравнение (4.2.7) можно записать так:

$$W_n = 1 - \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int \left[1 - \frac{p_1(y_c, z_c)}{\omega}\right]^n \frac{\rho^2}{\pi E_{cy} E_{cz}}\, e^{-\rho\left(\frac{y_c^2}{E_{cy}^2} + \frac{z_c^2}{E_{cz}^2}\right)}\, dy_c\, dz_c, \qquad (4.2.8)$$

где интеграл в правой части равен вероятности непоражения цели. В таком виде вероятность поражения записана во многих трудах по теории стрельбы.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ

Сложность точного метода вычисления вероятности поражения в общем случае, когда $0<r<1$, привела к разработке нескольких приближенных способов, обеспечивающих на практике удовлетворительную точность.

Наиболее часто применяются способы Е. С. Вентцель, А. Н.Колмогорова, А. В. Шестакова и М. С. Шерешевского.

1. Способ Е. С. Вентцель (табличный способ)

Если в формуле (4.2.8) принять законы рассеивания круговыми ($B_в=B_б$ и $E_{cy}=E_{cz}$), то сравнительно несложными преобразованиями можно интеграл представить в таком виде, что значение его будет являться функцией четырех величин: среднего необходимого числа попаданий для поражения цели ω, длины очереди n, коэффициента корреляции между выстрелами очереди r и вероятности попадания при одном выстреле p_1.

Автором этого способа проведены вычисления интеграла в формуле (4.2.8) и составлены таблицы зависимости $W_n=f(\omega, n, r, p_1)$.

Таблицы проф. Е. С. Вентцель велики по объему, пользоваться ими затруднительно. С целью упрощения их С. Н. Моралевым и Н. Н. Страховым были составлены более простые таблицы при $m=1$ (см. табл. 2 приложения 4), что отвечает стрельбе пулями по живой силе противника или мощными снарядами по легкоуязвимым целям. Эти таблицы предназначены для расчета вероятности поражения (вероятности хотя бы одного попадания) при стрельбе из стрелкового автоматического оружия и представляют табулированную функцию $W_n=f(n, r, p_1)$.

Несмотря на то, что таблицы Е. С. Вентцель и подобные им составлены в предположении кругового закона рассеивания выстрелов и ошибок стрельбы, ими пользуются и в тех случаях, когда рассеивание отлично от кругового. Ошибки от этого сравнительно невелики. При этом вероятность попадания одним выстрелом p_1 вычисляют по суммарным срединным ошибкам. Значения коэффициентов корреляции r_x, r_y и r_z, вычисленные по одной из формул (3.5.19)—(3.5.23), осредняют, используя зависимости:

$$\bar{r}=\sqrt{\frac{r_x^2+r_z^2}{2}}; \qquad \bar{r}=\sqrt{\frac{r_y^2+r_z^2}{2}}. \tag{4.2.9}$$

Если заменяется действительный закон рассеивания подходящим круговым, то аналогичные формулы целесообразно применять для осреднения срединных отклонений:

$$B=\sqrt{\frac{B_в^2+B_б^2}{2}}; \qquad E_с=\sqrt{\frac{E_{су}^2+E_{сz}^2}{2}} \text{ и т. д.}$$

Пользоваться табл. 2 приложения 4 при $0{,}9 \leqslant r \leqslant 1$ не рекомендуется, так как линейное интерполирование приводит к значительным ошибкам, а квадратичное интерполирование чрезвычайно трудоемко.

Пример 3. Производится стрельба из ручного пулемета РПК на дальность 500 м по мишени № 10 (пулемет). Найти вероятность поражения цели очередью в 6 выстрелов, учитывая ошибки стрельбы: по высоте $E_{цу}=0{,}63$ м, $E_{ну}=0{,}25$ м; в боковом направлении $E_{wz}=0{,}48$ м, $E_{нz}=0{,}25$ м, а также при рассеивании выстрелов и СТП, указанном в таблицах стрельбы.

Решение. По таблицам стрельбы (НСД) находим для дальности 500 м: $B_в=0{,}32$ м, $B_б=0{,}35$ м, $B_{в\ стп}=0{,}26$ м, $B_{б\ стп}=0{,}21$ м.

По формулам (3.5.17) вычисляем суммарные срединные ошибки стрельбы:

$$E_{су}^2=E_{цу}^2+E_{ну}^2+B^2_{в\ стп}=0{,}63^2+0{,}25^2+0{,}26^2=0{,}53 \text{ м}^2;$$

$$E_{сz}^2=E_{wz}^2+E_{нz}^2+B^2_{б\ стп}=0{,}48^2+0{,}25^2+0{,}21^2=0{,}34 \text{ м}^2.$$

Используя зависимости (3.5.18), подсчитываем суммарные срединные ошибки выстрела:

$$E_y^2=E_{су}^2+B_в^2=0{,}53+0{,}32^2=0{,}63 \text{ м}^2; \quad E_y=0{,}79 \text{ м};$$

$$E_z^2=E_{сz}^2+B_б^2=0{,}34+0{,}35^2=0{,}46 \text{ м}^2; \quad E_z=0{,}68 \text{ м}.$$

По соотношениям (3.5.20) определяем коэффициенты корреляции между выстрелами очереди:

$$r_y = \frac{E_{cy}^2}{E_y^2} = \frac{0{,}53}{0{,}63} = 0{,}84;$$

$$r_z = \frac{E_{cz}^2}{E_z^2} = \frac{0{,}34}{0{,}46} = 0{,}74.$$

Осредняем коэффициенты корреляции по формуле (4.2.9):

$$\bar{r} = \sqrt{\frac{r_y^2 + r_z^2}{2}} = \sqrt{\frac{0{,}84^2 + 0{,}74^2}{2}} = 0{,}79.$$

По табл. 4 приложения 3 для мишени № 10 находим размеры эквивалентного прямоугольника: $2\bar{a}=0{,}48$ м; $2\bar{b}=0{,}65$ м.

Вероятность попадания в мишень при одном выстреле вычисляем по выражению (3.3.8), используя табл. 2 приложения 1:

$$p_1 = \hat{\Phi}\left(\frac{\bar{a}}{E_y}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{\bar{b}}{E_z}\right) = \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}48}{2\cdot 0{,}79}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}65}{2\cdot 0{,}68}\right) = 0{,}040.$$

По табл. 2 приложения 4 для $n=6$ по значениям $r=0{,}79$ и $p_1=0{,}04$, интерполируя, получим искомую вероятность поражения $W_6=0{,}195$.

2. Способ А. Н. Колмогорова

Идея этого способа заключается в том, что в подынтегральном выражении (4.2.8) вероятность $p_1(y_c, z_c)$ представляется через приведенную функцию Лапласа и полученное произведение двух распределений заменяется подходящим нормальным распределением. В результате преобразований для вероятности хотя бы одного попадания (предполагается, что $\omega=1$) в прямоугольную цель акад. А. Н. Колмогоровым была получена следующая формула:

$$W_n = 2a2b\,n\varepsilon(t)\frac{\rho^2}{\pi E_{vy}E_{vz}}\,e^{-\rho^2\left(\frac{\overline{Y}^2}{E_{vy}^2}+\frac{\overline{Z}^2}{E_{vz}^2}\right)}, \qquad (4.2.10)$$

где $\overline{Y}$, $\overline{Z}$ — смещения центра рассеивания (СТП) относительно центра цели по высоте и в боковом направлении;

E_{vy}, E_{vz} — приведенные суммарные срединные ошибки выстрела;

$\varepsilon(t)$ — специальная функция параметра t.

Порядок вычисления приведенных суммарных срединных ошибок выстрела следующий:

— находят приведенные срединные отклонения рассеивания выстрелов:

$$\left.\begin{aligned} E_{y\,\text{пр}} &= \sqrt{B_{\text{в}}^2 + (0{,}39a)^2}; \\ E_{z\,\text{пр}} &= \sqrt{B_{\text{б}}^2 + (0{,}39b)^2}; \end{aligned}\right\} \qquad (4.2.11)$$

— рассчитывают параметр

$$t = \frac{2a2bn\rho^2}{\pi E_{y\,\text{пр}} E_{z\,\text{пр}}};$$

— по табл. 3 приложения 4 находят значения функций $\varepsilon(t)$ и $F(t)$.

— вычисляют приведенные суммарные отклонения рассеивания выстрела:

$$\left.\begin{aligned} E_{vy} &= \sqrt{E_{\text{с}y}^2 + E_{y\,\text{пр}}^2 F(t)}; \\ E_{vz} &= \sqrt{E_{\text{с}z}^2 + E_{z\,\text{пр}}^2 F(t)}. \end{aligned}\right\} \qquad (4.2.12)$$

В случае совмещения центра рассеивания с центром цели ($\overline{Y}=\overline{Z}=0$) из формулы (4.2.10) получим более простую:

$$W_n = 2a\,2b\,n\varepsilon(t)\frac{\rho^2}{\pi E_{vy} E_{vz}}. \qquad (4.2.13)$$

Способ А. Н. Колмогорова не требует вычисления вероятности попадания при одном выстреле p_1, однако несколько более трудоемок, чем способ Е. С. Вентцель. Он удобен в тех случаях, когда необходимо вычислить вероятности поражения при разных смещениях $\overline{Y}$ и $\overline{Z}$, различных длинах очереди и т. д.

Пример 4. Определить вероятность поражения мишени № 9 (реактивное противотанковое ружье) при стрельбе очередью в 10 выстрелов из станкового пулемета ПКС на дальность 800 м. Стрельба характеризуется следующими срединными ошибками: $B_{\text{в}}=0{,}41$ м, $B_{\text{б}}=0{,}34$ м, $B_{\text{в стп}}=0{,}24$ м, $B_{\text{б стп}}=0{,}18$ м, $E_{\text{цу}}=1{,}56$ м, $E_{wz}=0{,}84$ м, $E_{\text{ну}}=0{,}8$ м, $E_{\text{нz}}=0{,}8$ м. Стороны эквивалентного прямоугольника для мишени № 9 (см. табл. 4 приложения 3): $2\overline{a}=0{,}85$ м, $2\overline{b}=0{,}85$ м. Как отразится на эффективности стрельбы систематическая ошибка приведения пулемета к нормальному бою, вследствие которой СТП отклоняется от центра цели на 0,8 м по высоте и в боковом направлении?

Решение. По формулам (3.5.17) вычисляем суммарные срединные ошибки стрельбы:

$$E_{\text{с}y}^2 = 1{,}56^2 + 0{,}8^2 + 0{,}24^2 = 3{,}31 \text{ м}^2;$$

$$E_{\text{с}z}^2 = 0{,}84^2 + 0{,}8^2 + 0{,}18^2 = 1{,}38 \text{ м}^2.$$

По соотношениям (4.2.11) определяем приведенные срединные отклонения рассеивания выстрелов:

$$E_{y\,\text{пр}} = \sqrt{0{,}41^2 + (0{,}39 \cdot 0{,}425)^2} = 0{,}44 \text{ м};$$

$$E_{z\,\text{пр}} = \sqrt{0{,}34^2 + (0{,}39 \cdot 0{,}425)^2} = 0{,}38 \text{ м}.$$

Подсчитываем параметр

$$t = \frac{0{,}85 \cdot 0{,}85 \cdot 10 \cdot 0{,}0724^*}{0{,}44 \cdot 0{,}38} = 3{,}13.$$

По табл. 3 приложения 4 находим интерполированием: $\varepsilon(t) = 0{,}553$ $F(t) = 1{,}328$.

Используя зависимости (4.2.12), вычисляем приведенные суммарные отклонения рассеивания выстрела:

$$E_{vy} = \sqrt{3{,}31 + 0{,}44^2 \cdot 1{,}328} = 1{,}84 \text{ м}.$$

$$E_{vz} = \sqrt{1{,}38 + 0{,}38^2 \cdot 1{,}328} = 1{,}21 \text{ м}.$$

По формуле (4.2.13) вычисляем вероятность поражения цели при совмещении СТП с центром цели

$$W_{10} = 0{,}0724 \frac{0{,}85 \cdot 0{,}85 \cdot 10 \cdot 0{,}553}{1{,}84 \cdot 1{,}21} = 0{,}130.$$

Для того, чтобы использовать формулу (4.2.10), необходимо вычислить значение величины $e^{-\rho^2\left(\frac{\overline{Y^2}}{E_{vy}^2} + \frac{\overline{Z}^2}{E_{vz}^2}\right)}$. С этой целью можно положить что

$$k = \sqrt{\frac{\overline{Y^2}}{E_{vy}^2} + \frac{\overline{Z}^2}{E_{vz}^2}},$$

и воспользоваться табл. 1 приложения 3:

$$e^{-\rho^2\left(\frac{\overline{Y^2}}{E_{vy}^2} + \frac{\overline{Z}^2}{E_{vz}^2}\right)} = e^{-\rho^2 k^2} = 1 - p_к;$$

$$k = \sqrt{\frac{0{,}8^2}{1{,}84^2} + \frac{0{,}8^2}{1{,}21^2}} = 0{,}77;$$

$$e^{-\rho^2 k^2} = 1 - 0{,}126 = 0{,}874.$$

---

* Постоянная величина $\frac{\rho^2}{\pi} = 0{,}0724$.

Применяя формулу (4.2.10), определяем вероятность поражения цели при смещении СТП относительно центра цели на 0,8 м в каждом направлении:

$$W_{10}' = W_{10}\,0{,}874 = 0{,}130 \cdot 0{,}874 = 0{,}114.$$

Таким образом, систематическая ошибка в приведении пулемета к нормальному бою уменьшает вероятность поражения цели на 0,016 или примерно на 13%.

3. Способ А. В. Шестакова

Этот способ основывается на результатах вычисления вероятности хотя бы одного попадания путем численного интегрирования. Для вычисления вероятности поражения ($\omega = 1$) автором способа предложена зависимость

$$W_n = R_n \psi(\rho, R_n),$$

где R_n — вероятность хотя бы одного попадания очередью в n независимых выстрелов, вычисляемая по соотношению (4.2.4);

$\psi(\rho, R_n)$ — специальная функция приведенного значения коэффициента корреляции ρ и вероятности R_n.

Для подсчета приведенного значения коэффициента корреляции А. В. Шестаковым предложены следующие формулы:

$$\left.\begin{aligned} \rho_y &= \frac{E_{cy}^2}{E_y^2 + (0{,}39\,\bar{a})^2}\,; \\ \rho_z &= \frac{E_{cz}^2}{E_z^2 + (0{,}39\,\bar{b})^2}\,; \\ \rho &= \sqrt{\frac{\rho_y^2 + \rho_z^2}{2}}\,, \end{aligned}\right\} \qquad (4.2.14)$$

где E_{cy}, E_{cz} — суммарные срединные ошибки стрельбы;

E_y, E_z — суммарные срединные ошибки выстрела;

$\bar{a}$, $\bar{b}$ — полуразмеры эквивалентного цели прямоугольника.

Для функции $\psi(\rho, R_n)$ построены графики, однако пользоваться ими неудобно, поэтому А. В. Шестаков выразил вероятность хотя бы одного попадания в виде

$$W_n = R_0(\rho, R_n), \qquad (4.2.15)$$

где $R_0(\rho, R_n)$ — табулированная функция величин ρ и R_n (см. табл. 4 приложения 4).

По сравнению со способом Е. С. Вентцель, рассматриваемый способ более сложен, так как требует дополнительного вычисления вероятности хотя бы одного попадания R_n при независимых выст-

релах и приведенного значения ρ по формулам (4.2.14). Кроме того таблица функции (4.2.15) оканчивается при $\rho=0{,}9$ и поэтому не может применяться в случае $\rho>0{,}9$.

Для независимых выстрелов коэффициенты $\rho_y=\rho_z=\rho=0$, для функционально зависимых выстрелов $\rho<1$ и вообще не может быть равен единице. Для функционально зависимых выстрелов $W_n=Q_n=p_1$ и, поскольку $B_в=B_б=0$, $E_y=E_{cy}$, $E_z=E_{cz}$,

$$\left.\begin{aligned}\rho_y&=\frac{1}{1+\left(\frac{0{,}39\,\bar{a}}{E_{cy}}\right)^2};\\ \rho_z&=\frac{1}{1+\left(\frac{0{,}39\,\bar{b}}{E_{cz}}\right)^2}.\end{aligned}\right\}\qquad(4.2.16)$$

Следовательно, принципиально способ А. В. Шестакова можно применять при $\rho>0{,}9$, интерполируя между значениями W_n при $\rho=0{,}9$ и $W_n=p_1$ при ρ, вычисленном по формулам (4.2.16).

Пример 5. Стрельба на дальность 400 м из пулемета ПК по бегущей фигуре (мишень № 8) характеризуется следующими срединными ошибками: $B_в=0{,}24$ м, $B_б=0{,}33$ м, $B_{в\,стр}=0{,}17$ м, $B_{б\,стр}=0{,}25$ м, $E_{цу}=0{,}19$ м, $E_{цz}=0{,}17$ м, $E_{пу}=0{,}20$ м, $E_{пz}=0{,}20$ м. Определить вероятность поражения цели очередью в 6 выстрелов.

Решение. По табл. 4 приложения 3 находим: $2\bar{a}=1{,}40$ м, $2\bar{b}=0{,}46$ м.

Применяя формулы (3.5.17) и (3.5.18), получим:

$$E_{cy}^2=0{,}19^2+0{,}20^2+0{,}17^2=0{,}105\ \text{м}^2;$$

$$E_{cz}^2=0{,}17^2+0{,}20^2+0{,}25^2=0{,}131\ \text{м}^2;$$

$$E_y^2=0{,}105+0{,}24^2=0{,}163\ \text{м}^2;\quad E_y=0{,}40\ \text{м};$$

$$E_z^2=0{,}131+0{,}33^2=0{,}247\ \text{м}^2;\quad E_z=0{,}50\ \text{м}.$$

По уравнениям (4.2.14) вычислим приведенный коэффициент корреляции

$$\rho_y=\frac{0{,}105}{0{,}163+(0{,}39\cdot 0{,}7)^2}=0{,}44;$$

$$\rho_z=\frac{0{,}131}{0{,}247+(0{,}39\cdot 0{,}23)^2}=0{,}51;$$

$$\rho=\sqrt{\frac{0{,}44^2+0{,}51^2}{2}}=0{,}48.$$

Подсчитаем вероятность попадания одним выстрелом, используя табл. 2 приложения 1:

$$p_1 = \hat{\Phi}\left(\frac{1,40}{2\cdot 0,40}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{0,46}{2\cdot 0,50}\right) = 0,186.$$

По табл. 1 приложения 4 найдем вероятность поражения при независимых выстрелах (интерполируя) $R_6=0,709$. Применяя табл. 4 приложения 4, по $N_{\text{н}}=R_6=0,709$ и $\rho=0,48$ двойным интерполированием находим искомую вероятность поражения (хотя бы одного попадания) $W_6=0,629$.

4. Способ М. С. Шерешевского

Если стрельба сопровождается только неповторяющимися ошибками (независимые выстрелы), вероятность поражения может быть вычислена по формуле (4. 2. 3). Этому случаю отвечает значение коэффициента корреляции между выстрелами $\bar{r}=0$. Если стрельба сопровождается только повторяющимися ошибками (функционально зависимые выстрелы), справедлива формула (4.2.5). При этом коэффициент корреляции между выстрелами $\bar{r}=1$. Можно показать, что для данных p_1, ω и n величина R_n является наибольшим, а Q_n наименьшим значением вероятности поражения, и для корреляционной зависимости между выстрелами при $0 \leqslant r \leqslant 1$ имеет место соотношение $R_n \geqslant W_n \geqslant Q_n$.

На основании этого вероятность поражения для любого коэффициента $\bar{r}$ можно записать в виде

$$W_n = R_n - (R_n - Q_n)\lambda, \qquad (4.2.17)$$

где λ — некоторый коэффициент, принимающий значения от 0 до 1.

Из этого выражения следует, что при $\lambda=0$ $W_n=R_n$, чему отвечает $\bar{r}=0$, а при $\lambda=1$ $W_n=Q_n$, чему отвечает $\bar{r}=1$. Таким образом, коэффициент λ является функцией коэффициента корреляции $\bar{r}$.

Однако исследования показывают, что λ зависит еще и от величины математического ожидания

$$M = n\frac{p_1}{\omega}, \qquad (4.2.18)$$

т. е. $\lambda=f(\bar{r}, M)$. Значения этой функции приведены в табл. 5 приложения 4*. Опорные точки для составления этой таблицы получены численным интегрированием.

В случае, если для поражения цели достаточно одного попадания ($\omega=1$):

$$R_n = 1-(1-p_1)^n; \quad Q = p_1; \quad M = np_1 \qquad (4.2.19)$$

и вычисления упрощаются.

---

* При подготовке настоящего издания таблица была уточнена и расширена.

Величина λ может быть вычислена и по аналитической аппроксимирующей зависимости

$$\lambda = \bar{r} - (1 - \bar{r})\left[e^{-\frac{1{,}50M^2 - 4{,}09M + 6{,}52}{M^2 + 5{,}24}\bar{r}^{1{,}76}}\right] \ln \frac{1}{1-\bar{r}}.$$

В отличие от способов А. Н. Колмогорова, А. В. Шестакова, таблиц Н. С. Моралева и Н. Н. Страхова, рассматриваемый способ позволяет вычислять вероятности поражения при $\omega > 1$ и по значениях коэффициента корреляции. По сравнению с полными таблицами Е. С. Вентцель, он гораздо проще, так как требует применения лишь двух простых таблиц — для вычисления R_n и коэффициента λ.

Пример 6. Из пулемета ПКБ ведется огонь по поясной фигуре (мишень № 7) удаленной на 600 м. Стрельбу сопровождают ошибки: $B_в = 0{,}24$ м, $B_б = 0{,}24$ м, $B_{в\,стп} = 0{,}14$ м, $B_{б\,стп} = 0{,}13$ м, $E_{цу} = 0{,}63$ м, $E_{wy} = 0{,}43$ м, $E_{ну} = 0{,}30$ м, $E_{нz} = 0{,}30$ м. Стороны эквивалентного цели прямоугольника имеют значения $2\bar{a} = 0{,}95$ м, $2\bar{b} = 0{,}47$ м. Определить вероятность поражения мишени очередью в 10 выстрелов.

Решение. Применяя формулы (3.5.17) и (3.5.18), получим:

$$E_{су}^2 = 0{,}63^2 + 0{,}30^2 + 0{,}14^2 = 0{,}507 \text{ м}^2;$$

$$E_{сz}^2 = 0{,}43^2 + 0{,}30^2 + 0{,}13^2 = 0{,}292 \text{ м}^2;$$

$$E_y^2 = 0{,}507 + 0{,}24^2 = 0{,}565 \text{ м}^2; \quad E_y = 0{,}75 \text{ м};$$

$$E_z^2 = 0{,}292 + 0{,}23^2 = 0{,}345 \text{ м}^2; \quad E_z = 0{,}59 \text{ м}.$$

По уравнениям (3.5.20) и (4.2.9) находим коэффициенты корреляции:

$$r_y = \frac{0{,}507}{0{,}565} = 0{,}90; \quad r_z = \frac{0{,}292}{0{,}345} = 0{,}85; \quad \bar{r} = \sqrt{\frac{0{,}90^2 + 0{,}85^2}{2}} = 0{,}$$

Вероятность попадания в мишень при одном выстреле вычисляем по соотношению (3.3.8), используя табл. 2 приложения 1:

$$p_1 = \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}95}{2 \cdot 0{,}75}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}47}{2 \cdot 0{,}59}\right) = 0{,}070.$$

По табл. 1 приложения 4 находим $R_{10} = 0{,}516$.

Математическое ожидание числа попаданий в соответствии с выражением (4.2.19):

$$M = np_1 = 10 \cdot 0{,}07 = 0{,}7.$$

По табл. 5 приложения 4 при $M = 0{,}7$ и $\bar{r} = 0{,}87$ имеем $\lambda = 0{,}386$.

Так как при $\omega=1$ $Q_n=p_1$, то по формуле (4.2.27) вычисляем искомую вероятность поражения

$$W_{10}=R_{10}-(R_{10}-p_1)\lambda=0{,}516-(0{,}516-0{,}07)\,0{,}386=0{,}344.$$

Пример 7. Из крупнокалиберного пулемета, установленного на бронетранспортере, ведется огонь по легкобронированной цели длинной очередью в 20 выстрелов. Стороны прямоугольника, эквивалентного цели: $2\bar{a}=1{,}8$ м, $2\bar{b}=2{,}2$ м. Стрельба характеризуется следующими срединными ошибками: $E_{цy}=0{,}7$ м, $E_{цz}=0{,}2$ м, $E_{vz}=0{,}6$ м, $B_в=B_б=0{,}7$ м, $B_{в\,стп}=B_{б\,стп}=0{,}3$ м, $E_{ну}=E_{нz}=1{,}2$ м. Среднее необходимое число попаданий для поражения цели $m=6$. Определить вероятность поражения цели.

Решение. Применяя формулы (3.5.17) и (3.5.18), вычисляем суммарные срединные ошибки:

$$E_{cy}^2=0{,}7^2+1{,}2^2+0{,}3^2=2{,}02\ \text{м}^2;$$

$$E_{cz}^2=0{,}2^2+0{,}6^2+1{,}2^2+0{,}3^2=1{,}93\ \text{м}^2;$$

$$E_y^2=2{,}02+0{,}7^2=2{,}51\ \text{м}^2;\quad E_y=1{,}58\ \text{м};$$

$$E_z^2=1{,}93+0{,}7^2=2{,}42\ \text{м}^2;\quad E_z=1{,}55\ \text{м}.$$

По соотношениям (3.5.20) и (4.2.9) рассчитываем коэффициенты корреляции:

$$r_y=\frac{2{,}02}{2{,}51}=0{,}80;\qquad r_z=\frac{1{,}93}{2{,}42}=0{,}80;\qquad \bar{r}=0{,}80.$$

Вероятность попадания в цель при одном выстреле найдем по зависимости (3.3.8) с использованием табл. 2 приложения 1:

$$p_1=\hat{\Phi}\left(\frac{1{,}8}{2\cdot 1{,}58}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{2{,}2}{2\cdot 1{,}55}\right)=0{,}110.$$

Вероятность поражения цели при одном выстреле вычислим по формуле (4.2.1):

$$W_1=\frac{0{,}110}{6}=0{,}0183.$$

По табл. 1 приложения 4 при $p_1=W_1=0{,}0183$ и $n=20$ получим $R_{10}=0{,}307$.

Для определения вероятности поражения цели Q_n при функционально зависимых выстрелах по формуле (4.2.5) необходимо предварительно вычислить условную вероятность поражения цели при попадании в нее ровно $n=20$ пуль. С этой целью можно опять воспользоваться табл. 1 приложения 4, в которой табулирована функция $R_n=1-(1-p_1)^n$, так как $G(n)=1-\left(1-\frac{1}{\omega}\right)^n$.

По величинам $\frac{1}{\omega}=\frac{1}{6}=0{,}167$ (вместо p_1) и $n=20$ найдем $G(20)=0{,}974$.

Поэтому

$$Q_n = p_1 G(n) = 0{,}110 \cdot 0{,}974 = 0{,}107.$$

Математическое ожидание подсчитаем по выражению (4.2.18):

$$M = n W_1 = 20 \cdot 0{,}0183 = 0{,}366.$$

По табл. 5 приложения 4 для $M = 0{,}366$ и $\bar{r} = 0{,}8$ имеем $\lambda = 0{,}193$.
Искомая вероятность поражения найдется по формуле (4.2.17):

$$W_{20} = 0{,}307 - (0{,}307 - 0{,}107)\,0{,}193 = 0{,}268.$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ ЦЕЛИ СПОСОБОМ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Вычисление вероятности поражения цели в схеме двух групп ошибок способом численного интегрирования производится на основании формулы (4.2.8). Интеграл в правой части этой формулы — полная вероятность непоражения очередью при всех возможных отклонениях СТП от центра цели.

Введем следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} &\left[1 - \frac{p_1(y_c, z_c)}{\omega}\right]^n = Q(y_c, z_c); \\ &\frac{\rho}{\sqrt{\pi}\,E_{cy}}\, e^{-\rho^2 \frac{y_c^2}{E_{cy}^2}}\, \Delta y_c = \Delta Q(y_c); \\ &\frac{\rho}{\sqrt{\pi}\,E_{cz}}\, e^{-\rho^2 \frac{z_c^2}{E_{cz}^2}}\, \Delta z_c = \Delta Q(z_c). \end{aligned}\right\} \qquad (4.2$$

Величины $\Delta Q(y_c)$ и $\Delta Q(z_c)$ представляют собой вероятности того, что СТП примет значение соответственно в интервале Δy с центром в y_c или Δz_c с центром в z_c.

Переходя от бесконечно малых приращений к конечным, будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} \Delta Q(y_c) &= \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{y_{c\,i} + 0{,}5\Delta y_c}{E_{cy}}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{y_{c\,i} - 0{,}5\Delta y_c}{E_{cy}}\right)\right]; \\ \Delta Q(z_c) &= \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{z_{cj} + 0{,}5\,\Delta z_c}{F_{cz}}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{z_{cj} - 0{,}5\,\Delta z_c}{E_{cz}}\right)\right], \end{aligned}\right\} \qquad (4.$$

где Δy_c, Δz_c — принятые шаги интегрирования по высоте и по боковому направлению;

y_{ci}, z_{cj} — текущие значения координат СТП.

Величины шагов интегрирования достаточно принять такими: $\Delta y_c = 1B_в$, если $B_в \leqslant E_{cy}$, или $\Delta y_c = 1E_{cy}$, если $E_{cy} < B_в$, и соответственно в боковом направлении $1B_б$ или $1E_{cz}$. В этом случае

$$y_{c\,i} = (i - 0{,}5)\,\Delta y_c; \qquad z_{c\,j} = (j - 0{,}5)\,\Delta z_c,$$

где i и j — натуральные целые числа 1, 2, 3,....

Так как согласно формуле (3.3.8) $p(y_c, z_c) = p(y_c)\,p(z_c)$, то, заменяя интеграл конечной суммой, из выражения (4.2.20) получим:

$$W_n = 1 - \sum_{y_c=-4{,}5E_{cy}}^{+4{,}5\,E_{cy}} \left\{ \sum_{z_c=-4{,}5E_{cz}}^{+4{,}5\,E_{cz}} \Delta Q_z(z_{cj}) \left[1 - \frac{p\,(y_{c\,i})\,p\,(z_{c\,j})}{\omega} \right]^n \right\} \Delta Q_y(y_{ci}), \tag{4.2.22}$$

При этом следует учитывать:

$$\left.\begin{aligned} p\,(y_{c\,i}) &= \frac{1}{2}\left[\widehat{\Phi}\left(\frac{y_{c\,i} + \overline{Y} + \overline{a}}{B_в} \right) - \widehat{\Phi}\left(\frac{y_{c\,i} + \overline{Y} - \overline{a}}{B_в} \right) \right]; \\ p\,(z_{c\,j}) &= \frac{1}{2}\left[\widehat{\Phi}\left(\frac{z_{c\,j} + \overline{Z} + \overline{b}}{B_б} \right) - \widehat{\Phi}\left(\frac{z_{c\,j} + \overline{Z} - \overline{b}}{B_б} \right) \right], \end{aligned}\right\} \tag{4.2.23}$$

где $\overline{Y}$, $\overline{Z}$ — систематические смещения (постоянные ошибки) СТП относительно точки прицеливания (или центра цели);

$\overline{a}$, $\overline{b}$ — полуразмеры прямоугольника, эквивалентного цели.

В уравнении (4.2.22) суммирование достаточно производить в интервалах отклонений координат СТП до пяти срединных суммарных ошибок стрельбы, так как вне этих пределов суммы ΔQ_y и ΔQ_z достаточно малы. Поэтому наибольшие числа i и j можно выбирать, используя формулы:

$$\left.\begin{aligned} i_{нб} &\geqslant \frac{4{,}5\,E_{cy}}{\Delta y_c} + 0{,}5; \\ j_{нб} &\geqslant \frac{4{,}5\,E_{cz}}{\Delta z_c} + 0{,}5 \end{aligned}\right\} \tag{4.2.24}$$

и округляя результаты подсчета до наибольшего целого числа.

В том случае, когда постоянные ошибки $\overline{Y}$ и $\overline{Z}$ равны нулю, отклонения СТП симметричны и вместо зависимости (4.2.22) можно получить более простую:

$$W_n = 1 - 4 \sum_{y_c=0,5E_{cy}}^{4,5E_{cy}} \left\{ \sum_{z_c=0,5E_{cz}}^{4,5E_{cz}} \Delta Q_z(z_{cj}) \left[1 - \frac{p(y_{ci})\,p(z_{cj})}{\omega} \right]^n \right\} \Delta Q_y(y_{ci}). \quad (4.2.25)$$

Пример 8. Определить численным интегрированием вероятность поражения цели в условиях примера 5.

Решение. Из примера 5 известно: $\overline{a}=0{,}70$ м, $\overline{b}=0{,}23$ м, $B_в=0{,}24$ м, $B_б=0{,}33$ м, $E_{cy}=\sqrt{0{,}105}=0{,}32$ м, $E_{cz}=\sqrt{0{,}131}=0{,}36$ м. Так как $B_в < E_{cy}$ и $B_б < E_{cz}$, то примем следующие значения шагов интегрирования по высоте и в боковом направлении: $\Delta y = 1B_в = 0{,}24$ м; $\Delta z = 1B_б = 0{,}33$ м.

Находим число шагов (точек) интегрирования, пользуясь условиями (4.2.24):

$$i_{нб} = \frac{4{,}5 \cdot 0{,}32}{0{,}24} + 0{,}5 = 6{,}5; \quad i_{нб} = 7;$$

$$j_{нб} = \frac{4{,}5 \cdot 0{,}36}{0{,}33} + 0{,}5 = 5{,}4; \quad j_{нб} = 6.$$

Точки интегрирования определим по зависимостям:

$$y_{c\,i} = (i - 0{,}5)\,0{,}24; \quad z_{c\,j} = (j - 0{,}5)\,0{,}33.$$

Предварительные вычисления вероятностей $p(y_{ci})$, $p(z_{cj})$, $\Delta Q_y(y_{ci})$ и $\Delta Q_z(z_{cj})$ произведем по формулам (4.2.23) и (4.2.21). Порядок этих вычислений показан в табл. 7.

Порядок и итоги численного интегрирования приведены в табл. 8.

Применив затем формулу (4.2.25), получим:

$$W_б = 1 - 4\,(0{,}0255 + 0{,}0228 + 0{,}0186 + 0{,}0128 + 0{,}0064 + 0{,}0021 + 0{,}0005) = 1 - 4 \cdot 0{,}0887 = 0{,}645.$$

По подобной схеме численное интегрирование может производиться и на ЭВМ. Программа вычисления вероятности поражения цели (при $\omega=1$) в схеме двух групп ошибок для ЭВМ (на языке ФОРТРАН) приведена в приложении 6 (программа 2).

СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ

Если сравнить значения вероятностей поражения, вычисленных всеми изложенными способами в рассмотренных примерах 3—6, расположив их по мере увеличения среднего коэффициента корреляции r (табл. 9), то можно сделать следующие выводы.

Предварительные вычисления

Вычисляемые величины	Числа i, j						
	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7	8
$y_{ci}=0{,}24\ (i-0{,}5)$	0,12	0,36	0,60	0,84	1,08	1,32	1,56
$y_{ci}+0{,}12$	0,24	0,48	0,72	0,96	1,20	1,44	1,68
$y_{ci}-0{,}12$	0	0,24	0,48	0,72	0,96	1,20	1,44
$\alpha_1=(y_{ci}+0{,}12)/0{,}32$	0,75	1,50	2,25	3,00	3,75	4,50	5,25
$\alpha_2=(y_{ci}-0{,}12)/0{,}32$	0	0,75	1,50	2,25	3,00	3,75	4,50
$\widehat{\Phi}\ (\alpha_1)$	0,3870	0,6883	0,8709	0,9570	0,9886	0,9976	0,9996
$\widehat{\Phi}\ (\alpha_2)$	0	0,3870	0,6883	0,8709	0,9570	0,9886	0,9976
$\widehat{\Phi}\ (\alpha_1)-\widehat{\Phi}\ (\alpha_2)$	0,3870	0,3013	0,1828	0,0861	0,0316	0,0090	0,0020
$\Delta Q_{yi}=\frac{1}{2}\ [\widehat{\Phi}\ (\alpha_1)-\widehat{\Phi}\ (\alpha_2)]$	0,1935	0,1507	0,0913	0,0430	0,0158	0,0045	0,0010
$y_{ci}+0{,}7$	0,82	1,06	1,30	1,54	1,78	2,02	2,26
$y_{ci}-0{,}7$	—0,58	—0,34	—0,10	0,14	0,38	0,62	0,86
$\alpha_3=(y_{ci}+0{,}7)/0{,}24$	3,42	4,42	5,42	6,42	7,42	8,42	9,42
$\alpha_4=(y_{ci}-0{,}7)/0{,}24$	—2,42	—1,42	—0,42	0,58	1,58	2,58	3,58
$\widehat{\Phi}\ (\alpha_3)$	0,9789	0,9971	0,9997	1,0	1,0	1,0	1,0
$\widehat{\Phi}\ (\alpha_4)$	—0,8974	—0,6618	—0,2230	0,3044	0,7134	0,9182	0,9842

Продолжение табл. 7

1	2	3	4	5	6	7	8
$\hat{\Phi}(\alpha_3) - \hat{\Phi}(\alpha_4)$	1,8763	1,6589	1,2227	0,6954	0,2866	0,0818	0,0158
$p(y_{ci}) = \frac{1}{2}[\hat{\Phi}(\alpha_3) - \hat{\Phi}(\alpha_4)]$	0,9381	0,8295	0,6113	0,3477	0,1433	0,0409	0,0079
$z_{cj} = 0{,}33\ (j - 0{,}5)$	0,165	0,495	0,825	1,155	1,485	1,815	—
$z_{cj} + 0{,}165$	0,33	0,66	0,99	1,32	1,65	1,98	—
$z_{cj} - 0{,}165$	0	0,33	0,66	0,99	1,32	1,65	—
$\beta_1 = (z_{cj} + 0{,}165)/0{,}36$	0,92	1,83	2,75	3,66	4,57	5,49	—
$\beta_2 = (z_{cj} - 0{,}165)/0{,}36$	0	0,92	1,83	2,75	3,66	4,57	—
$\hat{\Phi}(\beta_1)$	0,4651	0,7829	0,9364	0,9864	0,9980	0,9998	—
$\hat{\Phi}(\beta_2)$	0	0,4651	0,7829	0,9364	0,9864	0,9980	—
$\hat{\Phi}(\beta_1) - \hat{\Phi}(\beta_2)$	0,4651	0,3178	0,1535	0,0500	0,0116	0,0018	—
$\Delta Q_{zj} = \frac{1}{2}[\hat{\Phi}(\beta_1) - \hat{\Phi}(\beta_2)]$	0,2325	0,1589	0,0768	0,0250	0,0058	0,0009	—
$z_{cj} + 0{,}23$	0,395	0,725	1,055	1,385	1,715	2,045	—
$z_{cj} - 0{,}23$	−0,065	0,265	0,595	0,925	1,255	1,585	—
$\beta_3 = (z_{cj} + 0{,}23)/0{,}33$	1,20	2,20	3,20	4,20	5,20	6,20	—
$\beta_4 = (z_{cj} - 0{,}23)/0{,}33$	−0,20	0,80	1,80	2,80	3,80	4,80	—

Окончание табл. 7

1	2	3	4	5	6	7	8
$\widehat{\Phi}\ (\beta_3)$	0,5817	0,8622	0,9691	0,9954	0,9996	1,0	—
$\widehat{\Phi}\ (\beta_4)$	—0,1073	0,4105	0,7753	0,9410	0,9896	0,9988	—
$\widehat{\Phi}\ (\beta_3) - \widehat{\Phi}\ (\beta_4)$	0,6890	0,4517	0,1938	0,0544	0,0100	0,0012	—
$p(z_{cj}) = \frac{1}{2}\ [\widehat{\Phi}\ (\beta_3) - \widehat{\Phi}\ (\beta_4)]$	0,3445	0,2258	0,0969	0,0272	0,0050	0,0006	—

Таблица 8

Результаты численного интегрирования

i	Вычисляемые величины	j						Σ
		1	2	3	4	5	6	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	$p_1 = 0{,}9381\ p(z_{cj})$	0,3232	0,2118	0,0909	0,0255	0,0047	0,0006	—
	$1 - p_1$	0,6768	0,7882	0,9091	0,9745	0,9953	0,9994	—
	$(1 - p_1)^6$	0,0961	0,2398	0,5645	0,8564	0,9721	0,9964	—
	$(1 - p_1)^6 \Delta Q_{zj}$	0,0223	0,0381	0,0434	0,0214	0,0056	0,0009	0,1317
	$0{,}1935\ \Sigma\ (1 - p_1)^6 \Delta Q_{zj}$	0,0255	—	—	—	—	—	—
2	$p_2 = 0{,}8295\ p\ (z_{cj})$	0,2857	0,1872	0,0804	0,0225	0,0041	0,0005	—
	$1 - p_2$	0,7143	0,8128	0,9196	0,9775	0,9959	0,9995	—
	$(1 - p_2)^6$	0,1328	0,2883	0,6048	0,8724	0,9757	0,9970	—
	$(1 - p_2)^6 \Delta Q_{zj}$	0,0309	0,0458	0,0464	0,0218	0,0057	0,0009	0,1515
	$0{,}1507\ \Sigma\ (1 - p_2)^6 \Delta Q_{zj}$	0,0228	—	—	—	—	—	—
3	$p_3 = 0{,}6113\ p\ (z_{cj})$	0,2105	0,1380	0,0592	0,0166	0,0031	0,0004	—
	$1 - p_3$	0,7895	0,8620	0,9408	0,9834	0,9969	0,9996	—
	$(1 - p_3)^6$	0,2422	0,4102	0,6934	0,9044	0,9815	0,9976	—

1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	$(1-p_3)^6\,\Delta Q_{zj}$	0,0563	0,0652	0,0533	0,0226	0,0057	0,0009	0,2040
	$0{,}0913\ \Sigma\ (1-p_3)^6\,\Delta Q_{zj}$	0,0186	—	—	—	—	—	—
4	$p_4 = 0{,}3477\ p\ (z_{cj})$	0,1198	0,0785	0,0337	0,0095	0,0017	0,0002	—
	$1-p_4$	0,8802	0,9215	0,9663	0,9905	0,9983	0,9998	—
	$(1-p_4)^6$	0,4650	0,6123	0,8141	0,9443	0,9898	0,9988	—
	$(1-p_4)^6\,\Delta Q_{zj}$	0,1081	0,0973	0,0625	0,0236	0,0057	0,0009	0,2981
	$0{,}0430\ \Sigma\ (1-p_4)^6\,\Delta Q_{zj}$	0,0128	—	—	—	—	—	—
5	$p_5 = 0{,}1433\ p\ (z_{cj})$	0,0494	0,0323	0,0139	0,0039	0,0007	0,0001	—
	$1-p_5$	0,9506	0,9677	0,9861	0,9961	0,9993	0,9999	—
	$(1-p_5)^6$	0,7379	0,8212	0,9194	0,9768	0,9958	0,9994	—
	$(1-p_5)^5\,\Delta Q_{zj}$	0,1716	0,1305	0,0706	0,0244	0,0058	0,0009	0,4038
	$0{,}0158\ \Sigma\ (1-p_5)^6\,\Delta Q_{zj}$	0,0064	—	—	—	—	—	—
6	$p_6 = 0{,}0409\ p\ (z_{cj})$	0,0141	0,0092	0,0039	0,0011	0,0002	0	—
	$1-p_6$	0,9859	0,9908	0,9961	0,9989	0,9998	1,0	—
	$(1-p_6)^6$	0,9183	0,9461	0,9768	0,9934	0,9988	1,0	—

Окончание табл. 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	$(1 - p_6)^6 \Delta Q_{zj}$	0,2135	0,1503	0,0750	0,0248	0,0058	0,0009	0,4703
	$0{,}0045 \Sigma (1 - p_6)^6 \Delta Q_{zj}$	0,0021	—	—	—	—	—	—
7	$p_7 = 0{,}0079\ p\ (z_{cj})$	0,0027	0,0018	0,0008	0,0002	0	0	—
	$1 - p_7$	0,9973	0,9982	0,9992	0,9998	1,0	1,0	—
	$(1 - p_7)^6$	0,9839	0,9892	0,9952	0,9988	1,0	1,0	—
	$(1 - p_7)^6 \Delta Q_{zj}$	0,2288	0,1572	0,0764	0,0250	0,0058	0,0009	0,4941
	$0{,}0010 \Sigma (1 - - p_6)^6 \Delta Q_{zj}$	0,0005	—	—	—	—	—	—

Таблица 9

Сравнение способов вычисления вероятностей поражения

Способ вычисления	$r=0{,}59$			$r=0{,}79$			$r=0{,}87$			$r=0{,}94$		
	W_n	ΔW_n	ΔW_n, %	W_n	ΔW_n	ΔW_n, %	W_n	ΔW_n	ΔW_n, %	W_n	ΔW_n	ΔW_n, %
Численное интегрирование	0,643	0	0	0,197	0	0	0,320	0	0	0,139	0	0
Табличный (Е. С. Вентцель)	0,636	−0,007	− 1,1	0,195	−0,002	−1,0	0,355	+0,035	+10,9	0,146	+0,007	+ 5,0
А. Н. Колмогорова	0,638	−0,005	− 0,8	0,186	−0,011	−5,6	0,309	−0,011	− 3,4	0,130	−0,009	− 6,5
А. В. Шестакова	0,629	−0,014	− 2,2	0,178	−0,019	−9,6	0,291	−0,029	− 9,3	—	—	—
М. С. Шерешевского	0,636	−0,007	− 1,1	0,193	−0,004	−2,0	0,344	+0,024	+ 7,5	0,143	+0,004	+ 2,9
По формуле (4.2.9) для независимых выстрелов	0,709	+0,066	+10,3	0,217	+0,020	+9,2	0,516	+0,196	+61,2	0,207	+0,068	+49,0

Примечания: 1. При пользовании таблицами применялось линейное интерполирование. 2. За истинный принят способ численного интегрирования.

Наибольшие ошибки при вычислении вероятности поражения получаются при использовании формулы (4.2.4) для независимых выстрелов, что закономерно, так как эту формулу можно применять при $r \leqslant 0{,}2 \div 0{,}3$. Из приближенных способов, учитывающих корреляционную зависимость между выстрелами, наибольшей погрешностью обладает способ А. В. Шестакова, что объясняется, очевидно, недостаточной точностью таблицы, по которой вычисляется вероятность (см. табл. 4 приложения 4). Остальные способы обеспечивают примерно одинаковую точность при $r<0{,}9$.

Табличный способ при $r>0{,}9$ приводит к значительным ошибкам, что связано с линейной интерполяцией; между тем, функция $W_n = f(n, r, p_1)$ в этой области имеет значительную кривизну и изменяется резко. Так как нелинейная интерполяция весьма трудоемка, то этим способом практически можно пользоваться при $r<0{,}80 \div 0{,}85$.

Способ А. Н. Колмогорова требует, по сравнению с другими, более трудоемких расчетов, но позволяет просто учитывать систематическое смещение СТП относительно центра цели. Поэтому его целесообразно применять в тех случаях, когда необходимо оценить влияние такого смещения (см. пример 4).

Способ М. С. Шерешевского может применяться при всех значениях коэффициента корреляции и для вычисления вероятности поражения самых различных целей, среднее необходимое число попаданий в которые больше единицы, чего не позволяют другие способы.

4.3. ОСОБЫЕ СЛУЧАИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ ЦЕЛИ

ВЕРОЯТНОСТЬ ПОРАЖЕНИЯ В СЛУЧАЕ ВЫДЕЛЕНИЯ ПЕРВОГО ВЫСТРЕЛА (СТРЕЛЬБА ИЗ АВТОМАТА)

Как указывалось, вероятность попадания в цель первого выстрела при стрельбе очередью из автомата больше, чем любого из последующих, и разница между вероятностями тем больше, чем менее устойчиво положение для стрельбы. Подобное, но только частично, явление иногда имеет место и при стрельбе из пулеметов: первый и последующий выстрелы различаются по рассеиванию, а центры группирования настолько близки, что их практически можно считать совпадающими. В этих случаях вычисление вероятности поражения (вероятности хотя бы одного попадания) существенно усложняется.

Опытами установлено, что коэффициент корреляции между первым и последующими выстрелами из автомата АКМ лежа с упора (или стоя из окопа) на дальностях стрельбы 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700 и 800 м имеет соответственно среднее значение 0,03; 0,17; 0,37; 0,56; 0,72; 0,81; 0,85 и 0,89. Как видно, на дальностях до 300 м включительно (а из менее устойчивых положе

ний для стрельбы и на больших, чем 300 м) коэффициенты корреляции невелики и это позволяет рассматривать первый и последующие выстрелы как независимые. Поэтому для вычисления вероятности поражения применима формула (4.2.2), которая в этом случае запишется так:

$$W_n = 1 - (1 - p_{1,1})(1 - W_{n-1}), \qquad (4.3.1)$$

где $p_{1,1}$ — вероятность попадания первым выстрелом;

W_{n-1} — вероятность хотя бы одного попадания $(n-1)$ последующими выстрелами. Обе эти величины вычисляются ранее указанными способами.

Малая зависимость между первым и последующими выстрелами при стрельбе на короткие дальности объясняется тем, что те ошибки, которые их связывают — повторяющиеся, групповые — малы по сравнению с неповторяющимися ошибками, характеризующими индивидуальное рассеивание.

Пример 1. Автоматчик лежа с упора обстреливает одной очередью в 5 выстрелов головную фигуру (мишень № 5) на дальности 200 м. Определить вероятность поражения, если известны следующие данные:

— для первого выстрела $B_{в1} = 0{,}08$ м, $B_{б1} = 0{,}07$ м;

— для последующих выстрелов очереди $B_{вп} = 0{,}11$ м, $B_{бп} = 0{,}18$ м, $B_{в\,стп} = 0{,}10$ м, $B_{б\,стп} = 0{,}13$ м, $\overline{Y} = \overline{Z} = 0{,}3$ м (смещение ЦГ последующих выстрелов от первых);

— стрельбу сопровождают ошибки определения дальности $E_{цу} = 0{,}05$ м, учета бокового ветра $E_{wz} = 0{,}06$ м и наводки $E_{ну} = E_{нz} = 0{,}10$ м;

— в центр цели направлен первый выстрел.

Решение. По табл. 4 приложения 3 для мишени № 5 находим: $2\overline{a} = 0{,}25$ м, $2\overline{b} = 0{,}41$ м ($\overline{a} = 0{,}125$ м, $\overline{b} = 0{,}205$ м).

По формулам (3.5.17) вычисляем суммарные срединные ошибки стрельбы:

для последующих выстрелов

$$E_{с\,у}^2 = E_{ц\,у}^2 + E_{н\,у}^2 + B^2_{в\,стп} = 0{,}05^2 + 0{,}10^2 + 0{,}10^2 = 0{,}0225 \text{ м}^2;$$

$$E_{с\,z}^2 = E_{wz}^2 + E_{нz}^2 + B^2_{б\,стп} = 0{,}06^2 + 0{,}10^2 + 0{,}13^2 = 0{,}0305 \text{ м}^2.$$

для первого выстрела

$$E_{су}^2 - B^2_{в\,стп} = 0{,}0125 \text{ м}^2;$$

$$E_{су}^2 - B^2_{б\,стп} = 0{,}0136 \text{ м}^2.$$

Суммарные срединные ошибки выстрелов определяем по зависимостям (3.5.18):

для последующих выстрелов

$$E_y^2 = E_{су}^2 + B_{вп}^2 = 0{,}0225 + 0{,}11^2 = 0{,}0346 \text{ м}^2; \quad E_y = 0{,}19 \text{ м};$$

$$E_z^2 = E_{cz}^2 + B_{бп}^2 = 0{,}0305 + 0{,}18^2 = 0{,}0629 \text{ м}^2; \quad E_z = 0{,}25 \text{ м};$$

для первого выстрела

$$E_{y1}^2 = E_{cy}^2 - B^2_{в\,стп} + B_{в1}^2 = 0{,}0125 + 0{,}08^2 = 0{,}0189 \text{ м}^2;$$

$$E_{y1} = 0{,}14 \text{ м};$$

$$E_{z1}^2 = E_{cz}^2 - B^2_{б\,стп} + B_{б1}^2 = 0{,}0136 + 0{,}07^2 = 0{,}0185 \text{ м}^2;$$

$$E_{z1} = 0{,}14 \text{ м}.$$

По соотношениям (3.5.22) подсчитываем коэффициенты корреляции между первым и последующими выстрелами:

$$r_{y1,п} = \frac{E_{cy}^2 - B^2_{в\,стп}}{E_{y1} E_y} = \frac{0{,}0125}{0{,}14 \cdot 0{,}19} = 0{,}49;$$

$$r_{z1,п} = \frac{E_{cz}^2 - B^2_{б\,стп}}{E_{z1} E_z} = \frac{0{,}0136}{0{,}14 \cdot 0{,}25} = 0{,}39;$$

Поскольку эти коэффициенты невелики, приближенно рассматриваем первый и последующие выстрелы как независимые.

По формулам (3.5.20) вычисляем коэффициенты корреляции между последующими выстрелами:

$$r_{yп} = \frac{E_{cy}^2}{E_y^2} = \frac{0{,}0225}{0{,}0346} = 0{,}65; \quad r_{zп} = \frac{E_{cz}^2}{E_z^2} = \frac{0{,}0305}{0{,}0629} = 0{,}49;$$

$$\overline{r_п} = \sqrt{\frac{0{,}65^2 + 0{,}49^2}{2}} = 0{,}58.$$

Вероятность попадания в мишень первым выстрелом рассчитываем по выражению (3.3.8) с использованием табл. 2 приложения 1:

$$p_{1,1} = \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}125}{0{,}14}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}205}{0{,}14}\right) = 0{,}305.$$

Вероятность попадания одним из последующих выстрелов найдем по уравнениям (3.3.5) и (3.3.6) с учетом смещения центров группирования, применяя табл. 2 приложения 1:

$$p_{y,\,п} = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}3 + 0{,}125}{0{,}19}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}3 - 0{,}125}{0{,}19}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}(0{,}869 - 0{,}465) = 0{,}202;$$

$$p_{z,\,п} = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}3 + 0{,}205}{0{,}25}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}3 - 0{,}205}{0{,}25}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}(0{,}827 - 0{,}202) = 0{,}312.$$

$$p_{1,\text{п}} = p_{y,\text{п}}\, p_{z,\text{п}} = 0{,}202 \cdot 0{,}312 = 0{,}063.$$

По табл. 2 приложения 4 определяем вероятность хотя бы одного попадания последующими выстрелами при $n - 1 = 4$; $r_n = 0{,}58$; $p_{1,\text{п}} = 0{,}063$: $W_4 = 0{,}219$.

Искомую вероятность поражения очередью в 5 выстрелов получим по формуле (4.3.1):

$$W_5 = 1 - (1 - p_{1,1})(1 - W_4) = 1 - (1 - 0{,}305)(1 - 0{,}219) = 0{,}458.$$

Заметим характерную особенность: вероятность поражения мишени одним первым выстрелом больше, чем четырьмя последующими.

Сравнительная малость вероятности поражения последующими выстрелами позволяет без больших ошибок полагать их независимыми. В этом случае вероятность поражения (хотя бы одного попадания) запишется так:

$$W_n = 1 - (1 - p_{1,1})(1 - p_{1,\text{п}})^{n-1}. \qquad (4.3.2)$$

Для примера 1 получим:

$$W_5 = 1 - (1 - 0{,}305)(1 - 0{,}063)^4 = 0{,}464.$$

По сравнению с $W_5 = 0{,}458$, вычисленной для зависимых последующих выстрелов, ошибка составляет 0,006 или 1,3% от величины вероятности.

Применение формулы (4.3.2) несколько облегчает вычисления, однако в отдельных случаях, когда $p_{1,\text{п}} > \frac{1}{3} p_1$, использование ее приводит к существенным ошибкам.

Существует и второй вариант вычисления вероятности поражения при стрельбе из автомата. Он применяется тогда, когда связь первых и последующих выстрелов существенна и коэффициент корреляции между ними достаточно велик. Это имеет место на средних и больших дальностях, где групповые неповторяющиеся ошибки становятся больше, чем повторяющиеся ($E_{cy} \gg B_в$ и $E_{cz} \gg B_б$). В этом случае первые и последующие выстрелы нельзя считать независимыми и при вычислении вероятности поражения следует учитывать связь между ними.

Точное значение вероятности поражения в случае сильной корреляционной связи между первым и последующими выстрелами выражается еще более сложным интегралом, чем в формуле (4.2.8). Поэтому для вычисления этой вероятности пользуются обычно приближенным способом, который заключается в следующем.

Рассчитывают вероятности попадания первым выстрелом $p_{1,1}$ и хотя бы одного попадания W_{n-1} последующими так, как это было сделано при решении примера 1. Затем подсчитывают среднюю вероятность

$$\bar{P}_1 = \frac{p_{1,1} + W_{n-1}}{2} \qquad (4.3.3)$$

и заменяют реальную очередь в n выстрелов очередью в 2 выстрела, для которой имеется вероятность попадания $\bar{P}_1$ одним выстрелом и коэффициент корреляции

$$\bar{r}_{1,\text{п}} = \sqrt{\frac{r^2_{y1,\text{п}} + r^2_{z1,\text{п}}}{2}}.$$

Коэффициенты корреляции $r_{y1,\text{п}}$ и $r_{z1,\text{п}}$ характеризуют связь первого и последующих выстрелов, их рассчитывают, пользуясь уравнениями (3.5.22).

Далее с помощью обычных приближенных способов Е. С. Вентцель, А. В. Шестакова или М. С. Шерешевского вычисляют вероятность поражения цели очередью по трем величинам: $n=2$, $\bar{P}_1$ и $\bar{r}_{1,\text{п}}$.

Пример 2. Автоматчик лежа с упора обстреливает очередью в 5 выстрелов бегущую фигуру (мишень № 8) на дальности 500 м. Определить вероятность поражения, если известны следующие данные:

— для первого выстрела $B_{\text{в}1} = 0{,}21$ м, $B_{\text{б}1} = 0{,}18$ м;

— для последующих выстрелов очереди $B_{\text{вп}} = 0{,}29$ м, $B_{\text{бп}} = 0{,}45$ м, $B_{\text{в стп}} = 0{,}26$ м, $B_{\text{б стп}} = 0{,}33$ м, $\bar{Y} = \bar{Z} = 0{,}75$ м;

— для всех выстрелов $E_{\text{цу}} = 0{,}63$ м, $E_{wz} = 0{,}48$ м, $E_{\text{ну}} = E_{\text{нz}} = 0{,}5$ м.

Решение. По табл. 4 приложения 3 для мишени № 8 находим: $2\bar{a} = 1{,}40$ м; $2\bar{b} = 0{,}46$ м, ($\bar{a} = 0{,}70$ м, $\bar{b} = 0{,}23$ м).

Вычисления срединных ошибок, коэффициентов корреляции и вероятностей попадания производятся в таком же порядке, как и в примере 1:

$$E_{\text{с}y}^2 = 0{,}63^2 + 0{,}5^2 + 0{,}26^2 = 0{,}713 \text{ м}^2;$$

$$E_{\text{с}z}^2 = 0{,}48^2 + 0{,}5^2 + 0{,}33^2 = 0{,}589 \text{ м}^2;$$

$$E_{\text{с}y}^2 - B^2_{\text{в стп}} = 0{,}646 \text{ м}^2; \qquad E_{\text{с}z}^2 - B^2_{\text{б стп}} = 0{,}480 \text{ м}^2;$$

$$E_y^2 = 0{,}713 + 0{,}29^2 = 0{,}797 \text{ м}^2; \qquad E_y = 0{,}89 \text{ м};$$

$$E_z^2 = 0{,}589 + 0{,}45^2 = 0{,}791 \text{ м}^2, \qquad E_z = 0{.}89 \text{ м};$$

$$E_{y1}^2 = 0{,}646 + 0{,}21^2 = 0{,}690 \text{ м}^2; \qquad E_{y1} = 0{,}83 \text{ м};$$

$$E_{z1}^2 = 0{,}480 + 0{,}18^2 = 0{,}512 \text{ м}^2; \qquad E_{z1} = 0{,}72 \text{ м};$$

$$r_{y1,\text{п}} = \frac{0{,}646}{0{,}83 \cdot 0{,}89} = 0{,}88; \qquad r_{z1,\text{п}} = \frac{0{,}480}{0{,}72 \cdot 0{,}89} = 0{,}75;$$

$$\overline{r}_{1,\text{п}} = \sqrt{\frac{0{,}88^2 + 0{,}75^2}{2}} = 0{,}82; \qquad r_{\text{уп}} = \frac{0{,}713}{0{,}797} = 0{,}89;$$

$$r_{z\text{п}} = \frac{0{,}589}{0{,}791} = 0{,}74; \qquad \overline{r}_{\text{п}} = \sqrt{\frac{0{,}89^2 + 0{,}74^2}{2}} = 0{,}82;$$

$$p_{1,1} = \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}70}{0{,}83}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}23}{0{,}72}\right) = 0{,}073;$$

$$p_{y,\text{п}} = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}75 + 0{,}70}{0{,}89}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}75 - 0{,}70}{0{,}89}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}(0{,}728 - 0{,}032) = 0{,}348;$$

$$p_{z,\text{п}} = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}75 + 0{,}23}{0{,}89}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}75 - 0{,}23}{0{,}89}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}(0{,}542 - 0{,}304) = 0{,}119;$$

$$p_{1,\text{п}} = 0{,}348 \cdot 0{,}119 = 0{,}041.$$

По табл. 2 приложения 4 определяем вероятность хотя бы одного попадания последующими выстрелами по входным величинам $n - 1 = 4$, $\overline{r}_{\text{п}} = 0{,}82$, $p_{1,\text{п}} = 0{,}041$: $W_4 = 0{,}139$.

Средняя вероятность по соотношению (4.3.3) составляет величину

$$\overline{P}_1 = \frac{0{,}073 + 0{,}139}{2} = 0{,}106.$$

Вновь обращаясь к табл. 2 приложения 4, но для $n' = 2$, $\overline{r}_{1,\text{п}} = 0{,}82$ и $\overline{P}_1 = 0{,}106$, находим искомую вероятность поражения очередью: $W_5 = 0{,}185$.

Если не учитывать зависимость между первым и последующими выстрелами и применить формулу (4.3.1), то получим

$$W_{5(\text{н})} = 1 - (1 - 0{,}73)(1 - 0{,}139) = 0{,}208,$$

т. е. вероятность завышена на 0,023, ошибка составляет 12%.

Вычисление вероятности поражения по формулам для независимых выстрелов, если фактически выстрелы зависимы, приводит к завышенным результатам. Ошибка при этом тем больше, чем ближе к единице коэффициент корреляции между выстрелами.

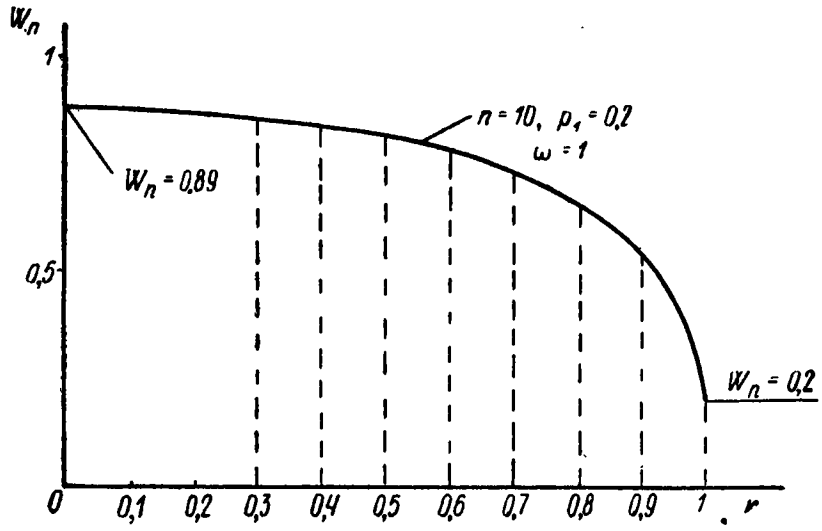


Рис. 39. Зависимость вероятности поражения от коэффициента корреляции

Последнее хорошо иллюстрируется графиком (рис. 39), на котором показан общий случай изменения вероятности поражения при изменении коэффициента корреляции (в случае постоянных значений n и p_1).

ВЕРОЯТНОСТЬ ПОРАЖЕНИЯ ПРИ СТРЕЛЬБЕ НЕСКОЛЬКИМИ ОЧЕРЕДЯМИ

Изложенные методы вычисления вероятности поражения применимы к стрельбе одной очередью, т. е. в схеме двух групп ошибок. Однако при стрельбе несколькими очередями, как было показано в параграфе 3.5, имеют место три группы ошибок: неповторяющиеся для каждого выстрела очереди, характеризуемые величинами $B_в$, $B_д$, $B_б$; неповторяющиеся для очередей, характеризуемые величинами $B_{в\ стр}$, $B_{б\ стр}$, $B_{д\ стр}$, $E_{н\,y}$, $E_{н\,x}$, $E_{н\,z}$; повторяющиеся для всех выстрелов и всех очередей — остальные ошибки стрельбы. Очевидно, что это происходит тогда, когда стрельба производится с одними и теми же установками прицела без изменения точки прицеливания.

Точное значение вероятности поражения в схеме трех групп ошибок выражается тройным интегралом — еще более сложным, чем в формуле (4.2.8). Этот интеграл может быть вычислен с помощью ЭВМ. Для вычисления вероятности часто прибегают к приближенному способу, который хотя и менее точен, зато сравнительно прост и практически вполне приемлем. Сущность его заключается в следующем.

Вначале одним из описанных способов вычисляется вероятность поражения цели одной очередью в схеме двух групп ошибок. При этом, как обычно, первую группу составляет индивидуальное рассеивание — неповторяющиеся ошибки, а вторую — все остальные. Затем заменяют очередь автоматических выстрелов одним эквивалентным условным выстрелом, вероятность поражения которым равна вероятности поражения очередью. После этого вычисляют вероятность поражения условной очередью, которая состоит из s условных выстрелов, где s — число очередей, а коэффициенты корреляции этих выстрелов равны коэффициентам корреляции между очередями:

$$\left.\begin{aligned} r_{s,y} &= \frac{E_{cy}^2 - B^2_{\text{в стп}} - E_{ny}^2}{E_y^2}\ ; \\ r_{s,x} &= \frac{E_{cx}^2 - E_{nx}^2 - B^2_{\text{д стп}}}{E_x^2}\ ; \\ r_{s,z} &= \frac{E_{cz}^2 - B^2_{\text{б стп}} - E_{nz}^2}{E_z^2}\ . \end{aligned}\right\} \qquad (4.3.4)$$

Среднее значение коэффициента корреляции определяется, как и ранее, по формулам (4.2.9). Эта вероятность поражения условной очередью приближенно равна вероятности поражения s очередями:

$$W_{n,s} = f(s, W_n, r_s).$$

Пример 3. При условиях, заданных в примере 3 параграфа 4.2, стрельба из пулемета РПК на дальность 500 м производится тремя очередями по 6 выстрелов в каждой. В процессе стрельбы установка прицела и точка прицеливания не изменяются. Определить вероятность поражения цели.

Решение. Из решения упомянутого примера 3 следует, что $W_6=0{,}195$. Находим значения коэффициентов корреляции между очередями по формулам (4.3.4):

$$r_{s,y} = \frac{E_{cy}^2 - B^2_{\text{в стп}} - E_{ny}^2}{E_y^2} = \frac{0{,}53^2 - 0{,}26^2 - 0{,}25^2}{0{,}65} = \frac{0{,}40}{0{,}65} = 0{,}62;$$

$$r_{s,z} = \frac{E_{cz}^2 - B^2_{\text{б стп}} - E_{nz}^2}{E_z^2} = \frac{0{,}34^2 - 0{,}21^2 - 0{,}25^2}{0{,}46} = \frac{0{,}23}{0{,}46} = 0{,}50;$$

$$r_s = \sqrt{\frac{0{,}62^2 + 0{,}50^2}{2}} = 0{,}56.$$

Из табл. 2 приложения 4 по величинам $n'=s=3$, $p_1'=W_6=0{,}195$ и $r_s=0{,}56$ находим искомую вероятность поражения тремя очередями по 6 выстрелов в каждой: $W_{6,3}=0{,}455$.

Если принимать все очереди и выстрелы независимыми, то так как вероятность попадания одним выстрелом $p_1=0{,}04$ (см. пример 3 параграфа 4.2), а всего выстрелов $6\cdot 3=18$, имеем

$$W_{18}=1-(1-0{,}04)^{18}=0{,}520.$$

Значение вероятности завышено на 0,065 или 14%.

Пример 4. При условиях, заданных в примере 2, автоматчик производит две очереди без изменения установки прицела и точки прицеливания. Определить вероятность поражения цели.

Решение. Из решения примера 2 следует, что $W_5=0{,}185$. Находим коэффициенты корреляции между очередями, используя зависимости (4.3.4):

$$\left.\begin{aligned} r_{s,y}&=\frac{E_{\text{су}}^2-B^2_{\text{в стп}}-E^2_{\text{ну}}}{E_{y1}E_y}=\frac{0{,}713-0{,}26^2-0{,}5^2}{0{,}83\cdot 0{,}89}=0{,}54;\\ r_{s,z}&=\frac{E_{cz}^2-B^2_{\text{б стп}}-E_{\text{нz}}^2}{E_{z1}E_z}=\frac{0{,}589-0{,}33^2-0{,}5^2}{0{,}72\cdot 0{,}89}=0{,}36;\\ r_s&=\sqrt{\frac{0{,}54^2+0{,}36^2}{2}}=0{,}46. \end{aligned}\right\}\qquad(4.3.5)$$

Из табл. 2 приложения 4 по величинам $n'=s=2$, $p_1'=W_5=0{,}185$ и $r_s=0{,}46$ находим искомую вероятность поражения двумя очередями по пять выстрелов в каждой: $W_{5,2}=0{,}328$.

В связи с применением формул (4.3.4) без вывода необходимо указать еще раз на следующий принцип написания выражений для коэффициентов корреляции между выстрелами или очередями.

В числителе ставится квадрат суммарной срединной ошибки (либо квадрат средней квадратической или дисперсия), составляющими которой являются ошибки, общие для связываемых выстрелов или очередей; в знаменателе — квадрат суммарной ошибки, составляющими которой являются все ошибки данной стрельбы.

Если последние для связываемых выстрелов или очередей неодинаковы (как это имеет место в случае выделения первого выстрела), то в знаменателе ставится произведение суммарных ошибок, включающее все ошибки для данных выстрелов или очередей.

СТРЕЛЬБА С РАССЕИВАНИЕМ ПУЛЬ

Рассмотренные способы вычисления вероятности поражения цели относятся к стрельбе сосредоточенным огнем по одиночной цели. Но из стрелкового автоматического оружия (наиболее часто — из пулеметов) ведется также огонь с рассеиванием пуль по фронту или в глубину либо с одновременным рассеиванием по фронту и глубине.

Огонь с рассеиванием пуль по фронту применяется при стрельбе по широким групповым целям, состоящим из неясно видимых или замаскированных фигур, и по атакующей живой силе.

Узкие и глубокие групповые цели обстреливаются огнем с рассеиванием пуль в глубину, а широкие и глубокие цели на площади — с одновременным рассеиванием пуль по фронту и глубине.

Рассмотрим случай стрельбы с рассеиванием по фронту. Равномерность рассеивания пуль при этом виде огня будет тем лучше, чем равномернее стрелок перемещает оружие. Будем полагать, что рассеивание равномерно и на каждую единицу длины фронта приходится одно и то же количество пуль. Предположим, что групповая цель состоит из m одинаковых одиночных целей, равномерно расположенных на фронте шириною B (рис. 40). Одиночная цель представляет собой прямоугольник (эквивалентный цели) высотою $2\bar{a}$ и шириной $2\bar{b}$. На стрельбу назначено N патронов. Рассеивание по высоте подчинено нормальному закону с суммарной срединной ошибкой стрельбы E_{cy} и неповторяющимися ошибками $B_в$; суммарная срединная ошибка стрельбы в боковом направлении равна E_{cz}, рассеивания по высоте и в боковом направлении независимы.

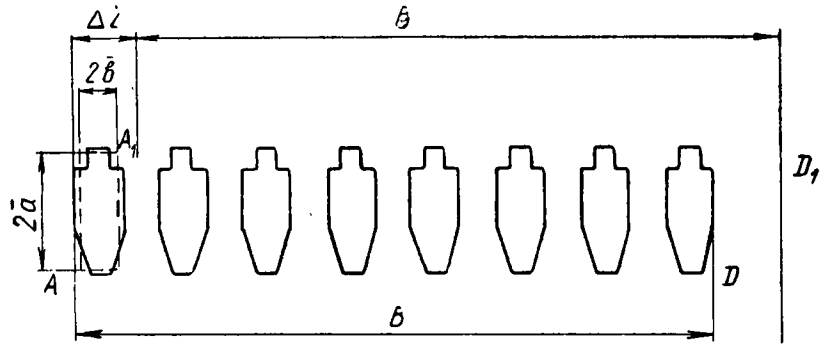


Рис. 40. Групповая цель при стрельбе с рассеиванием по фронту

Вероятность попадания в бесконечную по ширине полосу высотой $2\bar{a}$ составит

$$p_y = \hat{\Phi}\left(\frac{\bar{a}}{E_y}\right), \tag{4.3.6}$$

где $E_y^2 = E_{cy}^2 + B_в^2$ — суммарная срединная ошибка выстрела по высоте.

Вероятность попадания в бесконечную по высоте полосу шириной $2\bar{b}$ при равномерном распределении целей и пуль по фронту можно определить из геометрических соображений как отношение ширины цели к фронту рассеивания:

$$p_z' = \frac{2\bar{b}}{B}. \tag{4.3.7}$$

Для наиболее рационального использования боеприпасов стрелок должен начать обстрел с точки A и закончить в точке D. Однако вследствие ошибок в боковом направлении (суммарная срединная E_{cz}), которые могут иметь место из-за неточного прицеливания, сноса пуль под действием бокового ветра и по другим причинам, фронт рассеивания пуль в действительности начнется в точке A_1 и закончится в точке D_1. При этом какое-то количество мишеней (на участке AA_1) не будет обстреляно, а некоторый участок DD_1, на котором нет целей, будет подвергнут обстрелу. Поэтому при наличии ошибки Δz в боковом направлении вероятность попадания

$$p_z = p_z' \frac{B}{B + \Delta z} .$$

Подставив из выражения (4.3.7) значение p'_z, получим

$$p_z = \frac{2\bar{b}}{B + \Delta z} .$$

Ошибка Δz — случайная и, как правило, малая по сравнению с фронтом рассеивания, ее практически наибольшее значение $\Delta z_{max} \approx 3E_{cz}$. Поэтому можно написать:

$$p_z = \frac{2\bar{b}}{B + 3E_{cz}} .$$

Вероятность попадания в эквивалентный прямоугольник будет иметь вид

$$p_1 = p_y p_z = \frac{2\bar{b} p_y}{B + 3E_{cz}} .$$

Так как обстрелу подвергаются m целей, то вероятность поразить любую из них составит величину

$$p_m = p_1 m = \frac{2\bar{b} m p_y}{B + 3E_{cz}} . \qquad (4.3.8)$$

При этом в среднем на каждую цель придется $\frac{N}{m}$ патронов. Вероятность не поразить ни одну цель при $\frac{N}{m}$ выстрелах будет равна $(1-p_m)^{\frac{N}{m}}$, а вероятность поражения

$$p = 1 - (1 - p_m)^{\frac{N}{m}} .$$

Вероятность p_m обычно мала и определять ее можно по приближенной формуле. Для вывода последней необходимо вспомнить, что

$$\lim_{p\to 0}(1-p)^{\frac{1}{p}} = e^{-1},$$

откуда

$$(1-p_m)^{\frac{N}{m}} = (1-p_m)^{\frac{1}{p_m}\,p_m\frac{N}{m}} = e^{-p_m\frac{N}{m}}$$

и, следовательно,

$$p = 1 - e^{-p_m\frac{N}{m}}.$$

Подставив сюда значение p_m по выражению (4.3.8), будем иметь

$$p = 1 - e^{-\frac{2\bar{b}p_y N}{B+3E_{cz}}}. \qquad (4.3.9)$$

Величину

$$\overline{N} = \frac{N}{B+3E_{cz}} \qquad (4.3.10)$$

можно рассматривать как плотность огня — число пуль, приходящихся на единицу ширины фронта (с учетом возможной ошибки стрельбы). Поэтому формулу (4.3.9) можно записать в виде

$$p = 1 - e^{-2\bar{b}p_y\overline{N}}. \qquad (4.3.11)$$

Для вычислений по этой формуле следует использовать широко распространенные таблицы экспоненциальной функции e^{-x} или табл. 4 приложения 2 при условии, что входная величина

$$t = \sqrt{2(2\bar{b}p_y N)},\ \text{а}\ p = 1 - 2{,}507\,f(t),$$

где

$$2{,}507 = \sqrt{2\pi}.$$

Пример 5. Из станкового пулемета ведется огонь с рассеиванием по групповой цели, состоящей из бегущих фигур (мишень № 8) на фронте 60 м. Срединные ошибки, сопровождающие стрельбу: $B_в = 0{,}21$ м; $E_{cy} = 0{,}33$ м, $E_{cz} = 0{,}31$ м. Определить математическое ожидание процента пораженных фигур при плотностях огня 1, 2, 3 и 4 пули на 1 м фронта и количество патронов, необходимое для создания такой плотности.

Решение. По табл. 4 приложения 3 для мишени № 8 находим: $2\bar{a}=1{,}4$ м, $2\bar{b}=0{,}46$ м.

Суммарная срединная ошибка выстрела по высоте

$$E_y^2 = E_{cy}^2 + B_в^2 = 0{,}33^2 + 0{,}21^2 = 0{,}153 \text{ м}^2; \qquad E_y = 0{,}39 \text{ м}.$$

Вероятность попадания в бесконечную по ширине полосу вычислим по формуле (4.3.6):

$$p_y = \hat{\Phi}\left(\frac{\bar{a}}{E_y}\right) = \hat{\Phi}\left(\frac{0{,}7}{0{,}39}\right) = 0{,}775.$$

Ширина фронта с учетом ошибки составит величину $B+3E_{cz}=60{,}9$ м.

Постоянный множитель показателя степени в формуле (4.3.11) имеет значение

$$2\bar{b}p_y = 0{,}46 \cdot 0{,}775 = 0{,}356.$$

Дальнейший порядок вычислений приведен в табл. 10.

Таблица 10

Определение процента пораженных фигур

Вычисляемые величины	Плотность огня $\bar{N}$			
	1	2	3	4
$2\bar{b}\,p_y\bar{N}=0{,}356\,\bar{N}$	0,356	0,712	1,068	1,424
$t=\sqrt{2\,(2\bar{b}\,p_y\bar{N})}$	0,844	1,194	1,460	1,688
$f(t)$	0,279	0,196	0,137	0,0963
$2{,}507\,f(t)$	0,700	0,491	0,344	0,241
$M\left(\frac{m'}{m}\right)=1-2{,}507\,f(t)$	0,300	0,509	0,656	0,759
$N=\bar{N}(B+3E_{cz})=60{,}9\,\bar{N}$	61	122	183	244

Количество патронов найдем из соотношения (4.3.10):

$$N = \bar{N}(B + 3E_{cz}).$$

Искомые величины составляют 30; 50,9; 65,6 и 75,9%.

При ведении огня с рассеиванием пуль в глубину применим описанный метод расчета вероятности поражения и МО относительного числа пораженных целей. При этом во всех формулах

вместо вероятности p_y попадания в бесконечную по ширине цель следует вычислить вероятность попадания в бесконечную по высоте цель $p_z = \hat{\Phi}\left(\frac{\bar{b}}{E_z}\right)$, а ширину $2\bar{b}$ заменить высотой $2\bar{a}$.

4.4. УЧЕТ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ПРОТИВНИКА (ОТВЕТНОГО ОГНЯ)

При оценке эффективности стрельбы часто бывает необходимо учитывать огневое противодействие противника, что дает возможность более полно и объективно провести сравнение боевых возможностей оружия.

Противодействие противника учитывается различными способами с применением аналитических зависимостей, например, для случая дуэльной стрельбы из различных образцов оружия, или путем моделирования боевых действий спешенных мотострелковых подразделений, использующих сравниваемые образцы стрелкового оружия.

Огневое противодействие противника бывает встречным или упреждающим. Рассмотрим случай упреждающего противодействия противника. Если обозначить вероятность поражения цели противника некоторой боевой единицей через p, а вероятность того, что противник поразит эту боевую единицу до выполнения ею боевой задачи через $p_{пр}$, то безусловная вероятность поражения цели имеет вид

$$P = p\,(1 - p_{пр}),$$

так как $1 - p_{пр}$ — вероятность непоражения боевой единицы.

Таким образом, для учета упреждающего огневого противодействия противника необходимо показатель эффективности данной боевой единицы без учета противодействия умножить на вероятность непоражения противником этой боевой единицы. Если, например, ручной пулеметчик ведет огонь по атакующему стрелку противника, вероятность поражения стрелка очередью из пулемета $p = 0{,}4$, а вероятность поражения пулеметчика стрелком $p_{пр} = 0{,}2$, то безусловная вероятность выполнения пулеметчиком боевой задачи

$$P = p\,(1 - p_{пр}) = 0{,}4\,(1 - 0{,}2) = 0{,}32.$$

Если упреждающему огневому воздействию подвергается группа боевых единиц независимо друг от друга (например, имеется рассредоточенная группа стрелков), причем общая эффективность их стрельбы выражается зависимостью

$$K = 1 - \prod (1 - k_i), \qquad (4.4.1)$$

то эффективность выполнения боевой задачи с учетом упреждающего противодействия противника найдем по уравнению

$$K_0 = 1 - \prod_{i=0}^{n} [1 - (1 - p_i^*) k_i], \qquad (4.4.2)$$

где k_i — показатель (критерий) эффективности стрельбы одной i-й боевой единицы;

n — количество боевых единиц;

p_i^* — вероятность поражения противником i-й боевой единицы.

Пример. Отделение в составе девяти автоматчиков и одного пулеметчика атакует находящуюся в обороне группу противника. Вероятность того, что каждый автоматчик поразит обороняющегося стрелка $p_1 = p_2 = p_3 = \ldots = p_9 = 0{,}1$, а вероятность того, что его поразит пулеметчик $p_{10} = 0{,}2$. Огонь обороняющихся более эффективен: вероятность поражения наступающего автоматчика $\overline{p_1} = \overline{p_2} = \overline{p_3} = \ldots = \overline{p_9} = 0{,}2$, а наступающего пулеметчика $\overline{p_{10}} = 0{,}15$. Определить эффективность выполнения боевых задач наступающими и обороняющимися с учетом и без учета ответного огня.

Решение. Для вычисления вероятности выполнения боевой задачи без учета ответного огня применим формулу (4.4.1), а с учетом — выражение (4.4.2).

При ведении огня наступающими $p_i = k_i$, поэтому

$$K_{\text{нас}} = 1 - (1 - 0{,}1)^9 (1 - 0{,}2) = 0{,}690.$$

С учетом ответного огня обороны ($p_i^* = \overline{p_i}$) получим:

$$K_{0\,\text{нас}} = 1 - [1 - (1 - 0{,}2)\,0{,}1]^9 [1 - (1 - 0{,}15)\,0{,}2] = 0{,}608.$$

При ведении огня обороняющими $\overline{p_i} = K_i$ и, следовательно,

$$K_{\text{обор}} = 1 - (1 - 0{,}2)^9 (1 - 0{,}15) = 0{,}886,$$

с учетом ответного огня наступающих ($p_i^* = p_i$) получим

$$K_{0\,\text{обор}} = 1 - [1 - (1 - 0{,}1)\,0{,}2]^9 [1 - (1 - 0{,}2)\,0{,}15] = 0{,}852.$$

Для наступающих учет огня обороны понизил показатель эффективности на 12%, для обороняющихся эффективность при учете огня наступающих понизилась на 4%. Разница в уменьшении показателей объясняется тем, что огонь наступающих менее эффективен, чем обороняющихся.

Рассмотрим случай учета встречного огневого противодействия в ходе выполнения боевой задачи. Пусть, например, при ведении боевых действий двумя противоборствующими боевыми единицами (случай дуэльной стрельбы) имеют место последовательные удары, т. е. огневое воздействие одной боевой единицы на другую осуществляется последовательно: стрельба одной боевой единицы по другой, затем ответная стрельба, вторая стрельба первой боевой единицы — ответная стрельба и т. д. В этом случае

если сначала огонь открывает первая боевая единица, вероятность поражения второй боевой единицы при n выстрелах (очередях) определится по зависимости

$$\overline{K}_{(\text{п})} = K_1 \frac{1 - [(1 - K_1)(1 - K_{\text{пр}})]^n}{1 - (1 - K_1)(1 - K_{\text{пр}})},$$

где K_1 — условная вероятность поражения второй боевой единицы первой при одном выстреле (очереди);

$K_{\text{пр}}$ — условная вероятность поражения первой боевой единицы второй при одном выстреле (очереди).

Вероятность поражения первой боевой единицы при ответной стрельбе второй боевой единицы найдем по уравнению:

$$\overline{K}_{\text{пр (п)}} = K_{\text{пр}}(1 - K_1) \frac{1 - [(1 - K_1)(1 - K_{\text{пр}})]^n}{1 - (1 - K_1)(1 - K_{\text{пр}})}.$$

Эти формулы можно использовать только в случае независимости выстрелов (очередей).

Непосредственный учет огневого противодействия противника при оценке эффективности стрельбы боевых единиц, использующих образцы стрелкового оружия, является сложной задачей, поскольку при этом необходимо рассматривать различные варианты стрельбы, задаваться несколькими гипотезами о порядке открытия огня, учитывать комплекс условий его ведения (время, количество выстрелов, ошибки, сопровождающие стрельбу, и т. д.). Поэтому при исследованиях эффективности стрельбы из стрелкового оружия ответный огонь противника учитывается редко.

4.5. ПРИНЦИПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ

В практических исследованиях, связанных с оценкой эффективности стрельбы как отдельных образцов оружия, так и систем вооружения в целом, бывает необходимо учитывать весь комплекс решаемых боевых задач, а также условия боевого использования оружия. Эти условия нужно учитывать, например, при сравнении конкурирующих образцов оружия или систем вооружения в целом. Вероятности поражения отдельных целей не позволяют осуществить такую комплексную оценку, в связи с чем возникает необходимость моделирования боевых действий спешенных мотострелковых подразделений, вооруженных стрелковым оружием. Модель боя позволяет оценить не только технические качества оружия, но и влияние тактических основ ведения боевых действий на эффективность, а также учесть ответный огонь противника.

Математическая модель боя представляет собой систему (алгоритм) аналитических зависимостей и логических правил, которые с определенной степенью приближенности описывают боевые действия и условия боевого использования образцов

вооружения. Пользуясь этой системой, можно при заданном комплексе условий и заданных параметрах вычислить значение критерия, который бы характеризовал исход боя.

В зависимости от методов моделирования математические модели разделяют на аналитические, статистические и аналитико-статистические.

В аналитических моделях результаты моделирования (выбранные критерии) связаны с исходными параметрами различными аналитическими зависимостями. Чтобы описать ими боевые условия использования оружия, необходимо сделать ряд существенных допущений и упрощений, поскольку в бою имеют место значительное число случайных явлений, которые иногда невозможно записать в аналитической форме. Поэтому аналитические модели используются для того, чтобы выразить только сравнительно простые операции (боевые задачи), например, боевые действия дуэльного типа.

Статистические модели используются для описания различных операций крупного масштаба, в которых имеется большое количество случайных процессов. Сущность статистического моделирования состоит в том, что процесс боевых действий повторяется на вычислительной машине со всеми случайными факторами. В результате многократных повторений получаются необходимые критерии. Статистическая модель проста в математическом отношении, но включает большое число логических операций.

Аналитико-статистические модели представляют собой такие модели, в которых часть процесса боя моделируется статистическими, а часть — аналитическими методами. Модели этого типа наиболее часто используются для описания различных боевых действий.

Одинаковые задачи могут быть решены с использованием различных математических моделей. К выбору типа математической модели следует подходить исходя из конкретных условий задачи.

В зависимости от задач исследования, вида рассматриваемого оружия и ряда других факторов модели боевых действий могут значительно различаться друг от друга, однако в них имеются и общие составляющие (элементы модели боевых действий) в виде блоков рельефа местности, обнаружения целей, целераспределения, подготовки данных для стрельбы, блоков стрельбы, управления, обработки и выдачи результатов. В различных моделях боевых действий те или иные элементы могут учитываться косвенным образом или не учитываться, но при разработке алгоритма боевых действий их следует иметь в виду, чтобы избежать грубых допущений.

Разработка математической модели боевых действий включает следующие основные этапы:

— постановка задачи и описание целей исследования;

— составление формализованного описания исследуемого процесса боевых действий;

— разработка алгоритма модели;
— выбор критериев оценки результатов исследований;
— составление программы модели и реализация ее на ЭВМ;
— оценка точности результатов математического моделирования боевых действий.

Одним из наиболее трудных этапов является выбор критериев оценки результатов исследования. В моделях боевых действий в качестве таких критериев принимают численность противоборствующих сторон к моменту окончания боевых действий, время окончания этих действий, скорость уменьшения численности сторон в различные моменты боя.

Оценка точности полученных результатов моделирования — один из важных этапов разработки модели боевых действий. Для этой цели используют частичную проверку, экспериментальные учения и метод исторических аналогий. В практических исследованиях наиболее приемлема частичная проверка, которая заключается в том, что отдельные блоки модели сравниваются с реальными устройствами, при этом результаты моделирования считаются надежными, если основные блоки модели функционируют и связи между блоками определены правильно.

4.6. КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ СТРЕЛЬБЫ

Для оценки полноты решения задачи стрельбы необходимо иметь количественный показатель, который позволил бы выбрать наиболее эффективный способ выполнения боевой задачи в данных конкретных условиях и оценить степень приспособленности стрельбы к достижению желаемого результата, т. е. ее эффективность. Количественная характеристика эффективности стрельбы называется ее показателем или критерием.

В современной специальной литературе наряду с термином «эффективность» встречаются также термины «действительность стрельбы», «эффективность огня», «действительность огня», которые совпадают по смыслу и также характеризуют степень приспособленности стрельбы к достижению желаемого результата.

Оценка эффективности стрельбы — сложная задача, поскольку она должна отражать условия и принципы использования оружия при ведении боевых действий.

Основные этапы оценки эффективности стрельбы:
— определение задачи стрельбы и, исходя из нее, выбор критериев эффективности;
— оценка эффективности по выбранным критериям;
— анализ влияния на эффективность стрельбы различных конструктивных параметров оружия(с целью получения рекомендаций по совершенствованию его);
— анализ полученных результатов для разработки правил стрельбы и обоснования наиболее рациональных способов боевого применения оружия.

Основные критерии оценки эффективности автоматического оружия следующие.

В случае ведения стрельбы по одиночной цели:

— вероятность поражения цели;

— средний ожидаемый расход боеприпасов на выполнение боевой задачи (поражение цели с заданным уровнем надежности);

— среднее ожидаемое время на выполнение боевой задачи.

В случае ведения стрельбы по групповой цели:

— математическое ожидание числа (процента) пораженных целей за стрельбу;

— средний ожидаемый расход боеприпасов на выполнение боевой задачи (поражение не менее заданного числа целей с определенным уровнем надежности);

— среднее ожидаемое время на выполнение боевой задачи;

— вероятность поражения не менее заданного числа целей.

Пример 1. Определить, какими основными критериями эффективности стрельбы следует пользоваться в таких случаях:

1) автоматчик ведет огонь по гранатомету;

2) автоматчик ведет огонь по атакующему отделению противника;

3) пулемет огнем с рассеиванием пуль по фронту обстреливает наступающую цепь противника;

4) пулеметчик обстреливает цель, состоящую из пяти грудных фигур и пулемета, с переносом огня с мишени на мишень;

5) пулеметчик ведет огонь по безоткатному орудию противника.

Решение. В случаях 1 и 5 огонь ведется по одиночным целям, поэтому основным критерием эффективности стрельбы является вероятность поражения цели. В остальных случаях огонь ведется по групповым целям и основным критерием эффективности является математическое ожидание числа пораженных целей.

СТРЕЛЬБА ПО ОДИНОЧНЫМ ЦЕЛЯМ

При ведении стрельбы по одиночным целям основным критерием оценки эффективности является вероятность поражения цели, которую можно характеризовать как меру надежности стрельбы. Поскольку при стрельбе по одиночной живой цели для ее поражения достаточно одного попадания ($\omega = 1$), надежность стрельбы или вероятность поражения такой цели оценивается вероятностью хотя бы одного попадания в нее. Зависимости и способы определения вероятности поражения цели при стрельбе из автоматического оружия уже были изложены.

В практических исследованиях, кроме указанного основного критерия, часто используется производный критерий — средний ожидаемый расход боеприпасов на выполнение заданной боевой задачи (например, поражение одиночной цели с заданным уровнем надежности стрельбы), который характеризует главным образом экономичность стрельбы.

Средний ожидаемый расход боеприпасов может вычисляться как гарантирующий заданную вероятность поражения или поражение цели в среднем.

В первом случае расход боеприпасов означает, что если производится достаточно большое число стрельб K, то при KR стрельб (R — гарантийная вероятность поражения) цель будет поражена N выстрелами в каждой стрельбе. Если вероятность поражения не изменяется в процессе стрельбы, а выстрелы независимы, то на основании формулы (4.2.4) получим

$$N = \frac{\lg(1-R)}{\lg(1-p_1)}, \tag{4.6.1}$$

где N — средний расход боеприпасов;

p_1 — вероятность поражения одним выстрелом.

Если стрельба ведется s независимыми очередями в n выстрелов каждая, а вероятность поражения одной очередью W_n, то справедливы выражения:

$$\left.\begin{aligned} s &= \frac{\lg(1-R)}{\lg(1-W_n)}; \\ N &= \frac{\lg(1-R)}{\lg(1-W_n)}\, n. \end{aligned}\right\} \tag{4.6.2}$$

В практических расчетах дробное значение величины N обычно округляют в большую сторону до целого.

Для удобства расчетов по формулам (4.6.1) и (4.6.2) составлена таблица функции $\bar{K} = \frac{\lg(1-R)}{\lg(1-p)}$ (см. табл. 1 приложения 5). При пользовании этой таблицей принимают:

в случае стрельбы одной очередью

$$N = \bar{K}(R, p_1);$$

в случае стрельбы несколькими очередями

$$N = \bar{K}(R, W_n)\, n.$$

Если выстрелы зависимы, то средний расход боеприпасов подсчитывают так:

— задаваясь последовательными значениями длин очередей n_1, n_2, n_3,..., n_k, вычисляют одним из приведенных способов вероятности поражения W_1, W_2,..., W_k, отвечающие этим очередям;

— если одна из этих вероятностей $W_i = R$, то $N = n_i$;

— если $W_i \neq R$, то отыскивают такие две вероятности, чтобы $W_i < R < W_{i+1}$, откуда следует, что $n_i < N < n_{i+1}$;

— интерполированием между этими значениями по R находят такое N, при котором $W_N = R$.

Аналогично поступают и при стрельбе зависимыми очередями с той лишь разницей, что находят число очередей s, необходимое для гарантированного поражения с вероятностью R, а средний расход боеприпасов вычисляют по выражению $N = sn$, где n — длина очереди.

Кроме того, при зависимых выстрелах можно использовать (в схеме двух групп ошибок) приближенное уравнение

$$N = \frac{\lg\left[1 - \left(p_1 + \frac{R - p_1}{\sqrt{1 - r^2}}\right)\right]}{\lg(1 - p_1)},$$

которое обеспечивает тем большую точность, чем более полно выполняется неравенство

$$R < p_1 + (1 - p_1)\sqrt{1 - r^2}.$$

Во втором случае — при вычислении ожидаемого расхода боеприпасов, гарантирующего поражение цели в среднем,* исходят из равенства единице математического ожидания числа пораженных целей:

$$M = \overline{N} p_1 = 1, \tag{4.6.3}$$

где $\overline{N}$ — средний расход боеприпасов;

p_1 — вероятность поражения одним выстрелом.

Это положение справедливо как для независимых, так и для зависимых выстрелов.

Из формулы (4.6.3) следует, что для стрельбы одиночными выстрелами или одной очередью, при наблюдении результатов после каждого выстрела, можно написать

$$\overline{N} = \frac{1}{p_1}. \tag{4.6.4}$$

В случае стрельбы несколькими очередями, если результат наблюдается после каждой очереди, средний расход патронов на поражение цели

$$\overline{N} = \frac{n}{W_n}, \tag{4.6.5}$$

где W_n — вероятность поражения цели очередью длиной в n выстрелов.

---

* Это означает, что если произвести достаточно большое число стрельб K, при которых поражение будет достигнуто в случае израсходования $N_1, N_2, N_3, \ldots, N_k$ боеприпасов соответственно, то

$$\overline{N} = \frac{\sum_{i=1}^{K} N_i}{K}.$$

В случае, когда результат стрельбы проверяется только по истечении всего времени, отведенного на нее (или после числа выстрелов, которые могут быть произведены за отведенное на стрельбу время), средний расход боеприпасов определяется по зависимости

$$\overline{N} = \frac{n(t)}{W(t)},$$

где $n(t)$ — число выстрелов, которое может быть произведено за отведенное на стрельбу время t;

$W(t)$ — вероятность поражения цели за время стрельбы.

При вычислениях среднего ожидаемого расхода боеприпасов обычно подразумевается, что гарантийная вероятность поражения цели или гарантийное МО процента пораженных целей заданы. Согласно принятым нормативам при огне на уничтожение цели $R=0{,}8$ или $M=80\%$. В этом случае можно считать, что цель полностью теряет свою боеспособность и ее можно полагать уничтоженной. При огне на подавление цели $R=0{,}5$ или $M=50\%$. При таком виде огня полагается, что цель временно теряет боеспособность, ограничивается или воспрещается ее маневр и нарушается управление (если цель групповая).

В некоторых трудах рассматривается еще один вид огня — беспокоящий, при котором $R=0{,}3 \div 0{,}2$. В разнообразных реальных боевых условиях возможны и другие значения гарантийной вероятности. Поэтому во всех случаях, когда рассматривается средний ожидаемый расход боеприпасов, следует оговаривать величину гарантийной вероятности поражения цели, по которой он вычислялся.

Среднее ожидаемое время на выполнение боевой задачи T складывается из времени на подготовку стрельбы и времени на ее производство. В качестве критерия эффективности принимают обычно расчетную величину этого времени

$$T = t_{пц} + \left[t_{нав} + (n-1)\frac{60}{N_c} + t_{зар}\frac{n}{E} + t_{уз} n q_з\right] s, \qquad (4.6.6)$$

где $t_{пц}$ — время поиска цели, с;

$t_{нав}$ — время наводки оружия в цель, с;

N_c — темп стрельбы, выстр/мин;

$t_{зар}$ — среднее время заряжания (перезаряжания), с;

E — емкость (число патронов) магазина или ленты;

$t_{уз}$ — среднее время устранения задержки, с;

$q_з$ — вероятность появления задержки в работе оружия;

s — число очередей, которое может быть дробным, если $\frac{\overline{N}}{n} = s$ — не целое число.

Все члены этого выражения, стоящие в квадратных скобках, зависят от конструктивных параметров оружия или от решаемой боевой задачи. Время поиска цели $t_{пц}$ не зависит от оружия и определяется тренированностью стрелка, условиями видимости, рельефом местности и т. д. Поэтому при оценке (особенно сравнительной) эффективности стрельбы это время принимают равным нулю.

Время наводки $t_{нав}$ зависит от конструктивных особенностей оружия (обеспечивающих быстроту и удобство обращения с прицельными приспособлениями), его массы, степени обученности стрелка и от некоторых внешних условий. Оно включает времена на установку прицела, прикладку и прицеливание. Для индивидуального (ручного) стрелкового оружия время наводки составляет обычно 2—3 с, для ручных пулеметов (на сошках) $t_{нав} = 2 \div 5$ с, для станковых пулеметов (при закреплении механизмов наводки) $t_{нав} = 10 \div 20$ с.

Время заряжания $t_{зар}$ зависит от тех конструктивных свойств автоматического оружия, которые обеспечивают быстроту смены магазина или ленты, от степени обученности стрелка, положения для стрельбы, от внешних условий (например, климатических). Для оружия с магазинным питанием это время составляет обычно 3—5 с, для оружия с ленточным питанием $t_{зар} = 5 \div 8$ с.

Пример 2. Снайпер ведет огонь из самозарядной снайперской винтовки по грудной фигуре на дальность 800 м. Вероятность попадания при одном выстреле $p_1 = 0{,}35$. Сколько надо сделать выстрелов, чтобы вероятность поражения была не менее 0,8? Каков средний расход патронов на поражение цели?

Решение. Так как стрельба производится одиночными выстрелами, то можно применить формулу (4.6.1). По табл. 1 приложения 5 при $p = 0{,}35$ и $R = 0{,}8$ находим $N = 3{,}74 \approx 4$ выстрелам.

По соотношению (4.6.4) определяем средний расход патронов

$$N = \frac{1}{0{,}35} = 2{,}9 \approx 3.$$

Пример 3. Стрельба производится на дальность 400 м из пулемета ПК по бегущей фигуре. Вероятность поражения очередью в 6 выстрелов $W_6 = 0{,}63$ (см. пример 5 параграфа 4.2). Определить: расход патронов и среднее необходимое время для поражения цели с вероятностью не менее 0,85; средний расход патронов и среднее необходимое время для поражения.

Решение. Используя формулы (4.3.4) и данные решения упомянутого примера 5, вычисляем коэффициенты корреляции между очередями:

$$r_{s,y} = \frac{0{,}19^2}{0{,}163} = 0{,}22; \qquad r_{s,z} = \frac{0{,}17^2}{0{,}247} = 0{,}12; \qquad r_s = 0{,}18.$$

Так как коэффициент корреляции менее 0,3, очереди можно практически считать независимыми и применить уравнения (4.6.2). По табл. 1 приложения 5 при $p = W_6 = 0{,}63$ и $R = 0{,}85$, интерполируя, найдем:

$$s = \overline{K} = 1{;}91 \approx 2; \qquad N = sn = 2 \cdot 6 = 12.$$

Для расчета временных показателей эффективности примем: $t_{нав}=4$с; $n=6$; $N_c=600$; $t_{зар}=6$с; $E=100$; $t_{уз}=10$с; $q_з=0{,}002$. По зависимости (4.6.6) получим, что для поражения цели с вероятностью не менее 0,85 необходимо в среднем время

$$T=\left[4+(6-1)\frac{60}{600}+6\frac{6}{100}+10\cdot 6\cdot 0{,}002\right]2=(4{,}0+0{,}50+0{,}36+$$
$$+0{,}12)\,2=4{,}98\cdot 2=10{,}0\text{ с.}$$

Средний расход патронов вычислим по соотношению (4.6.5):

$$\overline{N}=\frac{6}{0{,}63}=9{,}5\approx 10.$$

Среднее число очередей составит величину

$$\overline{s}=\frac{\overline{N}}{n}=\frac{10}{6}=1{,}67,$$

а среднее время на поражение цели

$$\overline{T}=4{,}98\cdot 1{,}67=8{,}3\text{ с.}$$

Как видно, $N>\overline{N}$ и $T>\overline{T}$, т. е. на поражение цели с высокой гарантийной вероятностью 0,85 необходимо больше боеприпасов и времени, чем на поражение ее в среднем. Если провести достаточно большое число стрельб с $N=12$ и $T=10$с, то в 85% из них цель будет поражена. Если провести достаточно большое число стрельб, не ограничивая расход патронов, но прекращая огонь после поражения цели, то в среднем будет на одну стрельбу израсходовано $\overline{N}=10$ выстрелов и время $\overline{T}=8{,}3$ с. В последнем случае, однако, в отдельных стрельбах цель будет поражена одной очередью, а в других случаях потребуются две, три и больше очередей.

Пример 4. Предполагается стрельба из пулемета ПКБ на дальность 600 м по поясной фигуре (мишень № 7) в условиях, заданных в примере 6 параграфа 1.2. Определить длину очереди, которая обеспечила бы вероятность поражения не менее 0,5.

Решение. Из решения упомянутого примера 6 имеем $\overline{r}=0{,}87$ и $p_1=0{,}07$. Вычисление вероятности поражения произведем по способу М. С. Шерешевского. Расчетная формула для вычисления при независимых выстрелах имеет вид:

$$R=1-(1-p_1)^n=1-0{,}93^n,$$

для функционально зависимых $Q=p_1=0{,}07$.

Расчет вероятности произведем по уравнению (4.2.17), а значение величины λ определим по табл. 5 приложения 4.

Результаты расчетов (табл. 11) показывают, что вероятность 0,5 практически соответствует очереди длиной $n=30$, поэтому $N=30$. Если использовать формулу (4.6.4), получим $N=41$, т. е. допустим грубую ошибку. Поэтому применять эту формулу рекомендуется только при малых значениях коэффициента корреляции.

Пример 5. Вероятность поражения цели при стрельбе из автомата очередью в 5 выстрелов $W_5=0{,}185$ (см. пример 2 параграфа 4.3). Определить: расход патронов и среднее необходимое время для поражения цели с вероятностью не менее 0,5; средний расход патронов и среднее необходимое время для поражения.

Таблица 11

Порядок и результаты вычисления вероятности поражения

Расчетные величины	Число выстрелов n			
	20	25	30	35
$M=0{,}07\ n$	1,40	1,75	2,10	2,45
$\lambda=f(M, \overline{r}=0{,}87)$	0,464	0,474	0,475	0,471
R	0,766	0,837	0,887	0,921
$(R-p_1)$	0,696	0,767	0,817	0,851
$(R-p_1)\ \lambda$	0,323	0,363	0,388	0,400
$W_n = R-(R-p_1)\lambda$	0,443	0,474	0,499	0,521

Решение. По данным, полученным при решении упомянутого примера 7, определим меру зависимости между очередями — коэффициенты корреляции, следуя правилу подсчета вероятности поражения при стрельбе несколькими очередями:

$$r_{s,y} = \frac{E_{цy}^2}{E_{y1}E_y} = \frac{0{,}63^2}{0{,}83\cdot 0{,}89} = 0{,}54;$$

$$r_{s,z} = \frac{E_{wz}^2}{E_{z1}E_z} = \frac{0{,}48^2}{0{,}72\cdot 0{,}89} = 0{,}36;$$

$$r_s = \sqrt{\frac{0{,}54^2+0{,}36^2}{2}} = 0{,}46.$$

Заменяя очередь одним эквивалентным выстрелом с вероятностью поражения $p_1=W_5=0{,}185$ и коэффициентом $r_s=0{,}46$, по табл. 2 приложения 4 находим для $n=s=3$ $W_{5,3}=0{,}447$; для $s=4$ $W_{5,4}=0{,}538$. Интерполируя на $W_{5,n}=0{,}5$ получим $s=3{,}6$ и $N=3{,}6\cdot 5=18$.

Для вычисления временных характеристик примем: $t_{нав}=3$с; $n=5$, $N_c=600$; $t_{зар}=4$с; $E=30$; $t_{уз}=5$с; $q_з=0{,}002$.

По формуле (4.6.6) подсчитаем среднее необходимое время для поражения цели с вероятностью не менее 0,5:

$$T = \left[3+(5-1)\frac{60}{600}+4\,\frac{5}{30}+5\cdot 5\cdot 0{,}002\right]3{,}6 =$$

$$= (3+0{,}4+0{,}67+0{,}05)\,3{,}6 = 4{,}12\cdot 3{,}6 = 14{,}8\ \text{с}.$$

Средний расход патронов определим по соотношению (4.6.5)

$$\overline{N} = \frac{5}{0,185} = 27.$$

Среднее время на поражение цели

$$T = 4,12\,\frac{27}{5} \approx 22 \text{ с.}$$

Здесь $\overline{N} > N$ и $\overline{T} > T$, что объясняется относительно низким уровнем гарантийной вероятности поражения.

Как показывают расчеты, гарантийная вероятность поражения цели при израсходовании количества патронов, вычисленного по формуле (4.6.7), составляет обычно 0,6—0,8.

СТРЕЛЬБА ПО ГРУППОВОЙ ЦЕЛИ

Обстрел групповых целей может производиться двумя способами — с переносом огня с одной цели на другую и с рассеиванием пуль по фронту (в глубину) цели. Первый, наиболее распространенный вид огня применяется в тех случаях, когда стреляющий имеет достаточно времени для ведения огня, что определяется дальностью стрельбы, видимостью цели и другими внешними условиями. О стрельбе с рассеиванием пуль по фронту было сказано ранее.

Основным критерием эффективности стрельбы по групповой цели является математическое ожидание (среднее значение) числа пораженных элементарных целей* или МО относительного числа (процента) пораженных элементарных целей.

Если групповая цель состоит из m элементарных целей, то математическое ожидание числа пораженных элементарных целей

$$M = W_1 + W_2 + W_3 + \ldots + W_m = \sum_{i=1}^{m} W_i, \qquad (4.6.7)$$

где W_i — вероятность поражения i-й элементарной цели.

Если все элементарные цели одинаковы и вероятности поражения их равны, то имеем

$$M = mW. \qquad (4.6.8)$$

В этих формулах подразумевается, что огневому воздействию подвергаются все элементарные цели, составляющие групповую

* Считается, что групповая цель состоит из конечного числа одиночных элементарных целей.

цель. Очевидно, если обстрелу подвергаются не все цели, а лишь m_1 целей ($m_1 < m$), то суммирование в уравнении (4.6.7) надо производить по m_1, а в выражении (4.6.8) заменить m на m_1.

Если на поражение одной элементарной цели с вероятностью W расходуется N_1 боеприпасов, то общий расход их составит

$$N = mN_1 \tag{4.6.9}$$

Аналогично находится и среднее ожидаемое время на выполнение боевой задачи

$$T = mT_1, \tag{4.6.10}$$

где T_1 — время, необходимое для поражения одной элементарной цели.

Для определения значений N_1 и T_1 используются ранее выведенные формулы.

Пример 6. Из пулемета ПК обстреливается наступающий взвод противника, представленный 12 бегущими фигурами. Вероятность поражения одной очередью в 6 выстрелов элементарной цели — бегущей фигуры $W_6 = 0{,}63$ (см. пример 5 параграфа 4.2 и пример 3 параграфа 4.6). Стрельба ведется с переносом огня с одной цели на другую. Определить: математическое ожидание (абсолютное и относительное) числа пораженных целей, средний необходимый расход боеприпасов и среднее необходимое время на стрельбу.

Решение. Применяя выражение (4.6.8), получим

$$M = 12 \cdot 0{,}63 = 7{,}6.$$

Математическое ожидание относительного числа пораженных целей

$$M' = \frac{M}{m} = W,$$

откуда

$$M' = W_6 = 0{,}63.$$

Из решения примера 3 следует, что $\overline{N} = 9{,}5$; $\overline{T} = 8{,}3$ с.

По формулам (4.6.9) и (4.6.10) имеем: $\overline{N} = 12 \cdot 9{,}5 = 114$; $\overline{T} = 12 \times 8{,}3 = 100$ с.

При стрельбе с рассеиванием пуль по фронту математическое ожидание относительного числа пораженных целей вычисляется по зависимости (4.3.9). Математическое ожидание числа пораженных целей поэтому принимает вид

$$M = mp = m\left(1 - e^{-\frac{2\overline{b}\,p_y N}{B + 3E_{cz}}}\right).$$

Необходимое количество боеприпасов для поражения не менее чем $R = p$ целей можно определить из этой формулы:

$$N = \frac{B + 3E_{cz}}{2\overline{b}\,p_y} \ln \frac{1}{1 - p}.$$

Обозначив $k=\ln\frac{1}{1-p}$ (табл. 12), получим

$$N = k\,\frac{B+3E_{cz}}{2\overline{b}\,p_y}\,. \qquad (4.6.11)$$

Таблица 12

Значения коэффициента k

p	k	p	k	p	k
0,1	0,105	0,55	0,798	0,80	1,609
0,2	0,223	0,60	0,916	0,85	1,897
0,3	0,357	0,65	1,050	0,90	2,303
0,4	0,511	0,70	1,204	0,95	2,996
0,5	0,693	0,75	1,386	0,98	3,912

Время, необходимое для ведения огня с рассеиванием пуль по фронту, также можно вычислить с помощью уравнения (4.6.6.). При этом надо учитывать, что длина очереди непрерывного огня практически ограничена, так как при очень длинных очередях средняя траектория «сползает» и необходимо исправить наводку оружия.

Пример 7. Вычислить количество патронов и время на стрельбу, необходимые для уничтожения (поражения не менее 80% элементарных целей) и подавления (поражения не менее 50% элементарных целей) наступающей пехоты противника (бегущие фигуры, мишень № 8) при стрельбе с рассеиванием пуль по фронту шириной 30 м на дальности 300 м из пулемета ПКС. Условия стрельбы следующие: $B_{в}=0{,}21$ м; $B_{в\ стп}=0{,}13$ м; $B_{б\ стп}=0{,}10$ м; $E_{цу}=0{,}09$ м; $E_{wz}=0{,}09$ м; $E_{ну}=E_{нz}=0{,}6$ м. Стрельба ведется очередями длиной 45—55 выстрелов.

Решение. По табл. 4 приложения 3 находим для мишени № 8: $2\overline{a}=1{,}40$ м, $2\overline{b}=0{,}46$ м.

По формулам (3.5.17) и (3.5.18) подсчитываем срединные ошибки:

$$E_y^2 = 0{,}09^2 + 0{,}60^2 + 0{,}13^2 + 0{,}21^2 = 0{,}429\ \text{м}^2; \qquad E_y = 0{,}65\ \text{м};$$

$$E_{cz}^2 = 0{,}09^2 + 0{,}60^2 + 0{,}10^2 = 0{,}378\ \text{м}^2; \qquad E_{cz} = 0{,}61\ \text{м}.$$

Вероятность попадания в бесконечную полосу высотой $2\bar{a}$ вычисляем, используя выражение (4.3.6):

$$p_y = \hat{\Phi}\left(\frac{1{,}40}{2 \cdot 0{,}65}\right) = \hat{\Phi}\,(1{,}08) = 0{,}534.$$

По табл. 12 находим для $p=0{,}5$ $k=0{,}693$ и для $p=0{,}8$ $k=1{,}609$. Применив соотношение (4.6.11), получим следующие величины необходимого количества патронов:

для $p=0{,}5$ (подавление)

$$N = 0{,}693\,\frac{30 + 3\ 0{,}61}{0{,}46 \cdot 0{,}534} \approx 90;$$

для $p=0{,}8$ (уничтожение)

$$N = 1{,}609\,\frac{30 + 3\ 0{,}61}{0{,}46 \cdot 0{,}534} \approx 210.$$

Для вычисления временных характеристик примем: $t_{нав}=5$ с; $N_c=600$; $t_{зар}=6$ с; $E=250$; $t_{уз}=10$ с; $q_з=0{,}002$. Будем полагать, что стрельба ведется длинными очередями: на подавление 2 очереди по 45 выстрелов, на уничтожение — 4 очереди по 52—53 выстрела. На это потребуется время:

при стрельбе на подавление

$$T = \left[5 + (45-1)\frac{60}{600} + 6\,\frac{45}{250} + 10 \cdot 45 \cdot 0{,}002\right] 2 \approx 23 \text{ с}.$$

при стрельбе на уничтожение

$$T = \left[5 + (53-1)\frac{60}{600} + 6\,\frac{53}{250} + 10 \cdot 53 \cdot 0{,}002\right] 4 \approx 100 \text{ с}.$$

При решении различных задач, связанных со стрельбой по групповой цели, часто возникает необходимость вычислить вероятность поражения в ней не менее заданного числа элементарных целей.

Если вероятности поражения всех элементарных целей одинаковы и равны W, то распределение вероятностей поражения k целей из m обстрелянных подчиняется биномиальному закону:

$$P_{k,m} = C_m^k W^k (1 - W)^{m-k}.$$

Если вероятности поражения элементарных целей не одинаковы, то вероятность поражения k целей из m обстрелянных находится как коэффициент при величине z^k в разложении по степеням производящей функции:

$$\varphi_m(z) = \prod_{i=1}^{m} (Q_i + W_i z), \qquad (4.6.12)$$

где

$$Q_i = 1 - W_i;$$

W_i — вероятность поражения i-й цели.

Вероятность поражения не менее k целей из m обстрелянных может быть найдена по одной из двух зависимостей:

$$\left.\begin{aligned} W_{k,m} &= \sum_{j=k}^{m} p_{y,m}; \\ W_{k,m} &= 1 - \sum_{j=1}^{k-1} p_{j,m}. \end{aligned}\right\} \qquad (4.6.13)$$

Первым уравнением удобнее пользоваться, когда $k \geqslant \frac{m}{2}$, а вторым, когда $k \leqslant \frac{m}{2}$. При большом числе целей расчет по этим формулам становится весьма громоздким.

Пример 8. В условиях примера 6 найти вероятности поражения не менее 50 и 75% целей.

Решение. Групповая цель состоит из 12 бегущих фигур (m), вероятность поражения каждой из которых $W=0{,}63$. 50% элементарных целей составляет 6 фигур, т. е. $k_1=6$; 75% целей — $k_2=9$.

Применяя формулу (4.6.18), вычисляем:

$$P_{6,12} = C_{12}^{6}\,0{,}63^6 \cdot 0{,}37^6 = 0{,}148; \qquad P_{7,12} = C_{12}^{7}\,0{,}63^7 \cdot 0{,}37^5 = 0{,}216;$$

$$P_{8,12} = C_{12}^{8}\,0{,}63^8 \cdot 0{,}37^4 = 0{,}23; \qquad P_{9,12} = C_{12}^{9}\,0{,}63^9 \cdot 0{,}37^3 = 0{,}174;$$

$$P_{10,12} = C_{12}^{10}\,0.63^{10} \cdot 0{,}37^2 = 0{,}089; \qquad P_{11,12} = C_{12}^{11}\,0{,}63^{11} \cdot 0{,}37 = 0{,}028;$$

$$P_{12,12} = C_{12}^{12}\,0{,}63^{12} = 0{,}004.$$

Вероятности поражения не менее заданных 6 и 9 целей найдем по первому уравнению (4.6.13):

$$W_{6,12} = (0{,}148 + 0{,}216 + 0{,}230 + 0{,}174 + 0{,}089 + 0{,}028 + 0{,}004) = 0{,}889;$$

$$W_{9,12} = (0{,}174 + 0{,}089 + 0{,}028 + 0{,}004) = 0{,}295.$$

Пример 9. Огневая группа противника, подвергающаяся обстрелу, состоит из четырех элементарных целей: реактивного противотанкового ружья, пулемета и двух поясных фигур. Вероятности поражения их соответственно: $W_1=0{,}2$; $W_2=0{,}08$ и $W_3=W_4=0{,}11$. Определить вероятности поражения при обстреле не менее одной, двух, трех элементарных целей и всей огневой группы противника.

Решение. По формуле (4.6.12) составляем производящую функцию

$$\varphi_4(z) = (0{,}8 + 0{,}2z)(0{,}92 + 0{,}08z)(0{,}89 + 0{,}11z)^2.$$

Раскрыв скобки в правой части этого выражения и выполнив необходимые вы числения, получим

$$\varphi_4(z) = 0{,}5830 + 0{,}3406z + 0{,}0702z^2 + 0{,}0060z^3 + 0{,}0002z^4.$$

Отсюда находим значения следующих вероятностей:

— непоражения цели $P_{0,4}=0{,}5830$;

— поражения одной элементарной цели $P_{1,4}=0{,}3406$;

— поражения двух элементарных целей $P_{2,4}=0{,}0702$;

— поражения трех элементарных целей $P_{3,4}=0{,}0060$;

— поражения четырех элементарных целей, т. е. всей огневой группы $P_{4,4}=0{,}0002$.

Искомые вероятности поражения:

не менее одной цели

$$W_{1,4} = 1 - 0{,}583 = 0{,}417;$$

не менее двух целей

$$W_{2,4} = 1 - 0{,}5830 - 0{,}3406 = 0{,}0764$$

$$(\text{или } W_{2,4} = 0{,}0702 + 0{,}0060 + 0{,}0002 = 0{,}0764);$$

не менее трех целей

$$W_{3,4} = 0{,}0060 + 0{,}0002 = 0{,}0062;$$

всей огневой группы $W_{4,4}=0{,}0002$.

СТРЕЛЬБА С КОРРЕКТИРОВКОЙ ОГНЯ

Стрельба с корректировкой огня может осуществляться по наблюдениям за местом падения пуль (снарядов), за трассами и т. д. Сущность процесса корректировки заключается в том, что на основе наблюдаемого отклонения примерного положения средней траектории от цели вносятся поправки в установки прицела или изменяется точка прицеливания. В результате корректировки огня вероятность поражения цели каждой последующей очередью (или выстрелом, если огонь одиночный) больше, чем предыдущей.

Могут быть и другие случаи, когда вероятность поражения цели изменяется от очереди к очереди, например возрастает, когда цель движется на стреляющего, или убывает, когда цель движется от стреляющего либо уходит от центра группирования. Поэтому в общем случае целесообразно рассмотреть стрельбу, при которой вероятность поражения цели изменяется от очереди к очереди (от выстрела к выстрелу).

Пусть по цели производится s очередей, вероятности поражения которыми W_1, W_2, W_3,..., W_s. Если очереди независимы, то вероятность поражения очередями будет составлять величину

$$W = 1 - (1 - W_1)(1 - W_2)(1 - W_3)\ldots(1 - W_s), \qquad (4.6.14)$$

аналогичную вероятности поражения независимыми выстрелами по формуле (4.2.2).

Для определения среднего расхода патронов (или очередей) предположим, что проводится достаточно большое число стрельб L, каждая из которых состоит из s очередей различной длины n_1, n_2, n_3,..., n_s. Тогда можно считать, что после первых очередей цель будет поражена в LW_1 стрельбах при расходе боеприпасов L_{n1}. В $L-LW_1=L(1-W_1)=LQ_1$ стрельбах цель не будет поражена и потребуется проведение вторых очередей. После вторых очередей цель будет поражена в LQ_1W_2 стрельбах, а в $LQ_1-LQ_1W_2=LQ_1(1-W_2)=LQ_1Q_2$ стрельбах цель не будет поражена. При этом расход боеприпасов на вторые очереди составит величину LQ_1n_2.

После третьих очередей, которые будут проведены в LQ_1Q_2 стрельбах, цель будет поражена в $LQ_1Q_2W_3$ стрельбах; в $LQ_1Q_2-LQ_1Q_2W_3=LQ_1Q_2(1-W_3)=LQ_1Q_2Q_3$ стрельбах будет непоражена. Расход боеприпасов на третьи очереди составит величину $LQ_1Q_2n_3$. Аналогично в i-й стрельбе расход боеприпасов составит $LQ_1Q_2\ldots Q_{i-1}n_i$, а после производства s очередей примет значение

$$N' = Ln_1 + LQ_1n_2 + LQ_1Q_2n_3 + \ldots + LQ_1Q_2\ldots Q_{s-1}n_s.$$

На одну стрельбу расход боеприпасов в среднем составит

$$N = \frac{N'}{L} = n_1 + Q_1n_2 + Q_1Q_2n_3 + \ldots + Q_1Q_2Q_3\ldots Q_{i-1}n_i + \\ + Q_1Q_2Q_3\ldots Q_{s-1}n_s. \qquad (4.6.15)$$

Если длины всех очередей одинаковы и равны n, то получим

$$N = n(1 + Q_1 + Q_1Q_2 + Q_1Q_2Q_3 + \ldots + Q_1Q_2Q_3\ldots Q_{s-1}).$$

В эти формулы не входит вероятность поражения (или непоражения) последней очередью. Это объясняется тем, что стрельба ведется заранее заданным количеством очередей и, независимо от исхода ее, прекращается после s очередей.

Может быть случай, когда после s очередей стрельба не прекращается, а ведется без изменения вероятности поражения и длины очереди до поражения цели. В этом случае средний расход боеприпасов

$$N = n_1 + Q_1n_2 + Q_1Q_2n_2 + \ldots + Q_1Q_2Q_3\ldots Q_{s-2}n_{s-1} + \frac{Q_1Q_2Q_3\ldots Q_{s-1}}{W_s}n_s, \qquad (4.6.16)$$

а при равенстве длин очередей

$$N = n\left(1 + Q_1 + Q_1Q_2 + \ldots + Q_1Q_2Q_3\ldots Q_{s-2} + \frac{Q_1Q_2Q_3\ldots Q_{s-1}}{W_s}\right). \qquad (4.6.17)$$

При этом в формулы входит вероятность поражения W_s, поскольку стрельба не прекращается после s очередей, а производится до поражения цели с постоянными показателями длины и вероятности.

Пример 10. Производится стрельба пятью очередями с корректировкой огня, в результате которой вероятность поражения каждой последующей очередью больше, чем предыдущей. Определить вероятность поражения и средний расход патронов на стрельбу при следующих характеристиках очередей: $n_1=5$; $n_2=5$; $n_3=6$; $n_4=7$; $n_5=8$; $W_1=0{,}10$; $W_2=0{,}12$; $W_3=0{,}16$; $W_4=0{,}20$; $W_5=0{,}22$.

Решение. Находим вероятности непоражения:

$$Q_1 = 0{,}90; \qquad Q_2 = 0{,}88; \qquad Q_3 = 0{,}84; \qquad Q_4 = 0{,}80; \qquad Q_5 = 0{,}78.$$

Вероятность поражения вычислим по формуле (4.6.14):

$$W = 1 - 0{,}90 \cdot 0{,}88 \cdot 0{,}84 \cdot 0{,}80 \cdot 0{,}78 = 1 - 0{,}415 = 0{,}585.$$

Среднее необходимое число патронов найдем по уравнению (4.6.15):

$$N = 5 + 0{,}90 \cdot 5 + 0{,}90 \cdot 0{,}88 \cdot 6 + 0{,}90 \cdot 0{,}88 \cdot 0{,}84 \cdot 7 + 0{,}90 \cdot 0{,}88 \cdot 0{,}84 \times \\ \times 0{,}8 \cdot 8 = 23{,}2.$$

Как видно, в среднем стрельба заканчивается после четырех очередей, так как $n_1+n_2+n_3+n_4=23$.

Пример 11. В условиях предыдущего примера стрельба после пятой очереди не прекращается, а ведется до поражения цели. При этом длина очереди и вероятность поражения всех очередей после четвертой одинаковы. Определить среднее необходимое число боеприпасов и вероятность поражения цели.

Решение. Для пятой и последующих очередей по условию задачи $n=8$, $W=0{,}22$. Применяя выражение (4.6.17), получим:

$$N = 5 + 0{,}90 \cdot 5 + 0{,}90 \cdot 0{,}88 \cdot 6 + 0{,}90 \cdot 0{,}88 \cdot 0{,}84 \cdot 7 + \\ + \frac{0{,}90 \cdot 0{,}88 \cdot 0{,}84 \cdot 0{,}8 \cdot 8}{0{,}22} = 38{,}3 \approx 39.$$

Для вычисления вероятности поражения этим числом выстрелов представим его как сумму длин очередей в соответствии с выбранным режимом стрельбы $39=5+5+6+7+8+8$. Поэтому вероятность поражения

$$W = 1 - 0{,}90 \cdot 0{,}88 \cdot 0{,}84 \cdot 0{,}80 \cdot 0{,}78^2 = 1 - 0{,}324 = 0{,}676.$$

Если вычисленное значение N не равно целому числу очередей заданной длины, последнюю очередь можно укоротить, а вероятность поражения этой очередью приближенно определить интерполированием.

4.7. СТРЕЛЬБА ПОДРАЗДЕЛЕНИЕМ

(основы целераспределения)

Рассмотрим стрельбу подразделения, состоящего из C стрелков с однотипными образцами оружия. Пусть перед этим подразделением появилось $Ц$ целей, вероятность поражения каждой из которых одним образцом вооружения за стрельбу равна W. Требуется найти математическое ожидание числа пораженных целей.

Принципиально могут быть два случая: $Ц \geqslant C$ (изобилие целей) и $Ц < C$ (недостаток целей). Первый случай соответствует оборонительному бою, когда число обороняющихся (стрелков), как правило, меньше, чем наступающих (целей). Второй случай отвечает наступательному бою, который ведут наступающие (стрелки) против обороняющихся (целей). В каждом из этих случаев распределение целей по стрелкам может быть различным: полностью организованным, частично организованным или неорганизованным.

Полностью организованное целераспределение предполагает, что на каждую цель назначается один или несколько стрелков так, чтобы число необстрелянных целей было наименьшим, если $Ц > C$, или их не было бы совсем и распределение было наиболее равномерным, если $Ц < C$. Этот вид целераспределения подразумевает надежное управление стрельбой подразделения и правильное выполнение стрелками указаний командиров.

Неорганизованное целераспределение имеет место тогда, когда каждый стрелок выбирает себе цель (выбор каждой цели каждым стрелком равновероятен). При этом возможно, что часть целей окажется необстреляной, тогда как по другим целям сосредоточат огонь несколько стрелков.

Частично организованное целераспределение занимает промежуточное положение между двумя указанными видами и подразумевает, что управление стрельбой имеет место, но по тем или иным причинам часть стрелков неправильно выполнила указания командиров. Такое целераспределение возможно и тогда, когда в части подразделения огонь был организован, а в другой — нет.

В условиях обороны более вероятно целераспределение, близкое к полностью организованному, а в условиях наступления — близкое к неорганизованному.

СЛУЧАЙ $Ц \geqslant C$ (изобилие целей)

При полностью организованном целераспределении каждому стрелку назначается одна цель, поэтому число обстрелянных целей равно числу стрелков. В этом случае математическое ожидание числа пораженных целей

$$M_{\text{п}} = CW, \tag{4.7.1}$$

где C — число обстрелянных целей, равное числу стрелков;

W — вероятность поражения одной цели одним стрелком.

При неорганизованном целераспределении вероятность того, что стрелок выберет себе для обстрела данную цель равна $\frac{1}{Ц}$, а полная вероятность того, что он ее выберет и поразит составит величину $W\ \frac{1}{Ц} = \frac{W}{Ц}$. Вероятность того, что C стрелков не поразят

данную цель равна $\left(1-\frac{W}{Ц}\right)^C$, а вероятность того, что все подразделение поразит эту цель

$$P = 1-\left(1-\frac{W}{Ц}\right)^C.$$

Математическое ожидание числа пораженных целей

$$M_н = ЦP = Ц\left[1-\left(1-\frac{W}{Ц}\right)^C\right]. \qquad (4.7.2)$$

Можно показать, что всегда $M_н < M_п$, а при данных W и C, если число целей стремится к бесконечности, то

$$M_н \to (C-1)W. \qquad (4.7.3)$$

Таким образом, если число целей очень велико, то неорганизованное целераспределение приближается к полностью организованному, но для меньшего на единицу числа стрелков.

Пример 1. Группа в 20 стрелков ($C=20$) отражает наступление противника. Вероятность поражения одной цели противника $W=0{,}3$. Определить математическое ожидание числа пораженных целей при полностью организованном и неорганизованном целераспределениях для 20, 30, 40 и 50 чисел целей.

Решение. При полностью организованном целераспределении по формуле (4.7.1) имеем $M_п = 20 \cdot 0{,}3 = 6$ целей.

Порядок и результаты вычислений по зависимости (4.7.2) для неорганизованного целераспределения представлены в табл. 13.

Таблица 13

Расчет математического ожидания

Вычисляемые величины	Число целей $Ц$			
	20	30	40	50
$W/Ц$	0,015	0,010	0,0075	0,006
$P=1-(1-W/Ц)^{20}$	0,261	0,182	0,140	0,1134
$M_н = ЦP$	5,22	5,46	5,60	5,67

Наибольшее возможное значение $M_н$ по выражению (4.7.3):

$$M_н = 19 \cdot 0{,}3 = 5{,}70.$$

Как видно, в условиях настоящего примера при $Ц = 40 \div 50$ математическое ожидание числа пораженных целей очень близко к предельному.

СЛУЧАЙ $Ц < С$ (недостаток целей)

При полностью организованном целераспределении, если число стрелков кратно числу целей, на каждую цель приходится $\frac{С}{Ц}$ стрелков. В общем случае это отношение не равно целому числу, но всегда может быть представлено в виде

$$\frac{С}{Ц} = k + \alpha,$$

где k — целое число;

α — правильная дробь.

Так как число приходящихся на цель стрелков всегда целое, то на $Ц\alpha$ целей будет приходиться $(k+1)$ стрелков, а на остающееся число $(Ц—Ц\alpha)$ целей — по k стрелков. Первые цели будут поражены с вероятностью

$$P_{k+1} = 1 - (1 - W)^{k+1},$$

а вторые с вероятностью

$$P_k = 1 - (1 - W)^k.$$

Математическое ожидание числа пораженных целей найдем как сумму произведений числа целей каждого вида на соответствующую вероятность поражения:

$$M_п = [1 - (1 - W)^{k+1}]\, Ц\alpha + [1 - (1 - W)^k](Ц - Ц\alpha).$$

После раскрытия скобок и преобразований получим

$$M_п = Ц[1 - (1 - W)^k(1 - W\alpha)]. \qquad (4.7.4)$$

Если $С$ кратно $Ц$, то $\alpha = 0$ и зависимость принимает более простой вид:

$$\overline{M}_п = Ц\left[1 - (1 - W)^{\frac{С}{Ц}}\right].$$

Для неорганизованного целераспределения расчетная формула математического ожидания ничем не отличается от выражения (4.7.2), выведенного для случая изобилия целей. И в этом случае всегда соблюдается условие $M_н < M_п$. Если же $Ц = С$, то $k = 1$, $\alpha = 0$ и при этих значениях уравнение (4.7.4) превращается в соотношение (4.7.1).

Пример 2. Подразделение в 20 стрелков ($С = 20$) атакует обороняющуюся группу противника. Вероятность поражения одной цели $W = 0{,}2$. Определить математическое ожидание числа пораженных целей при полностью организованном и неорганизованном целераспределениях для 5, 8, 10, 15 и 20 целей.

Решение. Расчет производится по формулам (4.7.4) и (4.7.2) в порядке, приведенном в табл. 14.

Таблица 14

Расчет математического ожидания

Вычисляемые величины	Число целей $Ц$				
	5	8	10	15	20
k	4	2	2	1	1
α	0	1/2	0	1/3	0
$(1-W)^{к}$	0,41	0,64	0,64	0,80	0,80
$W\alpha$	0	0,100	0	0,067	0
$1-W\alpha$	1,0	0,900	1,0	0,933	1,0
$(1-W)^{к}(1-W\alpha)$	0,410	0,576	0,640	0,746	0,800
$1-(1-W)^{к}(1-W\alpha)$	0,590	0,427	0,360	0,254	0,200
$M_{п}$	2,95	3,39	3,60	3,81	4,00
$W/Ц$	0,040	0,025	0,020	0,013	0,010
$1-W/Ц$	0,960	0,975	0,980	0,987	0,990
$(1-W/Ц)^{20}$	0,442	0,603	0,668	0,765	0,818
$1-(1-W/Ц)^{20}$	0,558	0,397	0,332	0,235	0,182
$M_{н}$	2,79	3,18	3,32	3,52	3,64

Из табл. 13 и 14 следует, что разница между математическими ожиданиями числа пораженных целей при полностью организованном и неорганизованном целераспределениях несколько увеличивается по мере роста числа целей.

4.8. ВЫБОР СПОСОБОВ СТРЕЛЬБЫ

В общем случае рациональный способ стрельбы по цели должен обеспечить решение боевой задачи с максимальной эффективностью: в отведенное на стрельбу время критерий эффективности должен достичь наибольшего значения при минимальном расходе патронов. При этом расход патронов на выполнение боевой задачи является характеристикой рациональности способа стрельбы.

Решение задачи выбора рационального способа стрельбы непосредственно связано с характером боевых задач и со временем стрельбы. Например, если поставлена боевая задача по пораже-

нию огневой точки противника, то решить ее можно различными способами: стрельбой одной или несколькими очередями различной длины, сосредоточенным огнем нескольких стрелков и др. Из этих способов необходимо выбрать наиболее рациональный.

Значительное разнообразие огневых задач при ведении боевых действий не позволяет дать обоснованные рекомендации для всех случаев. Это можно сделать только для типичных (средних) условий стрельбы, к которым, с некоторыми допущениями, могут быть сведены различные частные случаи.

Выбор рационального способа стрельбы зависит от характера (вида) цели (одиночная, групповая и т. д.), ее видимости и расположения, а также от степени поражения цели (характера огневой задачи).

Задача по выбору рационального способа стрельбы может быть сформулирована двояко:

1. В качестве исходных данных заданы время на стрельбу, характер и размеры цели, дальность стрельбы. Рассчитаны значения ошибок, сопровождающих стрельбу. Необходимо дать обоснованные рекомендации по рациональному способу стрельбы, при котором критерий эффективности имел бы максимальное значение.

2. В качестве исходных данных заданы время на стрельбу, характер и размеры цели, дальность стрельбы, а также значение критерия эффективности, который определяет надежность данной стрельбы. Рассчитаны значения ошибок, сопровождающих стрельбу. Требуется определить такой рациональный способ стрельбы, при котором в заданное время достигается значение выбранного критерия эффективности стрельбы.

Решают эти задачи в такой последовательности: выбирают критерий эффективности стрельбы, рассчитывают его значения при возможных в данных условиях способах стрельбы, производят анализ полученных результатов и выбирают рациональный способ стрельбы.

Пример 1. Из пулемета ПКБ необходимо поразить группу противника на фронте 80 м из пяти бегущих фигур (мишень № 8, $2\overline{a}=1{,}40$ м, $2\overline{b}=0{,}46$ м) на дальности 600 м. На стрельбу пулеметчик имеет 25—30 с, в среднем 27 с. Выбрать рациональный способ стрельбы, если заданы следующие значения ошибок и составляющих времен: $E_{цу}=0{,}63$ м, $E_{wz}=0{,}43$ м, $E_{ну}=E_{нz}=0{,}6$ м; $t_{нав}=4$ с, $N_с=600$, $t_{зар}=6$ с, $E=200$, $t_{уз}=10$ с. При стрельбе сосредоточенным огнем $B_в=0{,}24$ м, $B_б=0{,}23$ м, $B_{в\,стп}=0{,}14$ м, $B_{б\,стп}=0{,}13$ м. При стрельбе огнем с рассеиванием по фронту характеристики рассеивания увеличиваются в 1,4 раза. Изменятся ли рекомендации, если фронт целей уменьшить до 50 м?

Решение. Выполнить поставленную боевую задачу возможно стрельбой сосредоточенным огнем по отдельным целям с переносом огня или стрельбой с рассеиванием по фронту. В качестве критерия эффективности стрельбы в данном случае (групповая цель) следует принять математическое ожидание числа пораженных целей. Вычислим его значение для двух случаев стрельбы.

Стрельба сосредоточенным огнем

Рассчитаем необходимые значения срединных ошибок и коэффициентов корреляции:

$$E_{cy}^2 = 0{,}63^2 + 0{,}6^2 + 0{,}14^2 = 0{,}777 \text{ м}^2;$$

$$E_{cz}^2 = 0{,}43^2 + 0{,}6^2 + 0{,}13^2 = 0{,}562 \text{ м}^2;$$

$$E_y^2 = 0{,}777 + 0{,}24^2 = 0{,}835 \text{ м}^2; \qquad E_y = 0{,}91 \text{ м};$$

$$E_z^2 = 0{,}562 + 0{,}23^2 = 0{,}615 \text{ м}^2; \qquad E_z = 0{,}78 \text{ м};$$

$$r_y = \frac{0{,}777}{0{,}835} = 0{,}93; \qquad r_z = \frac{0{,}562}{0{,}615} = 0{,}91; \quad r = 0{,}92.$$

Определим вероятность попадания в бегущую фигуру при одном выстреле

$$p_1 = \hat{\Phi}\left(\frac{1{,}40}{2 \cdot 0{,}91}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{0{,}46}{2 \cdot 0{,}78}\right) = 0{,}063.$$

Зададимся очередями двух длин: $n_1 = 10$ выстрелов, $n_2 = 20$ выстрелов.

С помощью формулы (4.2.17) по $\overline{P_1} = 0{,}063$, $\overline{r} = 0{,}92$ найдем вероятности поражения бегущей фигуры очередями указанной длины: $W_{10} = 0{,}283$; $W_{20} = 0{,}355$.

По уравнению (4.6.6) вычислим время, необходимое на производство одной очереди в 10 и 20 выстрелов:

$$T_{10} = 4 + (10 - 1)\frac{60}{600} + 10\frac{6}{200} + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}002 = 5{,}4 \text{ с};$$

$$T_{20} = 4 + (20 - 1)\frac{60}{600} + 20\frac{6}{200} + 10 \cdot 20 \cdot 0{,}002 = 6{,}9 \text{ с}.$$

За время 27 с пулеметчик может сделать:

$\frac{27}{5{,}4} \approx 5$ очередей по 10 выстрелов;

$\frac{27}{6{,}9} \approx 4$ очереди по 20 выстрелов.

Так как мы полагаем, что по каждой цели производится по одной очереди, после чего огонь переносится на следующую цель, то очередями по 10 выстрелов можно обстрелять $m_1 = 5$ целей, а очередями по 20 выстрелов $m_2 = 4$ цели. Математическое ожидание числа пораженных целей подсчитаем по соотношению (4.6.8):

$$M_{(10)}\, m_1 W_{10} = 5 \cdot 0{,}283 = 1{,}42;$$

$$M_{(20)} = m_2 W_{20} = 4 \cdot 0{,}355 = 1{,}42.$$

Таким образом, увеличение длины очереди с 10 до 20 выстрелов не приводит к заметному изменению математического ожидания числа пораженных целей. Однако расход патронов при стрельбе первыми очередями составляет $5\times10=50$ шт, а при стрельбе очередями в 20 выстрелов $4\times20=80$ шт., поэтому надо отдать предпочтение стрельбе очередями в 10 выстрелов.

Следует заметить, что изменение фронта расположения целей не оказывает влияния на эффективность стрельбы рассмотренным способом.

Стрельба с рассеиванием пуль по фронту

При этой стрельбе имеем:

$$B_{в} = 1{,}4 \cdot 0{,}24 = 0{,}34 \text{ м};$$

$$B_{в\,стп} = 1{,}4 \cdot 0{,}14 = 0{,}20 \text{ м};$$

$$B_{б\,стп} = 1{,}4 \cdot 0{,}13 = 0{,}18 \text{ м}.$$

Срединные ошибки имеют значения:

$$E_y^2 = 0{,}63^2 + 0{,}6^2 + 0{,}2^2 + 0{,}34^2 = 0{,}913 \text{ м}^2; \qquad E_y = 0{,}96 \text{ м};$$

$$E_{cz}^2 = 0{,}43^2 + 0{,}6^2 + 0{,}18^2 = 0{,}577 \text{ м}^2; \qquad E_{cz} = 0{,}76 \text{ м}.$$

Вероятность попадания в бесконечную полосу высотой $2\bar{a}=1{,}4$ м составляет величину

$$p_y = \hat{\Phi}\left(\frac{1{,}4}{2 \cdot 0{,}96}\right) = 0{,}378.$$

Стрельба с рассеиванием пуль по фронту может быть произведена двумя — тремя длинными очередями. Время на две очереди составит $\frac{27}{2} = 13{,}5$ с, на три очереди $\frac{27}{3} = 9$ с. Задаваясь несколькими длинами очередей, найдем время на производство:

очереди в 65 выстрелов

$$T_{65} = 4 + 64\frac{60}{600} + 65\frac{6}{200} + 65 \cdot 10 \cdot 0{,}002 = 13{,}6 \text{ с};$$

очереди в 35 выстрелов

$$T_{35} = 4 + 34\frac{60}{600} + 35\frac{6}{200} + 35 \cdot 10 \cdot 0{,}002 = 9{,}1 \text{ с}.$$

Две очереди по 65 выстрелов составляют 130 патронов, три очереди по 35 выстрелов — 105 патронов.

Поскольку по формуле (4.3.9) чем больше число выстрелов, тем выше вероятность поражения, примем, что стрельба с рассеиванием по фронту будет производиться двумя очередями по 65 выстрелов ($N=130$). Подсчитаем величины:

$$2\overline{b}p_y N = 0{,}46 \cdot 0{,}378 \cdot 130 = 22{,}6 \text{ м};$$

$$3E_{cy} = 3 \cdot 0{,}76 = 2{,}3 \text{ м}.$$

По формуле (4.3.9) найдем относительное число пораженных мишеней

$$p = 1 - e^{-\frac{22{,}6}{B+2{,}3}},$$

где B — ширина фронта.

Так как группа противника состоит из пяти целей, математическое ожидание числа пораженных целей

$$M = 5\left(1 - e^{-\frac{22{,}6}{B+2{,}3}}\right).$$

При $B=80$ м получим

$$M = 5(1 - e^{-0{,}275}) = 1{,}20;$$

при $B=50$ м

$$M = 5(1 - e^{-0{,}432}) = 1{,}75.$$

Сравнивая эти цифры с математическим ожиданием при стрельбе с переносом огня, когда $M=1{,}42$, можно сделать следующие выводы:

— при расположении целей на фронте 80 м рациональным способом стрельбы является стрельба сосредоточенным огнем с переносом с цели на цель (так как $1{,}42>1{,}20$);

— при расположении целей на фронте 50 м более рациональна стрельба с рассеиванием пуль по фронту ($1{,}75>1{,}42$).

Вообще, если плотность целей мала, то рациональным является сосредоточенный огонь с переносом с цели на цель; если плотность целей велика, то рационален огонь с рассеиванием пуль по фронту. Это подтверждается и следующим. Допустим, что в группе не 5, а 10 целей, т. е. плотность увеличивается вдвое. При этом математическое ожидание числа пораженных целей сосредоточенным огнем не изменится ($M=1{,}42$), так как за 27 с пулеметчик все равно не успеет обстрелять больше 4—5 целей, при стрельбе же с рассеиванием пуль по фронту оно увеличится вдвое и для ширины фронта в 80 или 50 м составит соответственно 2,4 и 3,5.

Пример 2. Крупнокалиберный пулемет ведет огонь по легкобронированной цели в условиях примера 7 параграфа 4.2. Определить длину очереди, обеспечивающую наибольшую вероятность поражения за время стрельбы примерно 50 с, если $t_{нав}=5$ с, $t_{зар}=6$ с, $t_{уз}=10$ с, темп стрельбы 1000 выстр/мин, емкость ленты 50 патронов.

Решение. За время 45—50 с можно произвести различное число очередей разной длины. Для выявления зависимости длины очереди от их числа воспользуемся формулой (4.6.6), которая после подстановки заданных параметров и простейших преобразований примет вид:

$$T = \left[5 + (n-1)\frac{600}{1000} + 6\,\frac{n}{50} + 10n\,0{,}002\right] s \approx (5 + 0{,}2n)s.$$

Так как $T=50$ с, то число выстрелов $n = \frac{250}{s} - 25$.

Из решения упомянутого примера 7 имеем: вероятности попадания и поражения одним выстрелом соответственно $P_1=0{,}110$ и $W_1=0{,}0183$; среднее необходимое число попаданий для поражения цели $\omega=6$; коэффициент корреляции между выстрелами $\overline{r}=0{,}8$, а очереди можно полагать независимыми.

Вычисления длины очереди и порядок расчета вероятностей поражения по способу М. С. Шерешевского приведены в табл. 15. Расчет при очередях длиной

Таблица 15

Расчет вероятности поражения цели в заданное время стрельбы

Вычисляемые величины	Число очередей							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{250}{s}$	250	125	83	63	50	41	35	31
$n = \frac{250}{s} - 25$	225	100	58	38	25	16	10	6
$(1 - W_1)^n$	0,016	0,158	0,343	0,496	0,630	0,744	0,831	0,895
$R_n = 1 - (1 - W_1)^n$	0,984	0,842	0,657	0,504	0,370	0,256	0,169	0,105
$\left(1 - \frac{1}{\omega}\right)^n$	0	0	0	0,001	0,010	0,054	0,161	0,334
$G(n) = 1 - \left(1 - \frac{1}{\omega}\right)^n$	1,000	1,000	1,000	0,999	0,990	0,946	0,839	0,666
$Q_n = p_1 G(n)$	0,110	0,110	0,110	0,110	0,109	0,104	0,092	0,073
$R_n - Q_n$	0,874	0,732	0,546	0,394	0,261	0,152	0,077	0,032
$M = W_1 n$	4,12	1,83	1,06	0,70	0,46	0,29	0,18	0,11
λ	0,324	0,369	0,334	0,284	0,226	0,162	0,115	0,078
$(R_n - Q_n)\lambda$	0,283	0,270	0,182	0,112	0,059	0,025	0,009	0,002
$W_n = R_n - (R_n - Q_n)\lambda$	0,701	0,572	0,475	0,392	0,311	0,231	0,160	0,103
$(1 - W_n)$	0,299	0,428	0,525	0,608	0,689	0,769	0,840	0,897
$(1 - W_n)^s$	0,299	0,183	0,145	0,137	0,155	0,207	0,295	0,419
$W_{n,s} = 1 - (1 - W_n)^s$	0,701	0,817	0,855	0,863	0,845	0,793	0,705	0,581
$N = ns$	225	200	174	152	125	96	70	48

58, 100 и 225 выстрелов произведен условно, так как при емкости ленты $E=50$ патронов очередей такой длины не может быть.

Полученные данные свидетельствуют о том, что наибольшую вероятность поражения цели обеспечивает стрельба четырьмя очередями по 38 выстрелов в каждой. Однако изменение вероятности поражения в пределах вариантов от 3×58 до 5×25 невелико, поэтому можно считать, что стрельба очередями в 25—50 выстрелов будет оптимальной как в смысле вероятности поражения цели, так и по расходу патронов (последняя строка табл. 15).

4.9. ОСНОВНЫЕ ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ЭФФЕКТИВНОСТЬ СТРЕЛЬБЫ

Анализ эффективности стрельбы необходимо проводить при разработке и совершенствовании оружия. Оценка эффективности оружия позволяет выбрать рациональные способы и правила стрельбы, оценить влияние баллистических и тактико-технических характеристик оружия и патрона на результаты ее.

Сущность анализа заключается в исследовании эффективности стрельбы при таком комплексе типичных условий боевого использования, который наиболее полно и всесторонне отражает зависимость эффективности стрельбы от различных тактико-технических и конструктивных характеристик оружия с целью выработки обоснованных рекомендаций по выбору этих характеристик.

Эффективность стрельбы зависит от значительного числа различных факторов, определяемых характеристиками оружия и боеприпасов, умением стрелка, точностью подготовки исходных данных и условиями стрельбы.

Первая категория факторов включает тактико-технические и конструктивные характеристики оружия и боеприпасов к ним, в том числе рассеивание выстрелов, настильность траектории пуль, от которой зависят некоторые ошибки стрельбы, могущество снаряда, темп стрельбы, надежность работы оружия, емкость ленты и т. д.

Вторая категория факторов состоит из различных причин, связанных со стрелком: точность прицеливания, способность надежного удержания оружия при стрельбе, обеспечивающая высокую кучность, быстрота подготовки и открытия огня, умение учитывать влияние некоторых параметров на отклонение пуль при стрельбе и т. д.

Третья категория содержит такие факторы, как точность определения дальности до цели, скорости бокового и продольного ветра, учет скорости движения цели и т. д.

Четвертая категория факторов включает характер и расположение цели, условия видимости ее, метеорологические условия и т. д.

Почти все эти факторы в той или иной степени связаны друг с другом, поэтому в ряде случаев не представляется возможным установить зависимость критерия эффективности стрельбы от какого-либо одного фактора. Например, рассеивание выстрелов при

стрельбе из автомата зависит от его конструкции, положения для стрельбы и умения стрелка. Срединная ошибка по высоте вследствие ошибки в определении дальности зависит от величины этой ошибки (например, 5 или 10%), самой дальности и угла падения.

Рассеивание выстрелов оказывает значительное влияние на эффективность стрельбы. Уменьшение рассеивания выстрелов — важное условие повышения эффективности. Однако это требование справедливо до некоторых пределов — до так называемой оптимальной величины рассеивания, о чем будет сказано ниже.

БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ КАЧЕСТВА ОРУЖИЯ И БОЕПРИПАСОВ

Решение задачи по выбору рациональных баллистических параметров (калибра, массы, начальной скорости пули (снаряда) и т. д.), как правило, должно исходить из условия обеспечения требуемой эффективности стрельбы в соответствии с боевым назначением оружия. При этом необходимо учитывать взаимосвязь баллистических параметров с другими: с характеристиками рассеивания, маневренными и эксплуатационными показателями, с надежностью работы автоматики и т. д.

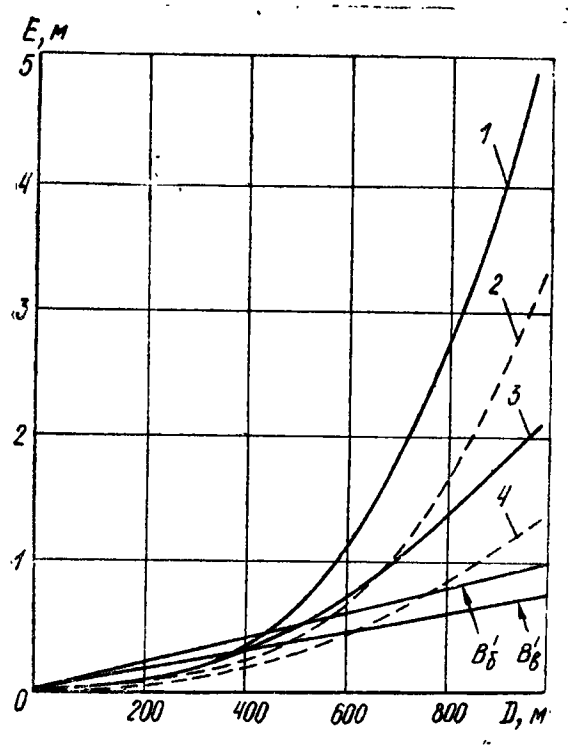


Рис. 41. Зависимость ошибок подготовки от дальности стрельбы:
1, 3 — срединные ошибки $E_{цу}$ и E_{wz} для патрона образца 1943 г.; *2, 4* — срединные ошибки $E_{цу}$ и E_{wz} для винтовочного патрона; $B'_б$, $B'_в$ — при стрельбе из пулеметов

Баллистические параметры оружия оказывают существенное влияние на величину суммарных срединных ошибок, сопровождающих стрельбу. Помимо этого, от скорости пули (снаряда) у цели в значительной мере зависит могущество ее, которое проявляется в пробивном, бронебойном, убойном и разрушительном действиях пули (снаряда).

Ошибки определения дальности и учета бокового ветра на малых дальностях, как правило, невелики. Однако они весьма интенсивно возрастают при увеличении дальности стрельбы (рис. 41). Сравнение срединных ошибок определения дальности до цели $E_{цу}$ и учета бокового ветра E_{wz} с суммарными срединными отклонениями рассеивания выстрелов при стрельбе из пулеметов

$$B_в' = \sqrt{B_в^2 + B^2_{в\,стп}} \text{ и } B_б' = \sqrt{B_б^2 + B^2_{б\,стп}}$$

в функции от дальности стрельбы показывает, что для 7,62-мм оружия под патрон образца 1943 г. до дальностей 400—450 м характеристики рассеивания выстрелов больше баллистических ошибок стрельбы; на дальностях свыше 500 м баллистические ошибки превосходят рассеивание выстрелов и это превосходство интенсивно возрастает с увеличением дальности стрельбы. Аналогичное явление имеет место и для оружия под 7,62-мм винтовочный патрон, но на больших дальностях, так как этот патрон имеет более настильную траекторию, чем патрон образца 1943 г.

Поэтому можно считать, что на малых и частично на средних дальностях стрельбы рассеивание выстрелов является одним из наиболее главных факторов, определяющих эффективность стрельбы. На средних и больших дальностях эта роль переходит к баллистическим качествам оружия и патрона.

ТЕМП СТРЕЛЬБЫ

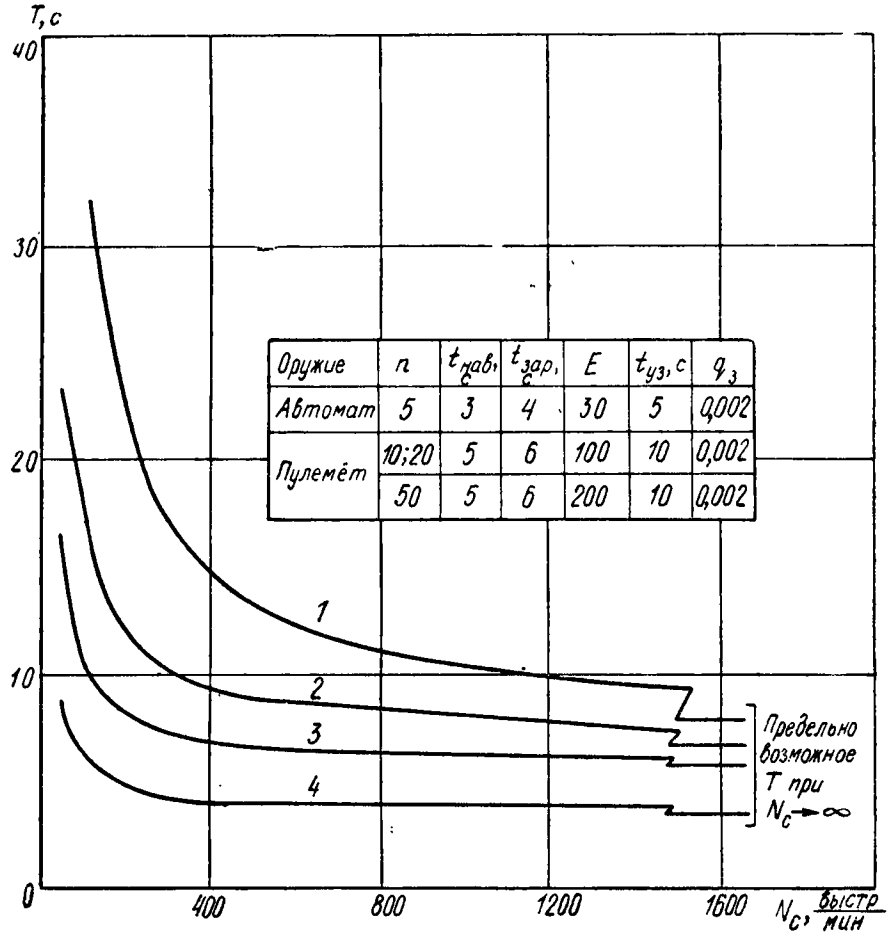
Он оказывает заметное влияние на эффективность стрельбы по движущимся и кратковременно появляющимся целям. При стрельбе по другим целям темп влияет на время, необходимое для стрельбы, что следует из формулы (4.6.6). Чем больше скорость движения цели, чем меньше время ее появления, которое может быть использовано для обстрела, тем выше должен быть темп стрельбы для обеспечения высокой эффективности. Поэтому малокалиберные автоматические пушки, применяемые для борьбы с воздушными быстролетящими целями, имеют высокий темп стрельбы.

Рассчитанные по формуле (4.6.6) графики (рис. 42) показывают, что величина необходимого для ведения огня времени резко уменьшается с увеличением темпа стрельбы, а затем кривая времени становится пологой и дальнейшее уменьшение времени незначительно.

Так как повышение темпа ведет к целому ряду трудностей при разработке оружия, то останавливаются, как правило, на наименьшем приемлемом темпе. При этом учитывают, что относительно малый темп (менее 400—500 выстр/мин) затрудняет обеспечение надежности оружия.

Для автоматов вполне приемлем темп стрельбы 500—700 выстр/мин. Величина приемлемого темпа возрастает

с увеличением длины очереди, поэтому для пулеметов оптимальным является темп в 600—800 выстр/мин. Для пулеметов, предназначенных для ведения огня длинными очередями, целесообразен темп до 1000—1200 выстр/мин. Исходя из этого, стрелковое



Оружие	n	$t_{нав}$, с	$t_{зар}$, с	E	$t_{уз}$, с	$q_з$
Автомат	5	3	4	30	5	0,002
Пулемёт	10;20	5	6	100	10	0,002
	50	5	6	200	10	0,002

Рис. 42. Зависимость времени, необходимого для ведения огня, от темпа стрельбы при различных длинах очередей:
1 — пулемет, $n=50$, $E=200$; *2* — пулемет, $n=20$, $E=100$; *3* — пулемет, $n=10$, $E=100$; *4* — автомат, $n=5$

автоматическое оружие имеет, обычно, темп стрельбы в пределах 600—1000 выстр/мин. Такой темп обеспечивает приемлемое время, необходимое для поражения характерных целей, в сочетании с относительно несложной автоматикой и удовлетворительной живучестью ствола.

4.10. ОПТИМАЛЬНОЕ РАССЕИВАНИЕ ВЫСТРЕЛОВ

В тех случаях стрельбы, когда СТП (средняя траектория) находится в пределах контура цели (рис. 43, *а*), меньшему рассеиванию выстрелов отвечает большая вероятность попадания, и при отсутствии рассеивания ($B_в=B_б=0$) вероятность равна 1. Однако

на практике это бывает редко, так как под влиянием ошибок стрельбы средняя точка может располагаться и вне контура цели (см. рис. 43, *б*). В последнем случае отсутствию рассеивания выстрелов ($B_в = B_б = 0$) не соответствует наибольшая вероятность попадания; более того, так как траектории всех выстрелов совпадают и находятся вне цели, то ни одна пуля не попадет в цель и вероятность попадания равна нулю. Предположим далее, что в этом случае рассеивание бесконечно увеличивается; при этом

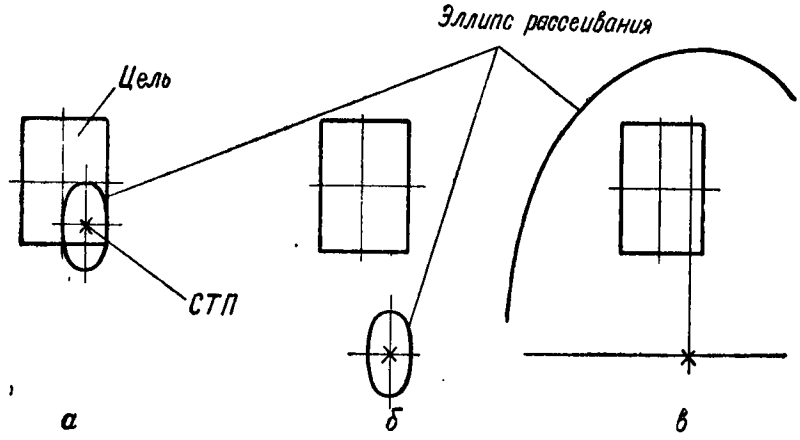


Рис. 43. К понятию оптимального рассеивания: *а* — СТП в контуре цели; *б* — СТП вне контура цели, $B_в$ и $B_б$ малы; *в* — СТП вне контура цели, эллипс рассеивания захватывает цель

вероятность попадания стремится к нулю. Так как при фиксированных размерах цели и величине смещения СТП относительно ее центра вероятность является функцией рассеивания, то $p = 0$ при $B_в = B_б = 0$ и $p \to 0$ при $B_в = B_б \to \infty$. Это дает основание предполагать, что в интервале $0 < B_в, B_б < \infty$ (см. рис. 43, *в*) имеются некоторые значения характеристик рассеивания, отличные от нуля и бесконечности, при которых вероятность попадания принимает наибольшее значение. Рассеивание выстрелов, при котором вероятность попадания (поражения) цели принимает наибольшее значение в данных условиях стрельбы, называется оптимальным.

Рассмотрим простейший случай — стрельбу в полосу бесконечной длины при фиксированном смещении СТП относительно центральной осевой линии (рис. 44). В этом случае вероятность попадания при одном выстреле выражается формулой (3.3.5). Для того, чтобы найти значение $B_в$, при котором вероятность (3.3.5) имеет максимальное значение, возьмем производную от нее по величине $B_в$. При этом используем обозначения:

$$\frac{\overline{Y} + a}{B_в} = \beta_1; \qquad \frac{\overline{Y} - a}{B_в} = \beta_2$$

и то, что в соответствии с приведенной функцией Лапласа

$$\frac{d\hat{\Phi}(\beta)}{dB_в} = -\frac{2\rho\beta}{B_в\sqrt{\pi}} e^{-\rho^2\beta^2}.$$

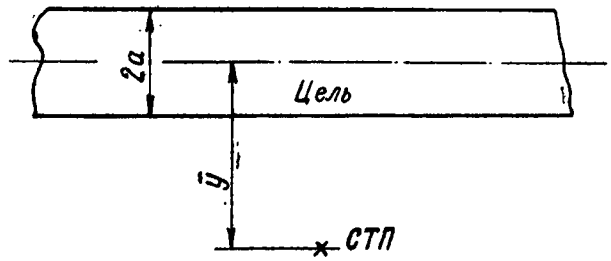


Рис. 44. Стрельба в полосу бесконечной длины

После преобразований получим:

$$\frac{\partial p_y}{\partial B_в} = -\frac{\rho}{B_в\sqrt{\pi}}(\beta_1 e^{-\rho^2\beta_1^2} - \beta_2 e^{-\rho^2\beta_2^2}).$$

Условием экстремума вероятности будет $\frac{\partial p_y}{\partial B_в} = 0$, откуда следует, что

$$\beta_1 e^{-\beta_1^2\rho^2} = \beta_2 e^{-\rho^2\beta_2^2}. \qquad (4.10.1)$$

Поскольку $\beta_1 > 0$, то это равенство возможно в том случае, когда $\beta_2 = \frac{\bar{Y} - a}{B_в} > 0$, т. е. $\bar{Y} > a$. Это условие мы ранее получили логическим путем: пока отклонение СТП не превосходит полуразмер цели, т. е. пока СТП в пределах контура цели, наибольшая вероятность имеет место при отклонении $B_в = 0$, которое является наивыгоднейшим. При $\bar{Y} > a$, т. е. когда СТП вышла из контура цели, возможно выполнение равенства (4.10.1) — имеется максимум вероятности при оптимальном значении $B_{во}$.

Решая уравнение (4.10.1) относительно $B_в$, получим

$$B_{в0} = 2\rho\sqrt{\frac{a\bar{Y}}{\ln\frac{\bar{Y}+a}{\bar{Y}-a}}}.$$

Введя безразмерный параметр $\alpha = \frac{\overline{Y}}{a}$, найдем, что

$$B_{в0} = a2\rho \sqrt{\frac{\alpha}{\ln \frac{\alpha+1}{\alpha-1}}}. \qquad (4.10.2)$$

Введем еще функцию

$$\theta(\alpha) = 2\rho \sqrt{\frac{\alpha}{\ln \frac{\alpha+1}{\alpha-1}}}.$$

После этого имеем

$$B_{в0} = a\theta(\alpha). \qquad (4.10.3)$$

Таким образом, величина оптимального значения срединного отклонения является функцией размера цели и отношения смещения СТП к этому размеру.

Из формулы (4.10.2) видно, что функция $\theta(\alpha)$ определена только в области $\alpha > 1$ (см. табл. 2 приложения 5), что опять-таки отвечает условию $\overline{Y} > a$.

Выразим величины β_1 и β_2 при оптимальном значении $B_{в0}$ через эту функцию:

$$\beta_1 = \frac{\overline{Y}+a}{B_{в0}} = \frac{\overline{Y}+a}{a\theta(\alpha)} = \frac{\alpha+1}{\theta(\alpha)}; \qquad \beta_2 = \frac{\alpha-1}{\theta(\alpha)}.$$

Поэтому наибольшее значение вероятности попадания при оптимальном рассеивании выстрелов составляет величину

$$p_0 = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{\alpha+1}{\theta(\alpha)}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{\alpha-1}{\theta(\alpha)}\right)\right] = p(\alpha)$$

(см. табл. 2 приложения 5), т. е. является функцией только отношения α. Выведенные формулы пригодны и для определения оптимальных значений $B_б$ и $B_д$.

Пример 1. По горизонтальной полосе (по окопу) шириной 1,4 м ведется стрельба из противопехотного гранатомета. Из-за систематической ошибки центр рассеивания смещен на 1,5 м от оси окопа. Найти оптимальное рассеивание гранат по дальности ($B_{д\,0}$) и соответствующую наибольшую вероятность попадания гранаты в окоп.

Решение. Вычисляем относительное смещение СТП — параметр $\alpha = \frac{1,5}{0,7} = 2,14$. По табл. 2 приложения 5 интерполированием находим:

$$\theta(\alpha) = 1;39; \qquad p(\alpha) = 0,230.$$

По выражению (4.10.3) подсчитываем оптимальную величину

$$B_{д0} = 0{,}7 \cdot 1{,}39 = 0{,}97 \text{ м}.$$

Соответствующая вероятность попадания $p_0 = p(\alpha) = 0{,}230$. Что эти значения действительно оптимальные, подтверждают данные расчета по формуле (3.3.5): при $B_д = 0{,}9$ м $p = 0{,}224 < p_0$; $B_д = 1{,}1$ м $p = 0{,}222 < p_0$.

Изложенный метод* определения оптимального рассеивания выстрелов имеет весьма ограниченное применение, так как при решении практических вопросов редко приходится встречаться с фиксированным отклонением центра группирования. Чаще всего отклонение случайно и характеризуется законом распределения с срединными отклонениями E_{cy}, E_{cz} или E_{cx}. В этом случае точное аналитическое определение оптимального рассеивания невозможно.

На основе предложенного М. С. Шерешевским способа расчета вероятности поражения (см. параграф 4. 2) разработан метод приближенного аналитического вычисления характеристик оптимального рассеивания в предположении, что оно носит круговой характер. Не останавливаясь на выводах формул, приведем их конечный вид и порядок расчета.

Заданными полагаются срединная суммарная ошибка стрельбы E_c, площадь цели S, среднее необходимое число попаданий ω для поражения цели и длина очереди n. Если $E_{cy} \neq E_{cz}$, то

$$E_c = \sqrt{\frac{E_{cy}^2 + E_{cz}^2}{2}}. \qquad (4.10.4)$$

Порядок расчета следующий:

— подсчитывается параметр

$$k = \frac{\rho^2}{\pi} \frac{S}{E_c^2} = 0{,}0724 \frac{S}{E_c^2}; \qquad (4.10.5)$$

— по табл. 3 приложения 5 находится функция $\gamma = f(\omega, n)$;

— вычисляются параметр

$$\beta_0 = \gamma(\omega + k) \qquad (4.10.6)$$

и оптимальное значение срединного отклонения кругового рассеивания выстрелов

$$B_{в0} = B_{б0} = \beta_0 E_c;$$

— если $E_{cy} \neq E_{cz}$, то оптимальные значения $B_{в0}$ и $B_{б0}$ определяют по зависимостям:

$$B_{в0} = \beta_0 E_{cy}; \quad B_{б0} = \beta_0 E_{cz}. \qquad (4.10.7)$$

---

* Метод предложен М. С .Шерешевским.

При этом коэффициенты корреляции выстрелов будут одинаковы как по высоте, так и по боковому направлению:

$$\bar{r} = \bar{r}_y = \bar{r}_z = \frac{1}{1+\beta_0^2}.$$

Функция γ при $\omega = 1$ хорошо аппроксимируется аналитической зависимостью вида $\gamma = 0{,}215\sqrt{n}$ и поэтому

$$\beta_0 = 0{,}215\sqrt{n}\,(\omega + k). \qquad (4.10.8)$$

Следует отметить, что максимум вероятности поражения при оптимальных значениях $B_{во}$ и $B_{бо}$ выражен не резко. Поэтому вероятность поражения, как правило, мало изменяется при существенных отклонениях характеристик рассеивания от оптимальных. Это позволяет осреднять $B_{во}$ и $B_{бо}$, вычислив их для различных значений n, ω и k (разные условия стрельбы), и находить, таким образом, среднее оптимальное рассеивание выстрелов.

Пример 2. Определить характеристики оптимального рассеивания при стрельбе из пулемета ПКБ на дальность 600 м по поясной фигуре (мишень № 7) в условиях примера 6 параграфа 4.2.

Решение. Из решения упомянутого примера 6 следует, что $E^2_{cy} = 0{,}507$ м^2, $E^2_{cz} = 0{,}292$ м^2, $\omega = 1$, $n = 10$, $2\bar{a} = 0{,}95$ м, $2\bar{b} = 0{,}47$ м. Так как $E_{cy} \neq E_{cz}$, то по формуле (4.10.4) находим срединную круговую ошибку стрельбы

$$E_c^2 = \frac{0{,}507 + 0{,}292}{2} = 0{,}400 \text{ м}^2.$$

Площадь цели составляет величину

$$S = 0{,}95 \cdot 0{,}47 = 0{,}45 \text{ м}^2.$$

По соотношению (4.10.5) вычисляем параметр

$$k = 0{,}0724\,\frac{0{,}45}{0{,}40^2} = 0{,}204.$$

По табл. 3 приложения 5 ($\omega = 1$ и $n = 10$) находим $\gamma = 0{,}68$.
По формуле (4.10.6) подсчитываем параметр

$$\beta_0 = 0{,}68\,(1 + 0{,}204) = 0{,}818.$$

То же значение получим по выражению (4.10.8):

$$\beta_0 = 0{,}215\sqrt{10}\,(1 + 0{,}204) = 0{,}818.$$

Оптимальные значения характеристик рассеивания найдем по зависимостям (1.10.7):

$$B_{во} = 0{,}818\sqrt{0{,}507} = 0{,}52 \text{ м};$$

$$B_{бо} = 0{,}818\sqrt{0{,}292} = 0{,}40 \text{ м}.$$

Расчет вероятности поражения цели, проведенный по табличному способу, дает величину $W_{10} = 0{,}368$.

В случае вычисления вероятности поражения при $B_в = 0{,}24$ м и $B_б = 0{,}23$ м, т. е. при значениях в два раза меньших оптимальных, имеем (см. табл. 9) $W_{10} = 0{,}355$, а при $B_в = 0{,}78$ м и $B_б = 0{,}60$ м (в 1,4 раза большие, чем оптимальные) $W_{10} = 0{,}303$.

Таким образом, при оптимальных $B_{во}$ и $B_{бо}$ действительно достигается максимальная вероятность поражения.

4.11. ПРИНЦИПЫ ВЫБОРА КРИТЕРИЯ БОЕВОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Основные требования, которым должен удовлетворять критерий боевой эффективности:

— представительность, т. е. он должен оценивать эффективность решения основной задачи, а не второстепенных вопросов;

— критичность к исследуемым параметрам, т. е. чувствительность к их изменениям;

— максимально возможная простота;

— правильный учет стохастичности (случайности) рассматриваемого процесса;

— объединение в себе по возможности всех основных элементов исследуемой задачи.

Выбор критерия оценки боевой эффективности — важная задача, поскольку при неудачном выборе все исследования могут быть бесполезными. Ф. Морз и Д. Кимбелл приводят такой пример. В период Второй мировой войны в Англии с целью защиты от немецкой авиации на торговых судах поставили зенитные средства — малокалиберные пушки и пулеметы. Анализ через год показал, что только 4% самолетов, атаковавших вооруженные суда, были сбиты. Эта цифра невелика, и был сделан вывод, что зенитные средства не окупают затрат на их установку. Таким образом, по критерию оценки эффективности — наносимый самолетам противника ущерб — постановка зенитных средств на торговые суда оказалась нецелесообразной. Однако специалисты указали, что этот критерий является непредставительным, поскольку он не отражает основной цели боевой задачи, которая состояла в защите торговых судов, а не в уничтожении самолетов противника. В дан-

ном случае представительным критерием эффективности было уменьшение потерь торговых судов. Оказалось, что из числа судов, атакованных самолетами, при наличии зенитных средств было потоплено 10%, а при их отсутствии — 25%. Технико-экономический анализ показал, что затраты на установку зенитных орудий полностью окупаются стоимостью сохраненных судов.

В практических исследованиях при оценке боевой эффективности образцов автоматического оружия критерий выбирают исходя из целевой направленности стрельбы. При этом обычно выделяют три группы типичных стрельб с задачами поражения одной одиночной цели, максимального числа целей и не менее заданного числа (процента) целей из группы. Способы вычисления критериев боевой эффективности в случае этих стрельб рассмотрены выше.

Выбор условий стрельбы и ее способа, при котором критерий боевой эффективности принимает наибольшее (или наименьшее*) значение, носит название оптимизации критерия. Один из случаев оптимизации рассмотрен при решении примера 2 параграфа 4.8. Сущность оптимизации свелась к тому, чтобы выбрать оптимальную длину очереди, при которой в установленное время обеспечивается максимальное значение выбранного критерия боевой эффективности — вероятности поражения.

---

* Например, если критерием боевой эффективности является математическое ожидание собственных потерь.

Глава V

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СТРЕЛЬБЫ

5.1. ЗАДАЧИ И МЕТОДИКА

Исследование эффективности стрельбы из автоматического оружия производится не только расчетными (теоретическими) способами, но и путем проведения экспериментальных (опытных) стрельб. Эти стрельбы проводятся с целью получения исходных данных для расчетов (характеристик рассеивания выстрелов, среднего необходимого числа попаданий для поражения цели и т. д.), непосредственного экспериментального сравнения конкурирующих образцов вооружения, а также для оценки точности и приемлемости различных теоретических исследований и корректировки их в случае необходимости.

Экспериментальные стрельбы, проводимые для получения исходных данных, планируются в таком объеме, чтобы необходимые параметры закона рассеивания выстрелов — центры рассеивания, дисперсии, средние квадратические или срединные отклонения, коэффициенты корреляции — были определены с требуемым уровнем надежности (со статистической достоверностью).

Экспериментальные стрельбы для непосредственной оценки эффективности стрельбы проводятся с использованием различных мишенных обстановок; их целью является определение критерия экспериментальной оценки эффективности стрельбы с необходимым уровнем надежности. В некоторых случаях экспериментальные стрельбы проводятся для решения различных частных задач, например, по определению ошибок наводки, оценке точности различных прицельных приспособлений или оценке целесообразности введения изменений в оружие с целью повышения его эффективности и т. д.

Экспериментальные исследования эффективности стрельбы требуют значительного количества материальных средств (образцов оружия, боеприпасов к ним и т. д.) и обслуживающего персо-

нала, однако они имеют большое значение в деле совершенствования автоматического вооружения.

Организация и проведение экспериментальных стрельб начинается с разработки специальной программы их проведения, выбора критерия оценки боевой эффективности и методики оценки результатов. Первым этапом планирования экспериментальных стрельб является уяснение задач исследования. Далее определяются виды стрельб, необходимые для полного решения всех поставленных задач. При этом устанавливается характер и виды целей (мишеней), число и порядок их расположения, время появления целей для обстрела, решаются другие частные вопросы, исходя из задач исследования. Для определения объема стрельб (расхода боеприпасов, количества стрелков и т. д.) необходимо использовать аппарат математической статистики (см. главу II, параграф 2.5). Поэтому программа экспериментальных стрельб должна включать следующие основные вопросы:

— цель и задачи исследований;

— перечень характеристик и критериев оценки боевой эффективности стрельбы;

— порядок и условия проведения стрельб, а также перечень частных боевых задач (характер и вид мишеней, дальности и время стрельбы и т. д.);

— объем стрельб (количество стрелков, расход боеприпасов, количество образцов оружия, число выстрелов, производимых каждым стрелком);

— порядок и последовательность выполнения частных боевых задач;

— порядок регистрации, обработки и оформления результатов стрельб;

— сведения по материально-техническому обеспечению;

— основные требования к образцам оружия и боеприпасам.

Перед проведением экспериментальных стрельб за каждым стрелком необходимо закрепить конкретные образцы оружия и дать ему произвести некоторое количество выстрелов из него. Стрелок должен знать устройство оружия, правила и приемы стрельбы.

Экспериментальные исследования обычно начинаются с приведения оружия к нормальному бою. В ходе стрельб необходимо ежедневно перед открытием огня производить проверку боя оружия с целью обеспечения однообразия его состояния.

5.2. ВИДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ СТРЕЛЬБ И КРИТЕРИИ ИХ ОЦЕНКИ

Проводятся следующие экспериментальные стрельбы:

— для определения закона рассеивания выстрелов и характеристик этого рассеивания;

— с целью оценки боевой эффективности стрельбы из одного или нескольких сравниваемых образцов оружия;

— для определения величин ошибок, сопровождающих стрельбу;

— для выявления законов поражения различных целей.

При стрельбах для непосредственной или сравнительной оценки боевой эффективности одного или нескольких образцов автоматического оружия используются два основных критерия оценки боевой эффективности: среднее число пораженных мишеней за одну стрельбу и средняя частота поражения мишени одной очередью.

Среднее число пораженных мишеней $\overline{M}$ — это величина, аналогичная математическому ожиданию числа пораженных целей:

$$\overline{M} = \frac{\sum_{i=1}^{k} M_i}{k},$$

где M_i — число пораженных мишеней за i-ю стрельбу ($i = 1, 2, 3, \ldots, k$);

k — число стрельб.

Средняя частота поражения мишени одной очередью определяется по зависимости

$$\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} M_i}{s},$$

где s — число произведенных очередей.

Средняя частота поражения — это экспериментальная характеристика, аналогичная расчетной вероятности поражения.

В качестве дополнительных критериев экспериментальной оценки боевой эффективности используются:

— средняя длина очереди как отношение израсходованных на стрельбу патронов к числу очередей;

— среднее число очередей на поражение одной мишени $\bar{s} = \frac{1}{\overline{P}}$;

— среднее количество патронов на одно попадание или одно поражение как отношение израсходованных на выполнение упражнения патронов к общему числу попаданий либо поражений.

Величина $\bar{s}$ характеризует в основном необходимое для поражения мишени время, а среднее количество патронов на одно попадание — экономичность стрельбы.

5.3. ОПЫТНЫЕ СТРЕЛЬБЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕИВАНИЯ ВЫСТРЕЛОВ

Большинство целей для автоматического оружия имеет небольшие размеры в направлении стрельбы, т. е. расположены в вертикальной плоскости. Поэтому опытному определению обычно подлежит рассеивание выстрелов в плоскости, перпендикулярной к направлению стрельбы, и стрельбы проводят по вертикальным щитам, обитым фанерой или картоном.

Размеры щита должны обеспечивать перехватывание всех пуль или снарядов при автоматической стрельбе и поэтому определяются рассеиванием выстрелов. Последнее, в свою очередь, зависит от образца оружия, условий и дальности стрельбы. Однако по опыту можно считать, что для перехватывания одной группы выстрелов достаточно иметь щит высотой и шириной 0,03—0,05D, где D — дальность стрельбы.

Обычно характеристики рассеивания пуль и снарядов до дальностей 600—800 м увеличиваются пропорционально дальности стрельбы, а коэффициенты корреляции между выстрелами остаются постоянными (при отсутствии ошибок стрельбы). Это позволяет существенно упростить организацию стрельб и проводить их на одну типичную дальность, а далее экстраполировать полученные величины по линейному закону на требуемые дальности.

Для определения характеристик рассеивания при стрельбе автоматическим огнем (очередями) необходима регистрация координат точек попадания выстрелов на щите в порядке их появления. Для этого используются два метода: окрашивание пуль в очереди фиксированной длины типографской краской различных цветов или киносъемка с необходимой частотой кадров. Первый способ проще и поэтому предпочтительнее.

В центре щита укрепляют черный круг, нижняя точка которого служит точкой прицеливания и началом координат для замера отклонений пробоин по высоте и в боковом направлении. Диаметр круга обычно равен 1,5 т. д., что обеспечивает его хорошую видимость и удобство прицеливания.

После стрельбы отклонения (координаты) пробоин измеряют и записывают с указанием порядкового номера пули (снаряда) в очереди. Дальнейшая обработка результатов стрельб производится в порядке, указанном в параграфах 2.3 и 3.4.

Как правило, при стрельбе из автоматического оружия сосредоточенным огнем рассеивание выстрелов одинаковых порядковых номеров в очереди происходит по нормальному закону. Однако композиция законов рассеивания всех выстрелов очередей может отличаться от нормального, особенно при стрельбе из неустойчивых положений. Поступать в этих случаях следует так, как указано в параграфе 3.4.

Обычно опытные стрельбы проводят не только для того, чтобы определить характеристики рассеивания, но и для сравнения двух образцов оружия или оценки целесообразности внесения каких-либо изменений в оружие (модернизация). В этом случае, однако, оценка непосредственным сравнением характеристик рассеивания не объективна, а иногда и невозможна. Это объясняется тем, что характеристик может быть несколько (например, $B_{в1}$ и $B_{б1}$ первых выстрелов, $B_в$, $B_б$, $B_{в\,стп}$, $B_{б\,стп}$ последующих выстрелов, отклонение этих от первых), причем одни из них меньше для одного образца оружия, другие — для второго. С другой стороны, эти характеристики играют не равнозначные роли в эффективности стрельбы. Поэтому представляют интерес обобщенные характеристики, позволяющие комплексно оценить рассеивание образца автоматического оружия. Две такие характеристики предложены авторами — это «эквивалентное рассеивание» и «показатель эффективности».

Положим, что ошибки всех групп одинаковы по высоте и в боковом направлении. Если они не одинаковые, то их можно заменить приведенными круговыми:

срединным отклонением рассеивания первых выстрелов

$$B_1 = \sqrt{\frac{B_{в1}^2 + B_{б1}^2}{2}};$$

срединным отклонением рассеивания последующих выстрелов

$$B = \sqrt{\frac{B_в^2 + B_б^2}{2}};$$

срединной суммарной ошибкой стрельбы

$$E_c = \sqrt{\frac{E_{cy}^2 + E_{cz}^2}{2}};$$

радиальным отклонением центра группирования последующих выстрелов от центра группирования первых

$$r_0 = \sqrt{\overline{Y}^2 + \overline{Z}^2};$$

срединной суммарной ошибкой первых выстрелов

$$E_1 = \sqrt{E_c^2 + B_1^2};$$

срединной суммарной ошибкой последующих выстрелов

$$E = \sqrt{E_c^2 + B^2}.$$

Если имеет место рассеивание центров группирования последующих выстрелов, то срединные ошибки следует включать в величину

$$B = \sqrt{\frac{B_в^2 + B^2_{в\ стп} + B_б^2 + B^2_{б\ стп}}{2}}.$$

Для определения вероятности попадания будем пользоваться приближенной формулой (3.3.21).

С учетом всего сказанного вероятность попадания очередью запишется так:

первым выстрелом

$$p_1 = \frac{s^2}{\pi} \frac{S_ц}{E_1^2}; \tag{5.3.1}$$

последующим выстрелом

$$p_п = \frac{s^2}{\pi} \frac{S_ц}{E^2} e^{-\rho^2 \frac{r_0^2}{E^2}}, \tag{5.3.2}$$

где $S_ц$ — площадь цели.

Будем считать выстрелы независимыми, тогда вероятность поражения цели (хотя бы одного попадания) очередью в n выстрелов

$$W_n = 1 - (1 - p_1)(1 - p_п)^{n-1}.$$

Так как вероятность попадания последующими выстрелами обычно достаточно мала (менее 0,2), разложим величину $(1-p_п)^{n-1}$ по степеням бинома, пренебрегая второй и более высокими степенями $p_п$. Ограничиваясь первыми двумя членами разложения, получим:

$$W_n = p_1 + (n - 1) p_п (1 - p_1).$$

Для компенсации сделанных допущений примем, что $1-p_1 \approx 1$, так как величина p_1 обычно также невелика. После этого будем иметь

$$W_n = p_1 + (n - 1) p_п. \tag{5.3.3}$$

Подставим в эту формулу значения составляющих вероятностей из уравнений (5.3.1) и (5.3.2):

$$W_n = \frac{\rho^2 S_ц}{\pi} \left[\frac{1}{E_1^2} + \frac{n-1}{E^2} e^{-\rho^2 \frac{r_0^2}{E^2}} \right]. \tag{5.3.4}$$

Выразим для удобства все линейные величины в срединных отклонениях рассеивания первых выстрелов:

$$\frac{B}{B_1} = \alpha; \quad \frac{r_0}{B_1} = \beta; \quad \frac{E_c}{B_1} = \gamma.$$

Подставив их в зависимость (5.3.4), получим

$$W_n = \frac{\rho^2 S_ц}{\pi B_1^2}\left[\frac{1}{1+\gamma^2} + \frac{n-1}{\alpha^2+\gamma^2} e^{-\frac{\rho^2\beta^2}{\alpha^2+\gamma^2}}\right]. \qquad (5.3.5)$$

Введем теперь понятие эквивалентного рассеивания. Под эквивалентным рассеиванием понимается одинаковое для всех выстрелов очереди рассеивание с центром группирования в середине цели, при котором вероятность хотя бы одного попадания будет такая же, как и для очереди с разными центрами группирования и характеристиками первых и последующих выстрелов. Если обозначить срединное отклонение эквивалентного рассеивания через $B_э$, то для вероятности хотя бы одного попадания при n выстрелах с эквивалентным рассеиванием и тех же допущениях, что и при выводе формулы (5.3.3), будем иметь:

$$W_{nэ} = n\frac{\rho^2 S_ц}{\pi(B_э^2 + E_c^2)}. \qquad (5.3.6)$$

Приравнивая на основании определения эквивалентного рассеивания правые части выражений (5.3.5) и (5.3.6), после преобразований получим

$$B_э = B_1\sqrt{n:\left(\frac{1}{1+\gamma^2}\,\frac{n-1}{\alpha^2+\gamma^2} e^{-\frac{\rho^2\beta^2}{\alpha^2+\beta^2}}\right) - \gamma^2}. \qquad (5.3.7)$$

Величина $B_э$ является комплексной, она зависит от рассеивания первых (B_1) и последующих (α) выстрелов, от смещения последующих выстрелов (β) и ошибок стрельбы (γ).

При выводе равенства (5.3.7) были сделаны три допущения: применено уравнение (3.3.21), дающее приемлемую точность только при малых вероятностях, корреляционная связь между выстрелами принята слабой и вместо точной зависимости для W использована приближенная (5.3.3). Несмотря на это, точность формулы (5.3.7) достаточно высока и пределы применимости ее широки. Это объясняется тем, что допущения были сделаны при выводе обоих выражений (5.3.5) и (5.3.6), но погрешности в обоих случаях имели примерно одинаковые величину и знак, и после приравнивания они в значительной мере компенсировали друг друга.

Точность соотношения (5.3.7) убывает по мере уменьшения α и увеличения β. При $\alpha=1{,}5 \div 2{,}0$ и $\beta=4 \div 6$ вероятности хотя бы одного попадания, вычисленные точными способами и при помощи эквивалентного рассеивания, различаются не более чем на 8,5%, что вполне приемлемо.

Для упрощения пользования формулой (5.3.7) введем функцию $\varphi(k)=ke^{-\rho^2 k}$ (см. табл. 4 приложения 5). С помощью этой функции формула (5.3.7) получает более удобный для расчета вид

$$B_э = B_1 \sqrt{\frac{n}{\frac{1}{1+\gamma^2}+\frac{n-1}{\beta^2}\varphi(k)}-\gamma^2}; \qquad (5.3.8)$$

где

$$k=\frac{\beta^2}{\alpha^2+\gamma^2}.$$

Простое объединение выстрелов без учета их влияния на вероятность поражения приводит к следующему выражению:

$$B_0 = B_1 \sqrt{\frac{1}{n}+\frac{n-1}{n}\alpha^2+\frac{n-1}{n^2}\beta^2+\gamma^2}.$$

Величина срединного отклонения $B_э$ может быть использована для качественной оценки и сравнения кучности боя различных образцов оружия или одного образца при различных условиях (например, при разных положениях для стрельбы). Однако зависимость вероятности поражения цели от рассеивания не линейна и поэтому сравнение эквивалентных срединных отклонений не может дать количественную оценку сравнительной эффективности стрельбы.

Для вывода показателя количественной оценки эффективности воспользуемся равенством (5.3.5), из которого следует, что при заданной площади цели вероятность поражения пропорциональна величине

$$W_n \approx \frac{1}{B_1^2}\left[\frac{1}{1+\gamma^2}+\frac{n-1}{\alpha^2+\gamma^2}e^{-\frac{\rho^2\beta^2}{\alpha^2+\gamma^2}}\right].$$

Так как вероятность поражения является одним из основных критериев стрельбы, то величина, ей пропорциональная, может быть принята за показатель эффективности

$$ПЭ = \frac{1}{B_1^2}\left[\frac{1}{1+\gamma^2}+\frac{n-1}{\alpha^2+\gamma^2}e^{-\frac{\rho^2\beta^2}{\alpha^2+\gamma^2}}\right] \qquad (5.3.9)$$

или, что равноценно,

$$ПЭ = \frac{1}{B_1^2}\left[\frac{1}{1+\gamma^2} + \frac{n-1}{\beta^2}\varphi(k)\right]. \qquad (5.3.10)$$

Чем больше величина *ПЭ*, тем выше эффективность стрельбы, причем эта зависимость близка к линейной. Поэтому показатель *ПЭ* может применяться для оценки и сравнения оружия. Помимо того, с помощью $B_э$ и *ПЭ* можно оценить обобщенное влияние различных характеристик на эффективность стрельбы. Однако при этом необходимо учитывать, что это оценки приближенные и для уточнения их требуется более глубокий анализ.

Пример 1. Для автоматов А и Б получены характеристики (табл. 16). Сравнить эти автоматы по кучности боя и эффективности стрельбы при средней длине очереди в 4 выстрела.

Решение. Применяя формулы (5.3.8) и (5.3.10), получим:

для автомата А

$$B_э = 1{,}24 \text{ т.д.};$$

$$ПЭ = 1{,}85;$$

для автомата Б

$$B_э = 1{,}67 \text{ т.д.};$$

$$ПЭ = 1{,}05.$$

Как видно, автомат А имеет кучность боя лучшую, чем автомат Б в $\frac{1{,}67}{1{,}24} = 1{,}35$ раза, и превосходит его по эффективности стрельбы (по показателю ПЭ) в $\frac{1{,}85}{1{,}05} = 1{,}75$ раза.

Таблица 16

Характеристики рассеивания пуль при стрельбе из автоматов

Вид характеристики	Тип автомата	
	А	Б
B_1	0,55	0,70
B	1,5	2,1
r_0	1,9	3,0
E_c	0,8	1,0

Примечание. Все данные приведены в угловых величинах т.д.

Пример 2. Для автомата А (см. пример 1) оказалось возможным путем конструктивных мероприятий устранить разноцентрие, т. е. совместить центры группирования последующих и первых выстрелов. При этом рассеивание первых выстрелов увеличилось на 10%. Целесообразно ли введение этих мероприятий для эффективности стрельбы и насколько она повысится?

Решение. Применив формулы (5.3.7) и (5.3.9) для $B_1 = 1{,}1 \cdot 0{,}55 \approx 0{,}6$ и $r_0 = 0$, получим: $B_э = 1{,}15$ т. д.; ПЭ = 2,04. Предлагаемые мероприятия целесообразны, так как эквивалентное рассеивание в результате их применения уменьшается в $\frac{1{,}24}{1{,}15} = 1{,}08$ раза, а показатель эффективности увеличивается в $\frac{2{,}04}{1{,}85} = 1{,}10$ раза.

5.4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СТРЕЛЬБЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ СТРЕЛЬБЫ

Экспериментальные стрельбы для оценки эффективности стрельбы проводятся на различных этапах разработки автоматического оружия. Так как результаты этих стрельб во многом зависят от условий их проведения, то они, как правило, носят сравнительный характер. К числу таких условий относятся видимость мишеней, метеорологическая обстановка, точность приведения оружия к нормальному бою, а для индивидуального оружия - еще и психофизиологическое состояние стрелка. Сравнительность должна выдерживаться весьма строго, иначе возможно получение несопоставимых результатов.

Для проведения стрельб разрабатывают упражнения («боевые задачи»), которые отражают этап какой-нибудь тактической задачи (например, «автоматчик отражает атаку противника» или «пулемет ведет огонь по огневой точке»). В описании упражнения предусматриваются мишенная обстановка (количество и вид мишеней), время появления мишеней и дальности стрельбы, порядок ведения огня (длина очереди, примерное число очередей по каждой мишени и т. д.), положение для стрельбы, установки прицела и т. д. Указываются также нормы расхода патронов по их номенклатурам, количество повторений упражнения и число привлекаемых образцов оружия.

При выполнении каждого упражнения фиксируются числа пораженных мишеней, попаданий в них и произведенных очередей, а также количество израсходованных патронов. В некоторых случаях фиксируются временные показатели: время прицеливания и наводки оружия в цель, время на производство одной очереди, время на выполнение частной боевой задачи (упражнения).

После выполнения всех упражнений определяются суммарные значения показателей эффективности стрельбы и вычисляются основные критерии экспериментальной оценки ее. Далее по полученным критериям производится качественная и количественная сравнительная оценка боевой эффективности конкурирующих образцов оружия и обоснование по выбору оптимального варианта. При оценке образцов используют методы, описанные в главе II.

Для проведения стрельб применяются автоматические неподвижные и движущиеся мишени.

Автоматическая мишень представляет собой электромеханическое устройство, управляющее фанерной мишенью, которая закрепляется на специальном рычаге. По команде с пульта управления мишень показывается (поднимается над уровнем грунта) или падает (скрывается). При попадании пули в мишень с помощью специального датчика разрывается электрическая цепь и мишень падает. Вся электромеханическая часть мишени монтируется в металлической герметичной коробке и прячется в грунте

Движущиеся мишени представляют собой те же автоматические мишени, установленные на специальной платформе (тележке), которая перемещается по рельсам. В конце и начале рельсового пути имеются лебедки, связанные сматывающимся тросом с платформой. По команде с пульта управления начинает работать одна из лебедок, и платформа перемещается в одном направлении. Во время движения мишени могут показываться или падать (от попадания пули или по команде).

При выполнении экспериментальных стрельб автоматические мишени могут повторно показываться в двух режимах — все мишени или только непораженные.

При проведении стрельб следует неукоснительно соблюдать общие правила безопасности, принятые на стрельбище (полигоне). Дополнительные правила предусматриваются в программе проведения стрельб.

ТАБЛИЦЫ ФУНКЦИЙ ЛАПЛАСА

Таблица 1

Значения функций Лапласа

$$\Phi(y) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^y e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$
0,00	0,00000	0,21	0,16633	0,42	0,32552	0,63	0,47131
0,01	0,00798	0,22	0,17413	0,43	0,33280	0,64	0,47783
0,02	0,01596	0,23	0,18191	0,44	0,34006	0,65	0,48431
0,03	0,02393	0,24	0,18967	0,45	0,34729	0,66	0,49075
0,04	0,03191	0,25	0,19741	0,46	0,35448	0,67	0,49714
0,05	0,03988	0,26	0,20514	0,47	0,36164	0,68	0,50350
0,06	0,04784	0,27	0,21284	0,48	0,36877	0,69	0,50981
0,07	0,05581	0,28	0,22052	0,49	0,37587	0,70	0,51607
0,08	0,06376	0,29	0,22818	0,50	0,38292	0,71	0,52230
0,09	0,07171	0,30	0,23582	0,51	0,38995	0,72	0,52848
0,10	0,07966	0,31	0,24344	0,52	0,39694	0,73	0,53461
0,11	0,08759	0,32	0,25103	0,53	0,40389	0,74	0,54070
0,12	0,09552	0,33	0,25860	0,54	0,41080	0,75	0,54675
0,13	0,10343	0,34	0,26614	0,55	0,41768	0,76	0,55275
0,14	0,11134	0,35	0,27366	0,56	0,42452	0,77	0,55870
0,15	0,11924	0,36	0,28115	0,57	0,43132	0,78	0,56461
0,16	0,12712	0,37	0,28862	0,58	0,43809	0,79	0,57047
0,17	0,13499	0,38	0,29605	0,59	0,44481	0,80	0,57629
0,18	0,14285	0,39	0,30346	0,60	0,45149	0,81	0,58206
0,19	0,15069	0,40	0,31084	0,61	0,45814	0,82	0,58778
0,20	0,15852	0,41	0,31819	0,62	0,46474	0,83	0,59346

y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$
0,84	0,59909	1,20	0,76986	1,56	0,88124	1,92	0,94514
0,85	0,60468	1,21	0,77372	1,57	0,88358	1,93	0,94639
0,86	0,61021	1,22	0,77754	1,58	0,88589	1,94	0,94762
0,87	0,61570	1,23	0,78130	1,59	0,88817	1,95	0,94882
0,88	0,62114	1,24	0,78502	1,60	0,89040	1,96	0,95000
0,89	0,62653	1,25	0,78870	1,61	0,89260	1,97	0,95116
0,90	0,63188	1,26	0,79233	1,62	0,89477	1,98	0,95230
0,91	0,63718	1,27	0,79592	1,63	0,89690	1,99	0,95341
0,92	0,64243	1,28	0,79945	1,64	0,89899	2,00	0,95450
0,93	0,64763	1,29	0,80295	1,65	0,90106	2,01	0,95557
0,94	0,65278	1,30	0,80640	1,66	0,90309	2,02	0,95662
0,95	0,65789	1,31	0,80980	1,67	0,90508	2,03	0,95764
0,96	0,66294	1,32	0,81316	1,68	0,90704	2,04	0,95865
0,97	0,66795	1,33	0,81648	1,69	0,90897	2,05	0,95964
0,98	0,67291	1,34	0,81975	1,70	0,91087	2,06	0,96060
0,99	0,67783	1,35	0,82298	1,71	0,91273	2,07	0,96155
1,00	0,68269	1,36	0,82617	1,72	0,91457	2,08	0,96247
1,01	0,68750	1,37	0,82931	1,73	0,91637	2,09	0,96338
1,02	0,69227	1,38	0,83241	1,74	0,91814	2,10	0,96427
1,03	0,69699	1,39	0,83547	1,75	0,91988	2,11	0,96514
1,04	0,70166	1,40	0,83849	1,76	0,92159	2,12	0,96599
1,05	0,70628	1,41	0,84146	1,77	0,92327	2,13	0,96683
1,06	0,71086	1,42	0,84439	1,78	0,92492	2,14	0,96765
1,07	0,71538	1,43	0,84728	1,79	0,92655	2,15	0,96844
1,08	0,71986	1,44	0,85013	1,80	0 92814	2,16	0,96923
1,09	0,72429	1,45	0,85294	1,81	0,92970	2,17	0,96999
1,10	0,72867	1,46	0,85571	1,82	0,93134	2,18	0,97074
1,11	0,73300	1,47	0,85844	1,83	0,93275	2,19	0,97148
1,12	0,73729	1,48	0,86113	1,84	0,93423	2,20	0,97219
1,13	0,74152	1,49	0,86378	1,85	0,93569	2,21	0,97289
1,14	0,74571	1,50	0,86639	1,86	0,93711	2,22	0,97358
1,15	0,74986	1,51	0,86696	1,87	0,93852	2,23	0,97425
1,16	0,75395	1,52	0,87149	1,88	0,93989	2,24	0,97491
1,17	0,75800	1,53	0,87398	1,89	0,94124	2,25	0,97555
1,18	0,76200	1,54	0,87644	1,90	0,94257	2,26	0,97618
1,19	0,76595	1,55	0,87886	1,91	0,94387	2,27	0,97679

Продолжение табл. I

y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$
2,28	0,97739	2,64	0,99171	3,00	0,99730	3,36	0,99922
2,29	0,97798	2,65	0,99195	3,01	0,99739	3,37	0,99925
2,30	0,97855	2,66	0,99219	3,02	0,99747	3,38	0,99928
2,31	0,97911	2,67	0,99241	3,03	0,99755	3,39	0,99930
2,32	0,97966	2,68	0,99263	3,04	0,99763	3,40	0,99933
2,33	0,98019	2,69	0,99285	3,05	0,99771	3,41	0,99935
2,34	0,98072	2,70	0,99307	3,06	0,99779	3,42	0,99937
2,35	0,98123	2,71	0,99327	3,07	0,99786	3,43	0,99940
2,36	0,98172	2,72	0,99347	3,08	0,99793	3,44	0,99942
2,37	0,98221	2,73	0,99367	3,09	0,99800	3,45	0,99944
2,38	0,98269	2,74	0,99386	3,10	0,99806	3,46	0,99946
2,39	0,98315	2,75	0,99405	3,11	0,99813	3,47	0,99948
2,40	0,98360	2,76	0,99422	3,12	0,99819	9,48	0,99950
2,41	0,98405	2,77	0,99439	3,13	0,99825	3,49	0,99952
2,42	0,98448	2,78	0,99456	3,14	0,99831	3,50	0,99953
2,43	0,98490	2,79	0,99473	3,15	0,99837	3,51	0,99955
2,44	0,98531	2,80	0,99489	3,16	0,99842	3,52	0,99957
2,45	0,98571	2,81	0,99505	3,17	0,99848	3,53	0,99958
2,46	0,98611	2,82	0,99520	3,18	0,99853	3,54	0,99960
2,47	0,98649	2,83	0,99535	3,19	0,99858	3,55	0,99961
2,48	0,98686	2,84	0,99549	3,20	0,99863	3,56	0,99963
2,49	0,98723	2,85	0,99563	3,21	0,99867	3,57	0,99964
2,50	0,98758	2,86	0,99576	3,22	0,99872	3,58	0,99966
2,51	0,98793	2,87	0,99590	3,23	0,99876	3,59	0,99971
2,52	0,98826	2,88	0,99602	3,24	0,99880	3,60	0,99968
2,53	0,98859	2,89	0,99615	3,25	0,99885	3,61	0,99969
2,54	0,98891	2,90	0,99627	3,26	0,99889	3,62	0,99971
2,55	0,98923	2,91	0,99639	3,27	0,99892	3,63	0,99972
2,56	0,98953	2,92	0,99650	3,28	0,99896	3,64	0,99973
2,57	0,98983	2,93	0,99661	3,29	0,99900	3,65	0,99974
2,58	0,99012	2,94	0,99672	3,30	0,99903	3,66	0,99975
2,59	0,99040	2,95	0,99682	3,31	0,99907	3,67	0,99976
2,60	0,99068	2,96	0,99692	3,32	0,99910	3,68	0,99977
2,61	0,99095	2,97	0,99702	3,33	0,99913	3,69	0,99978
2,62	0,99121	2,98	0,99712	3,34	0,99916	3,70	0,99978
2,63	0,99146	2,99	0,99721	3,35	0,99919	3,71	0,99979

Окончание табл. 1

y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$
3,72	0,99980	3,83	0,99987	3,94	0,99992	4,13	0,99996
3,73	0,99981	3,84	0,99988	3,95	0,99992	4,14	0,99997
3,74	0,99982	3,85	0,99988	3,96	0,99992	4,21	0,99997
3,75	0,99982	3,86	0,99989	3,97	0,99993	4,22	0,99998
3,76	0,99983	3,87	0,99989	3,98	0,99993	4,23	0,99998
3,77	0,99984	3,88	0,99990	3,99	0,99993	4,33	0,99999
3,78	0,99984	3,89	0,99990	4,00	0,99994	4,56	0,999995
3,79	0,99985	3,90	0,99990	4,03	0,99994	5,00	0,999999
3,80	0,99986	3,91	0,99991	4,04	0,99995		
3,81	0,99986	3,92	0,99991	4,07	0,99995		
3,82	0,99987	3,93	0,99992	4,08	0,99996		

Таблица 2

Значения приведенной функции Лапласа

$$\widehat{\Phi}(x) = \frac{2\rho}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\rho^2 t^2}\, dt$$

x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ	x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ	x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ
0,00	0,0000	538	0,14	0,07523	536	0,28	0,14980	528
0,01	0,00538	538	0,15	0,08059	535	0,29	0,15508	527
0,02	0,01076	538	0,16	0,08594	535	0,30	0,16035	527
0,03	0,01614	538	0,17	0,09129	534	0,31	0,16562	526
0,04	0,02152	538	0,18	0,09663	534	0,32	0,17088	526
0,05	0,02690	538	0,19	0,10197	534	0,33	0,17614	524
0,06	0,03228	538	0,20	0,10731	533	0,34	0,18138	524
0,07	0,03766	537	0,21	0,11264	532	0,35	0,18662	523
0,08	0,04303	537	0,22	0,11796	532	0,36	0,19185	522
0,09	0,04840	537	0,23	0,12328	532	0,37	0,19707	522
0,10	0,05377	537	0,24	0,12860	531	0,38	0,20229	520
0,11	0,05914	537	0,25	0,13391	530	0,39	0,20749	519
0,12	0,06451	536	0,26	0,13921	530	0,40	0,21268	519
0,13	0,06987	536	0,27	0,14451	529	0,41	0,21787	517

Продолжение табл. 2

x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ	x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ	x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ
0,42	0,22304	517	0,78	0,40118	468	1,14	0,55806	399
0,43	0,22821	515	0,79	0,40586	466	1,15	0,56205	397
0,44	0,23336	515	0,80	0,41052	465	1,16	0,56602	396
0,45	0,23851	513	0,81	0,41517	462	1,17	0,56998	393
0,46	0,24364	512	0,82	0,41979	461	1,18	0,57391	391
0,47	0,24876	512	0,83	0,42440	459	1,19	0,57782	389
0,48	0,25388	510	0,84	0,42899	458	1,20	0,58171	387
0,49	0,25898	509	0,85	0,43357	456	1,21	0,58558	384
0,50	0,26407	508	0,86	0,43813	454	1,22	0,58942	383
0,51	0,26915	506	0,87	0,44267	452	1,23	0,59325	380
0,52	0,27421	506	0,88	0,44719	450	1,24	0,59705	378
0,53	0,27927	504	0,89	0,45169	449	1,25	0,60083	377
0,54	0,28431	503	0,90	0,45618	446	1,26	0,60460	373
0,55	0,28934	502	0,91	0,46064	445	1,27	0,60833	372
0,56	0,29436	500	0,92	0,46509	443	1,28	0,61205	370
0,57	0,29936	499	0,93	0,46952	441	1,29	0,61575	367
0,58	0,30435	498	0,94	0,47393	439	1,30	0,61942	366
0,59	0,30933	497	0,95	0,47832	438	1,31	0,62308	363
0,60	0,31430	495	0,96	0,48270	435	1,32	0,62671	361
0,61	0,31925	494	0,97	0,48705	434	1,33	0,63032	359
0,62	0,32419	492	0,98	0,49139	431	1,34	0,63391	356
0,63	0,32911	491	0,99	0,49570	430	1,35	0,63747	355
0,64	0,33402	490	1,00	0,50000	428	1,36	0,64102	352
0,65	0,33892	488	1,01	0,50428	425	1,37	0,64454	350
0,66	0,34380	486	1,02	0,50853	424	1,38	0,64804	348
0,67	0,34866	485	1,03	0,51277	422	1,39	0,65152	346
0,68	0,35351	484	1,04	0,51699	420	1,40	0,65498	343
0,69	0,35835	482	1,05	0,52119	418	1,41	0,65841	341
0,70	0,36317	481	1,06	0,52537	415	1,42	0,66182	339
0,71	0,36798	479	1,07	0,52952	414	1,43	0,66521	337
0,72	0,37277	478	1,08	0,53366	412	1,44	0,66858	335
0,73	0,37755	476	1,09	0,53778	410	1,45	0,67193	333
0,74	0,38231	474	1,10	0,54188	407	1,46	0,67526	330
0,75	0,38705	473	1,11	0,54595	406	1,47	0,67856	328
0,76	0,39178	471	1,12	0,55001	403	1,48	0,68184	326
0,77	0,39649	469	1,13	0,55404	402	1,49	0,68510	323

x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ	x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ	x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ
1,50	0,68833	322	1,86	0,79036	244	2,22	0,86570	175
1,51	0,69155	319	1,87	0,79280	242	2,23	0,86745	172
1,52	0,69474	314	1,88	0,79522	239	2,24	0,86917	171
1,53	0,69791	315	1,89	0,79761	238	2,25	0,87088	170
1,54	0,70106	313	1,90	0,79999	236	2,26	0,87258	167
1,55	0,70419	310	1,91	0,80235	234	2,27	0,87425	166
1,56	0,70729	309	1,92	0,80469	231	2,28	0,77591	164
1,57	0,71038	306	1,93	0,80700	230	2,29	0,87755	163
1,58	0,71344	304	1,94	0,80930	228	2,30	0,87918	160
1,59	0,71648	301	1,95	0,81158	225	2,31	0,88078	159
1,60	0,71945	300	1,96	0,81383	224	2,32	0,88237	158
1,61	0,72249	297	1,97	0,81607	221	2,33	0,88395	155
1,62	0,72546	295	1,98	0,81828	220	2,34	0,88550	154
1,63	0,72841	293	1,99	0,82048	218	2,35	0,88704	153
1,64	0,73134	291	2,00	0,82266	215	2,36	0,88857	151
1,65	0,73425	289	2,01	0,82481	214	2,37	0,89008	149
1,66	0,73714	286	2,02	0,82695	212	2,38	0,89152	147
1,67	0,74000	285	2,03	0,82907	210	2,39	0,89304	146
1,68	0,74285	282	2,04	0,83117	207	2,40	0,89450	145
1,69	0,74567	280	2,05	0,83324	206	2,41	0,89595	143
1,70	0,74847	277	2,06	0,83530	204	2,42	0,89738	141
1,71	0,75124	276	2,07	0,83734	202	2,43	0,89849	140
1,72	0,75400	274	2,08	0,83936	201	2,44	0,90019	138
1,73	0,75674	271	2,09	0,84137	198	2,45	0,90157	136
1,74	0,75945	269	2,10	0,84335	196	2,46	0,90293	135
1,75	0,76214	267	2,11	0,84531	196	2,47	0,90428	134
1,76	0,76481	265	2,12	0,84726	193	2,48	0,90562	132
1,77	0,76746	263	2,13	0,84919	190	2,49	0,90694	131
1,78	0,77009	261	2,14	0,85109	189	2,50	0,90825	129
1,79	0,77270	258	2,15	0,85298	188	2,51	0,90954	128
1,80	0,77528	257	2,16	0,85486	185	2,52	0,91082	126
1,81	0,77785	254	2,17	0,85671	183	2,53	0,91208	124
1,82	0,78039	252	2,18	0,85854	182	2,54	0,91332	124
1,83	0,78291	251	2,19	0,86036	180	2,55	0,91456	122
1,84	0,78542	248	2,20	0,86216	178	2,56	0,91578	120
1,85	0,78790	246	2,21	0,86394	176	2,57	0,91698	119

Продолжение табл. 2

x	$\widehat{\Phi}(y)$	Δ	x	$\widehat{\Phi}(y)$	Δ	x	$\widehat{\Phi}(y)$	Δ
2,58	0,91817	118	2,94	0,95263	75	3,30	0,97397	45
2,59	0,91935	116	2,95	0,95338	74	3,31	0,97442	44
2,60	0,92051	115	2,96	0,95412	73	3,32	0,97486	44
2,61	0,92166	114	2,97	0,95485	72	3,33	0,97530	43
2,62	0,92280	112	2,98	0,95557	71	3,34	0,97573	42
2,63	0,92392	111	2,99	0,95628	70	3,35	0,97615	42
2,64	0,92503	110	3,00	0,95698	69	3,36	0,97657	41
2,65	0,92613	108	3,01	0,95767	68	3,37	0,97698	40
2,66	0,92721	107	3,02	0,95835	67	3,38	0,87738	40
2,67	0,92828	106	3,03	0,95902	66	3,39	0,97778	39
2,68	0,92934	104	3,04	0,95968	65	3,40	0,97817	38
2,69	0,93038	103	3,05	0,96033	65	3,41	0,97855	38
2,70	0,93141	102	3,06	0,96098	63	3,42	0,97893	37
2,71	0,93243	101	3,07	0,96161	63	3,43	0,97930	37
2,72	0,93344	99	3,08	0,96224	62	3,44	0,97967	36
2,73	0,93443	98	3,09	0,96286	60	3,45	0,98003	36
2,74	0,93541	97	3,10	0,96346	60	3,46	0,98039	35
2,75	0,93638	96	3,11	0,96406	60	3,47	0,98074	35
2,76	0,93734	94	3,12	0,96466	58	3,48	0,98109	34
2,77	0,93828	94	3,13	0,96524	58	3,49	0,98143	33
2,78	0,93922	92	3,14	0,96582	56	3,50	0,98176	33
2,79	0,94014	91	3,15	0,96638	56	3,51	0,98209	32
2,80	0,94105	90	3,16	0,96694	55	3,52	0,98241	32
2,81	0,94195	89	3,17	0,96749	55	3,53	0,98273	31
2,82	0,94284	87	3,18	0,96804	53	3,54	0,98304	31
2,83	0,94371	87	3,19	0,96857	53	3,55	0,98335	30
2,84	0,94458	85	3,20	0,96910	52	3,56	0,98365	30
2,85	0,94543	84	3,21	0,96962	51	3,57	0,98395	29
2,86	0,94627	84	3,22	0,97013	51	3,58	0,98424	29
2,87	0,94711	82	3,23	0,97064	50	3,59	0,98453	29
2,88	0,94793	81	3,24	0,97114	49	3,60	0,98482	28
2,89	0,94874	80	3,25	0,27163	48	3,61	0,98510	28
2,90	0,94954	79	3,26	0,97211	48	3,62	0,98538	27
2,91	0,95033	78	3,27	0,97259	47	3,63	0,98565	27
2,92	0,95111	76	3,28	0,97306	46	3,64	0,98592	26
2,93	0,95187	76	3,29	0,97352	45	3,65	0,98618	26

x	$\widehat{\Phi}(y)$	Δ	x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ	x	$\widehat{\Phi}(x)$	Δ
3,66	0,98644	25	3,88	0,99113	17	5,00	0,999255	163
3,67	0,98669	25	3,89	0,99130	17	5,10	0,999418	129
3,68	0,98694	25	3,90	0,99147	17	5,20	0,999547	102
3,69	0,98719	24	3,91	0,99164	17	5,30	0,999649	81
3,70	0,98743	24	3,92	0,99181	16	5,40	0,999730	62
3,71	0,98767	23	3,93	0,99197	16	5,50	0,999792	49
3,72	0,98790	23	3,94	0,99213	16	5,60	0,999841	38
3,73	0,98813	23	3,95	0,99229	15	5,70	0,999879	29
3,74	0,98836	22	3,96	0,99244	15	5,80	0,999908	23
3,75	0,98858	22	3,97	0,99259	15	5,90	0,999931	17
3,76	0,98880	21	3,98	0,99274	14	6,00	0,999948	13
3,77	0,98901	21	3,99	0,99288	14	6,10	0,999961	10
3,78	0,98922	20	4,00	0,99302	129	6,20	0,999971	7
3,79	0,98942	20	4,10	0,99431	108	6,30	0,999978	6
3,80	0,98962	20	4,20	0,99539	88	6,40	0,999984	4
3,81	0,98982	20	4,30	0,99627	73	6,50	0,999988	3
3,82	0,99002	19	4,40	0,99700	60	6,60	0,999991	2
3,83	0,99021	19	4,50	0,99760	48	6,70	0,999993	2
3,84	0,99040	19	4,60	0,99808	40	6,80	0,999995	1
3,85	0,99059	18	4,70	0,99848	31	6,90	0,999996	1
3,86	0,99077	18	4,80	0,99879	26	7,00	0,999997	—
3,87	0,99095	18	4,90	0,99905	21			

ЗНАЧЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ

Таблица 1

Значения $\overline{t_q}$ для критерия Н. В. Смирнова

n	Уровень значимости q		
	0,075	0,050	0,025
3	1,15	1,15	1,15
4	1,44	1,46	1,48
5	1,64	1,67	1,72
6	1,77	1,82	1,89
7	1,88	1,94	2,02
8	1,96	2,03	2,13
9	2,04	2,11	2,21
10	2,10	2,18	2,29
11	2,14	2,23	2,36
12	2,20	2,29	2,45
13	2,24	2,33	2,47
14	2,28	2,37	2,50
15	2,32	2,41	2,55
16	2,35	2,44	2,58
17	2,38	2,48	2,62
18	2,41	2,50	2,66
19	2,42	2,53	2,68
20	2,46	2,56	2,71

Таблица 2

Табличные значения t_q — критерия Стьюдента

n	Уровень значимости q	
	0,05	0,01
1	12,71	63,66
2	4,303	9,925
3	3,182	5,841
4	2,776	4,604
5	2,571	4,032
6	2,447	3,707
7	2,365	3,499
8	2,306	3,355
9	2,262	3,250
10	2,228	3,169
20	2,086	2,845
30	2,042	2,750
40	2,021	2,704
50	2,009	2,678
100	1,984	2,626
200	1,972	2,601
500	1,965	2,586

Значения критерия F_q (Фишера) для уровня значимости $q=0{,}05$

m_2	Степень свободы m_1									
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,00	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,52
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	—

Значения функции $f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3951	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1479	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0989	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0833	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0694	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0573	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0468	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0379	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0303	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0241	0229
2,4	0224	0219	0213	0203	0203	0198	0194	0189	0189	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0147	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0113	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0086	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0065	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0048	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0036	0034
4,0	0001	0001	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

Таблица 5

Значения критерия Пирсона $\overline{\chi^2}$

Число степеней свободы m	Уровень значимости α			
	0,10	0,05	0,02	0,01
1	2,7	3,8	5,4	6,6
2	4,6	6,0	7,8	9,2
3	6,3	7,8	9,8	11,3
4	7,8	9,5	11,7	13,3
5	9,2	11,1	13,4	15,1
6	10,6	12,6	15,0	16,8
7	12,0	14,1	16,6	18,5
8	13,4	15,5	18,2	20,1
9	14,7	16,9	19,7	21,7
10	16,0	18,3	21,2	23,2
11	17,3	19,7	22,6	24,7
12	18,5	21,0	24,1	26,2
13	19,8	22,4	25,5	27,7
14	21,1	23,7	26,9	29,1
15	22,3	25,0	28,3	30,6
16	23,5	26,3	29,6	32,0
17	24,8	27,6	31,0	33,4
18	26,0	28,9	32,3	34,8
19	27,2	30,1	33,7	36,2
20	28,4	31,4	35,0	37,6
21	29,6	32,7	36,3	38,9
22	30,8	33,9	37,7	40,3
23	32,0	35,2	39,0	41,6
24	33,2	36,4	40,3	43,0
25	34,4	37,7	41,6	44,3
30	40,3	43,8	48,0	50,9

Таблица 6

Критерий λ А. Н. Колмогорова

λ	$P(\lambda)$
0,30	1,0000
0,35	0,9997
0,40	0,9972
0,45	0,9874
0,50	0,9639
0,55	0,9228
0,60	0,8643
0,70	0,7112
0,75	0,6272
0,80	0,5441
0,85	0,4653
0,90	0,3927
0,95	0,3275
1,00	0,2700
1,10	0,1777
1,20	0,1122
1,30	0,0681
1,40	0,0397
1,50	0,0222
1,60	0,0120
1,70	0,0062
1,90	0,0015
2,00	0,0007
2,10	0,0003
2,20	0,0001
2,30	0,0001
2,40	0,0000

Таблица 7

Значения обратных функций Лапласа для нахождения доверительного интервала

β	$\Phi^{-1}(\beta)$	$\widehat{\Phi}^{-1}(\beta)$	β	$\Phi^{-1}(\beta)$	$\widehat{\Phi}^{-1}(\beta)$
0,75	1,150	1,705	0,88	1,554	2,304
0,76	1,175	1,742	0,89	1,597	2,368
0,77	1,200	1,779	0,90	1,643	2,436
0,78	1,226	1,818	0,91	1,694	2,511
0,79	1,254	1,859	0,92	1,750	2,595
0,80	1,282	1,901	0,93	1,810	2,683
0,81	1,310	1,942	0,94	1,880	2,787
0,82	1,340	1,987	0,95	1,960	2,906
0,83	1,371	2,033	0,96	2,053	3,044
0,84	1,404	2,082	0,97	2,169	3,216
0,85	1,439	2,133	0,98	2,325	3,447
0,86	1,475	2,187	0,99	2,576	3,819
0,87	1,513	2,243	0,999	3,290	4,878

ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПОПАДАНИЯ

Таблица 1

Значения функции $P_k = 1 - e^{-\rho^2 k^2}$

k	$P_к$	Δ	k	$P_к$	Δ	k	$P_к$	Δ
0	0	227	1,7	0,48187	3965	3,4	0,92790	1047
0,1	0,00227	679	1,8	0,52152	3862	3,5	0,93837	919
0,2	0,00906	1120	1,9	0,56014	3734	3,6	0,94756	802
0,3	0,02026	1548	2,0	0,59748	3584	3,7	0,95558	697
0,4	0,03574	1954	2,1	0,63332	3417	3,8	0,96255	602
0,5	0,05528	2334	2,2	0,66749	3235	3,9	0,96857	517
0,6	0,07862	2685	2,3	0,69984	3043	4,0	0,97374	442
0,7	0,10547	3001	2,4	0,73027	2845	4,1	0,97816	375
0,8	0,13548	3279	2,5	0,75872	2643	4,2	0,98191	318
0,9	0,16827	3518	2,6	0,78515	2440	4,3	0,98509	268
1,0	0,20345	3716	2,7	0,80955	2240	4,4	0,98777	224
1,1	0,24061	3871	2,8	0,83195	2043	4,5	0,99001	187
1,2	0,27932	3984	2,9	0,85238	1854	4,6	0,99188	155
1,3	0,31916	4055	3,0	0,87092	1673	4,7	0,99343	127
1,4	0,35971	4088	3,1	0,88765	1500	4,8	0,99470	105
1,5	0,40059	4081	3,2	0,90265	1338	4,9	0,99575	86
1,6	0,44140	4047	3,3	0,91603	1887	5,0	0,99661	66

Таблица 7

Значения вероятностей попадания в фигурную цель

P_1	Коэффициент фигурности $k_ф$									
	0,50	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,0
0,01	0,005	0,006	0,006	0,007	0,008	0,008	0,009	0,009	0,009	0,010
0,02	0,010	0,012	0,013	0,014	0,015	0,016	0,017	0,018	0,019	0,020
0,03	0,015	0,018	0,019	0,021	0,022	0,024	0,025	0,027	0,028	0,030
0,04	0,020	0,024	0,026	0,028	0,030	0,032	0,034	0,036	0,038	0,040
0,05	0,025	0,030	0,032	0,035	0,037	0,040	0,042	0,045	0,047	0,050
0,06	0,030	0,036	0,039	0,042	0,045	0,048	0,051	0,054	0,057	0,060
0,07	0,035	0,042	0,045	0,049	0,052	0,056	0,059	0,063	0,066	0,070
0,08	0,040	0,048	0,052	0,056	0,060	0,064	0,068	0,072	0,076	0,080
0,09	0,047	0,055	0,058	0,063	0,067	0,072	0,076	0,081	0,085	0,090
0,10	0,054	0,062	0,065	0,070	0,075	0,080	0,085	0,090	0,095	0,100
0,11	0,061	0,069	0,071	0,077	0,082	0,088	0,093	0,099	0,104	0,110
0,12	0,068	0,076	0,078	0,084	0,090	0,096	0,102	0,108	0,114	0,120
0,13	0,074	0,083	0,085	0,092	0,097	0,104	0,110	0,117	0,123	0,130
0,14	0,080	0,090	0,092	0,100	0,105	0,112	0,119	0,126	0,133	0,140
0,15	0,086	0,097	0,100	0,108	0,113	0,120	0,127	0,135	0,142	0,150
0,16	0,092	0,104	0,107	0,116	0,121	0,128	0,136	0,144	0,152	0,160
0,17	0,098	0,111	0,115	0,124	0,129	0,137	0,144	0,153	0,161	0,170
0,18	0,104	0,118	0,122	0,132	0,137	0,145	0,153	0,162	0,171	0,180
0,19	0,110	0,125	0,130	0,140	0,145	0,154	0,162	0,171	0,180	0,190
0,20	0,116	0,132	0,137	0,148	0,152	0,162	0,171	0,181	0,190	0,200
0,21	0,122	0,139	0,145	0,156	0,161	0,171	0,180	0,190	0,200	0,210
0,22	0,128	0,146	0,152	0,164	0,169	0,179	0,189	0,200	0,210	0,220
0,23	0,134	0,153	0,160	0,172	0,178	0,187	0,198	0,209	0,220	0,230
0,24	0,140	0,160	0,167	0,180	0,186	0,196	0,207	0,219	0,230	0,240
0,25	0,146	0,167	0,175	0,188	0,195	0,204	0,216	0,228	0,240	0,250
0,26	0,156	0,174	0,183	0,196	0,203	0,213	0,223	0,238	0,260	0,260
0,27	0,158	0,181	0,190	0,204	0,212	0,221	0,234	0,247	0,260	0,270
0,28	0,164	0,188	0,198	0,212	0,220	0,230	0,243	0,257	0,270	0,280
0,29	0,170	0,195	0,205	0,220	0,229	0,238	0,252	0,266	0,280	0,290
0,30	0,176	0,202	0,213	0,228	0,237	0,247	0,261	0,276	0,290	0,300
0,31	0,182	0,209	0,220	0,236	0,246	0,256	0,270	0,285	0,300	0,310
0,32	0,188	0,216	0,228	0,244	0,254	0,265	0,276	0,295	0,310	0,320
0,33	0,194	0,223	0,235	0,252	0,263	0,274	0,288	0,304	0,320	0,330
0,34	0,200	0,230	0,243	0,260	0,271	0,283	0,297	0,314	0,330	0,340

Продолжение табл. 2

P_1	Коэффициент фигурности $k_ф$									
	0,50	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,0
0,35	0,206	0,237	0,250	0,268	0,280	0,292	0,306	0,323	0,340	0,350
0,36	0,212	0,244	0,258	0,276	0,288	0,301	0,315	0,333	0,350	0,360
0,37	0,218	0,251	0,265	0,284	0,297	0,310	0,324	0,342	0,360	0,370
0,38	0,224	0,258	0,272	0,292	0,305	0,319	0,333	0,352	0,370	0,380
0,39	0,230	0,265	0,280	0,300	0,314	0,328	0,342	0,361	0,380	0,390
0,40	0,236	0,272	0,288	0,308	0,322	0,337	0,351	0,371	0,390	0,400
0,41	0,242	0,279	0,296	0,316	0,331	0,346	0,360	0,380	0,400	0,410
0,42	0,248	0,286	0,304	0,324	0,339	0,355	0,370	0,390	0,410	0,420
0,43	0,254	0,293	0,312	0,332	0,348	0,364	0,379	0,399	0,420	0,430
0,44	0,260	0,300	0,320	0,340	0,356	0,373	0,389	0,409	0,430	0,440
0,45	0,266	0,307	0,328	0,348	0,365	0,382	0,398	0,418	0,440	0,450
0,46	0,272	0,314	0,336	0,356	0,373	0,391	0,408	0,428	0,450	0,460
0,47	0,280	0,322	0,344	0,364	0,382	0,400	0,417	0,438	0,460	0,470
0,48	0,288	0,330	0,352	0,372	0,390	0,409	0,427	0,448	0,470	0,480
0,49	0,298	0,339	0,360	0,380	0,399	0,418	0,436	0,458	0,480	0,490
0,50	0,308	0,348	0,368	0,388	0,407	0,427	0,446	0,468	0,490	0,500
0,51	0,318	0,357	0,377	0,396	0,416	0,436	0,455	0,478	0,500	0,510
0,52	0,328	0,366	0,386	0,404	0,425	0,445	0,465	0,488	0,510	0,520
0,53	0,337	0,375	0,395	0,413	0,434	0,454	0,474	0,498	0,520	0,530
0,54	0,346	0,384	0,404	0,422	0,443	0,463	0,484	0,508	0,530	0,540
0,55	0,355	0,393	0,413	0,431	0,453	0,472	0,494	0,518	0,540	0,550
0,56	0,364	0,402	0,422	0,440	0,462	0,481	0,504	0,528	0,550	0,560
0,57	0,372	0,411	0,431	0,450	0,472	0,490	0,514	0,538	0,560	0,570
0,58	0,382	0,421	0,441	0,460	0,481	0,499	0,524	0,548	0,570	0,580
0,59	0,390	0,431	0,451	0,470	0,491	0,509	0,534	0,558	0,580	0,590
0,60	0,402	0,441	0,461	0,480	0,500	0,518	0,544	0,568	0,590	0,600
0,61	0,412	0,452	0,471	0,490	0,510	0,529	0,554	0,578	0,600	0,610
0,62	0,422	0,461	0,481	0,500	0,520	0,539	0,569	0,588	0,610	0,620
0,63	0,432	0,471	0,491	0,510	0,530	0,549	0,575	0,598	0,620	0,630
0,64	0,442	0,481	0,501	0,520	0,540	0,560	0,586	0,608	0,630	0,640
0,65	0,452	0,491	0,511	0,530	0,550	0,571	0,596	0,618	0,640	0,650
0,66	0,462	0,501	0,521	0,540	0,560	0,582	0,607	0,628	0,650	0,660
0,67	0,471	0,511	0,531	0,551	0,570	0,593	0,617	0,638	0,660	0,670
0,68	0,480	0,521	0,541	0,562	0,581	0,604	0,628	0,648	0,670	0,680
0,69	0,489	0,531	0,551	0,573	0,592	0,615	0,638	0,658	0,680	0,690

Окончание табл. 1

P_1	Коэффициент фигурности $k_ф$									
	0,50	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,0
0,70	0,500	0,542	0,562	0,584	0,603	0,626	0,649	0,668	0,690	0,700
0,71	0,513	0,554	0,573	0,595	0,614	0,637	0,659	0,678	0,700	0,710
0,72	0,524	0,565	0,584	0,606	0,625	0,648	0,670	0,688	0,710	0,720
0,73	0,537	0,577	0,595	0,617	0,636	0,659	0,680	0,699	0,720	0,730
0,74	0,548	0,588	0,606	0,628	0,643	0,670	0,691	0,709	0,730	0,740
0,75	0,561	0,600	0,617	0,639	0,659	0,681	0,702	0,720	0,740	0,750
0,76	0,572	0,611	0,629	0,650	0,671	0,692	0,712	0,731	0,750	0,760
0,77	0,585	0,623	0,641	0,661	0,682	0,703	0,723	0,741	0,760	0,770
0,78	0,596	0,634	0,653	0,672	0,694	0,714	0,733	0,752	0,770	0,780
0,79	0,608	0,646	0,665	0,684	0,705	0,725	0,744	0,762	0,780	0,790
0,80	0,618	0,657	0,677	0,696	0,717	0,736	0,754	0,773	0,790	0,800
0,81	0,630	0,669	0,689	0,708	0,729	0,747	0,765	0,783	0,800	0,810
0,82	0,640	0,680	0,701	0,720	0,741	0,758	0,776	0,794	0,810	0,820
0,83	0,652	0,692	0,713	0,732	0,753	0,769	0,787	0,804	0,820	0,830
0,84	0,663	0,704	0,725	0,745	0,765	0,780	0,798	0,815	0,830	0,840
0,85	0,676	0,717	0,737	0,758	0,777	0,791	0,809	0,825	0,840	0,850
0,86	0,689	0,730	0,749	0,771	0,789	0,802	0,820	0,836	0,850	0,860
0,87	0,702	0,743	0,763	0,784	0,801	0,814	0,831	0,846	0,860	0,870
0,88	0,717	0,757	0,777	0,797	0,813	0,826	0,842	0,857	0,870	0,880
0,89	0,732	0,771	0,791	0,810	0,825	0,838	0,853	0,867	0,880	0,890
0,90	0,747	0,785	0,805	0,823	0,838	0,851	0,865	0,878	0,890	0,900
0,91	0,764	0,800	0,819	0,836	0,851	0,863	0,876	0,889	0,900	0,910
0,92	0,781	0,815	0,834	0,849	0,863	0,876	0,888	0,900	0,910	0,920
0,93	0,793	0,831	0,849	0,864	0,876	0,888	0,899	0,911	0,921	0,930
0,94	0,817	0,848	0,865	0,879	0,890	0,901	0,912	0,922	0,932	0,940
0,95	0,836	0,865	0,881	0,894	0,905	0,915	0,925	0,935	0,943	0,950
0,96	0,857	0,883	0,898	0,909	0,920	0,929	0,939	0,946	0,954	0,960
0,97	0,879	0,902	0,915	0,925	0,935	0,944	0,952	0,958	0,965	0,970
0,98	0,905	0,925	0,936	0,945	0,953	0,960	0,966	0,971	0,976	0,980
0,99	0,931	0,948	0,951	0,965	0,971	0,976	0,980	0,984	0,987	0,990
1,00	0,957	0,971	0,980	0,985	0,989	0,992	0,994	0,997	0,999	1,000

Таблица 3

Значения функций $f(\gamma)$ и $\varphi(\gamma)$

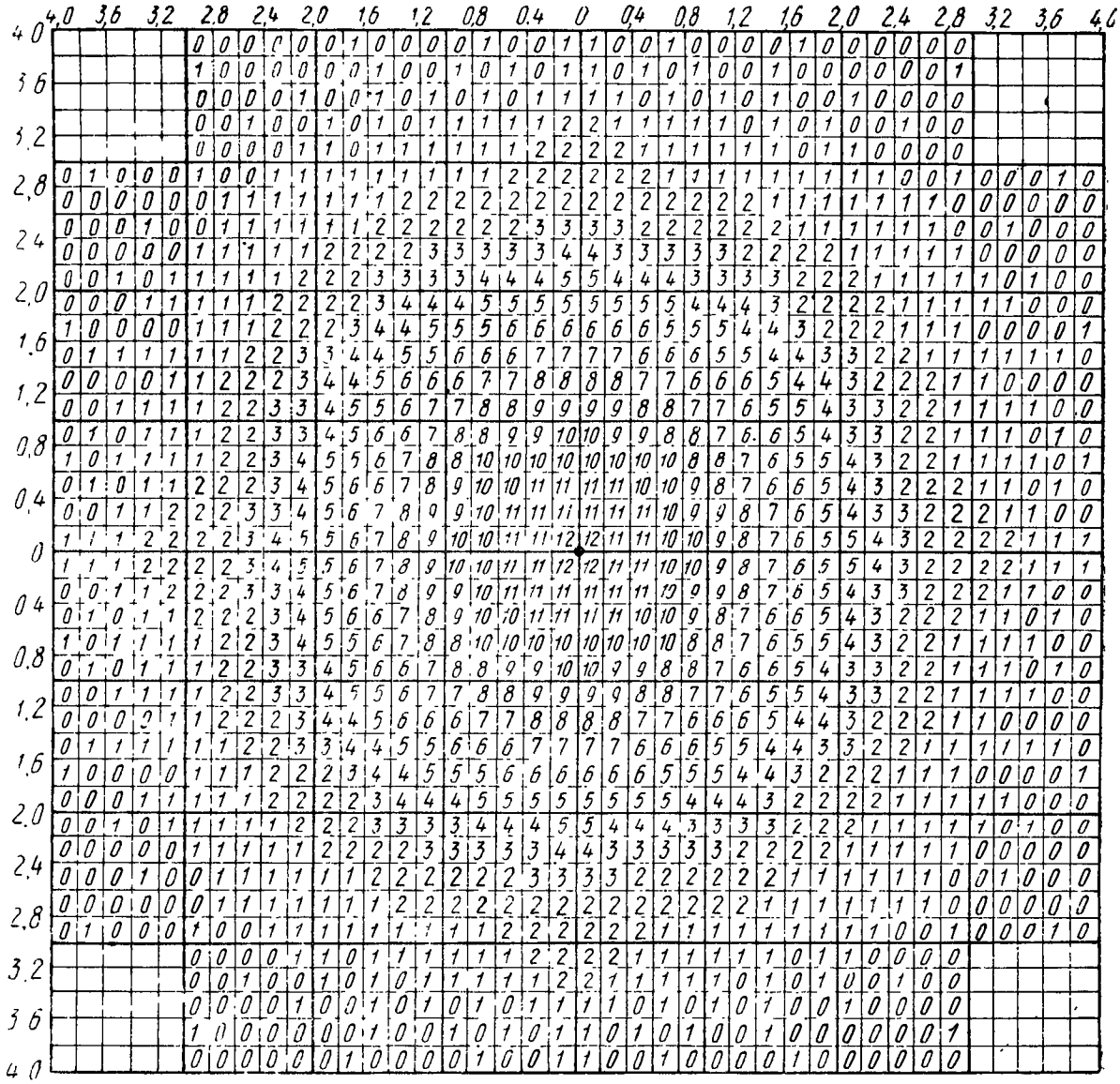
γ	f	Δ	φ	Δ	γ	f	Δ	φ	Δ
0	1,000	5	1,000	2	2,6	1,524	40	2,253	151
0,1	1,005	6	1,002	3	2,7	1,564	41	2,404	165
0,2	1,011	5	1,005	5	2,8	1,605	42	2,569	181
0,3	1,016	5	1,010	8	2,9	1,647	43	2,750	199
0,4	1,021	5	1,018	11	3,0	1,690	45	2,949	220
0,5	1,026	6	1,029	14	3,1	1,735	45	3,169	245
0,6	1,032	8	1,043	18	3,2	1,780	46	3,414	276
0,7	1,040	10	1,061	21	3,3	1,826	46	3,690	31
0,8	1,050	12	1,082	23	3,4	1,872	48	4,000	35
0,9	1,062	14	1,105	25	3,5	1,920	48	4,35	39
1,0	1,076	16	1,130	27	3,6	1,968	49	4,74	44
1,1	1,092	17	1,157	31	3,7	2,017	50	5,18	50
1,2	1,109	19	1,188	34	3,8	2,067	50	5,68	56
1,3	1,128	21	1,222	39	3,9	2,117	51	6,24	62
1,4	1,149	23	1,261	46	4,0	2,168	52	6,86	69
1,5	1,172	25	1,307	51	4,1	2,220	52	7,55	78
1,6	1,197	26	1,358	56	4,2	2,272	52	8,33	89
1,7	1,223	28	1,414	61	4,3	2,324	53	9,22	101
1,8	1,251	29	1,475	67	4,4	2,377	53	10,23	114
1,9	1,280	31	1,542	73	4,5	2,430	53	11,37	130
2,0	1,311	32	1,615	80	4,6	2,483	54	12,67	148
2,1	1,343	34	1,695	88	4,7	2,537	54	14,15	167
2,2	1,377	35	1,783	98	4,8	2,591	54	15,82	192
2,3	1,412	36	1,881	110	4,9	2,645	54	17,74	226
2,4	1,448	37	1,991	124	5,0	2,699		20,00	
2,5	1,485	39	2,115	138					

γ — отношение половины размера цели к срединному отклонению $\left(\gamma = \frac{a}{B_в} \text{ или } \frac{в}{B_б}\right)$

Таблица 1

Размеры целей и коэффициенты фигурности

Наименование целей (мишеней)	Их размеры			Коэффициент фигурности	Размеры эквивалентного прямоугольника, м	
	Ширина, м	Высота, м	Площадь, м^2		Ширина	Высота
Головная фигура (мишень № 5)	0,50	0,30	0,10	0,67	0,41	0,25
Грудная фигура (мишень № 6)	0,50	0,50	0,20	0,80	0,45	0,45
Поясная фигура (мишень № 7)	0,50	1,00	0,45	0,90	0,47	0,95
Бегущая фигура (мишень № 8)	0,50	1,50	0,64	0,85	0,46	1,40
Бегущая фигура (мишень № 8а)	0,50	1,50	0,55	0,74	0,42	1,30
Реактивное противотанковое ружье (мишень № 9)	1,00	1,00	0,72	0,72	0,85	0,85
Пулемет (мишень № 10)	0,75	0,55	0,31	0,75	0,65	0,48
Пулемет (мишень № 10а)	1,00	0,75	0,56	0,74	0,86	0,65
Противотанковый гранатомет (мишень № 9а)	1,00	0,55	0,44	0,80	0,89	0,49
Противотанковое (безоткатное) орудие (мишень № 11)	1,50	1,10	1,57	0,95	1,45	1,07
Танк (мишень № 12)	3,60	2,80	8,60	0,85	3,32	2,60
Танк (мишень № 12а)	6,90	2,80	13,9	0,72	5,86	2,38
Танк в окопе (мишень № 12б)	2,50	1,10	2,50	0,90	2,35	1,06
Бронетранспортер (мишень № 13)	3,20	2,00	5,45	0,85	2,95	1,85
Бронетранспортер (мишень № 13а)	4,00	2,00	6,74	0,84	3,67	1,83
ПТУРС на автомобиле (мишень № 18)	2,00	2,20	3,35	0,76	1,74	1,92



Сетка рассеивания кругового распределения с маштабом в 0,2 срединного отклонения. Цифры показывают вероятность в сороковых долях процента (0,025%).

ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПОРАЖЕНИЯ

Таблица 1

Значения вероятностей хотя бы одного попадания $R = 1 - (1 - p_1)^n$

p_1	Число выстрелов n											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
0,001	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	0,020	0,030
0,002	0,002	0,004	0,006	0,008	0,010	0,012	0,014	0,016	0,018	0,020	0,040	0,059
0,003	0,003	0,006	0,009	0,012	0,015	0,018	0,021	0,024	0,027	0,030	0,058	0,087
0,004	0,004	0,008	0,012	0,016	0,020	0,024	0,028	0,032	0,036	0,039	0,077	0,114
0,005	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030	0,034	0,039	0,044	0,049	0,095	0,140
0,006	0,006	0,012	0,018	0,024	0,030	0,035	0,041	0,047	0,053	0,058	0,114	0,166
0,007	0,007	0,014	0,021	0,028	0,034	0,041	0,048	0,055	0,061	0,068	0,131	0,190
0,008	0,008	0,016	0,024	0,032	0,039	0,047	0,055	0,062	0,070	0,077	0,148	0,214
0,009	0,009	0,018	0,027	0,036	0,044	0,053	0,061	0,070	0,078	0,086	0,165	0.238

Продолжение табл. 1

p_1	Число выстрелов n											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
0,010	0,010	0,020	0,030	0,039	0,049	0,058	0,068	0,077	0,086	0,096	0,182	0,260
0,020	0,020	0,040	0,059	0,078	0,096	0,114	0,132	0,149	0,166	0,183	0,332	0,455
0,030	0,030	0,059	0,087	0,115	0,141	0,167	0,192	0,216	0,240	0,263	0,456	0,599
0,040	0,040	0,078	0,115	0,151	0,185	0,217	0,249	0,279	0,307	0,335	0,558	0,706
0,050	0,050	0,098	0,143	0,185	0,226	0,265	0,302	0,337	0,370	0,401	0,642	0,785
0,060	0,060	0,116	0,169	0,219	0,266	0,310	0,352	0,390	0,427	0,461	0,710	0,844
0,070	0,070	0,135	0,196	0,252	0,304	0,353	0,398	0,440	0,480	0,516	0,766	0,887
0,080	0,080	0,154	0,221	0,284	0,341	0,394	0,442	0,486	0,528	0,566	0,811	0,918
0,090	0,090	0,172	0,246	0,314	0,376	0,432	0,483	0,530	0,572	0,611	0,849	0,941
0,10	0,100	0,190	0,271	0,344	0,410	0,468	0,522	0,570	0,613	0,651	0,879	0,958
0,11	0,110	0,208	0,295	0,372	0,442	0,503	0,558	0,606	0,650	0,688	0,903	0,970
0,12	0,120	0,226	0,318	0,400	0,472	0,537	0,591	0,640	0,684	0,722	0,922	0,978
0,13	0,130	0,243	0,342	0,427	0,502	0,566	0,623	0,672	0,714	0,752	0,938	0,985
0,14	0,140	0,260	0,364	0,453	0,530	0,595	0,652	0,701	0,743	0,779	0,951	0,989
0,15	0,150	0,278	0,386	0,478	0,556	0,623	0,679	0,728	0,769	0,803	0,961	0,992
0,16	0,160	0,294	0,407	0,502	0,582	0,649	0,705	0,752	0,792	0,825	0,969	0,995
0,17	0,170	0,311	0,428	0,525	0,606	0,673	0,729	0,775	0,813	0,845	0,976	0,996
0,18	0,180	0,328	0,449	0,548	0,629	0,696	0,751	0,796	0,832	0,863	0,981	0,997
0,19	0,190	0,344	0,468	0,570	0,651	0,718	0,771	0,815	0,850	0,879	0,985	0,998
0,20	0,200	0,360	0,488	0,590	0,672	0,738	0,790	0,832	0,866	0,893	0,988	0,999

Продолжение табл. 1

p_1	Число выстрелов n											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
0,21	0,210	0,376	0,507	0,610	0,692	0,757	0,808	0,848	0,880	0,905	0,991	0,999
0,22	0,220	0,392	0,525	0,630	0,711	0,775	0,824	0,863	0,893	0,917	0,993	0,999
0,23	0,230	0,407	0,543	0,648	0,729	0,792	0,840	0,876	0,905	0,927	0,995	1,000
0,24	0,240	0,422	0,561	0,666	0,746	0,807	0,854	0,889	0,915	0,936	0,996	
0,25	0,250	0,438	0,578	0,684	0,763	0,822	0,866	0,900	0,925	0,944	0,996	1,000
0,26	0,260	0,452	0,595	0,700	0,778	0,836	0,878	0,910	0,933	0,951	0,997	
0,27	0,270	0,467	0,611	0,716	0,793	0,849	0,890	0,919	0,941	0,957	0,998	
0,28	0,280	0,482	0,627	0,731	0,806	0,861	0,900	0,928	0,948	0,963	0,999	
0,29	0,290	0,496	0,642	0,746	0,820	0,872	0,909	0,935	0,954	0,968	0,999	
0,30	0,300	0,510	0,657	0,760	0,832	0,882	0,918	0,942	0,960	0,972	0,999	
0,31	0,310	0,524	0,671	0,773	0,844	0,892	0,926	0,949	0,965	0,976	0,999	
0,32	0,320	0,538	0,686	0,786	0,855	0,901	0,933	0,954	0,969	0,979	1,000	
0,33	0,330	0,551	0,699	0,798	0,865	0,910	0,939	0,959	0,973	0,982		
0,34	0,340	0,564	0,712	0,810	0,875	0,917	0,945	0,964	0,976	0,984		
0,35	0,350	0,578	0,725	0,821	0,884	0,924	0,951	0,968	0,979	0,986		
0,36	0,360	0,590	0,738	0,832	0,893	0,931	0,956	0,972	0,982	0,988		
0,37	0,370	0,603	0,750	0,842	0,901	0,937	0,961	0,975	0,985	0,990		
0,38	0,380	0,616	0,762	0,852	0,908	0,943	0,965	0,978	0,987	0,992		
0,39	0,390	0,628	0,773	0,862	0,916	0,948	0,968	0,981	0,989	0,993		
0,40	0,400	0,640	0,784	0,870	0,922	0,953	0,972	0,983	0,990	0,994		

Продолжение табл. 1

p_1	Число выстрелов n											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
0,41	0,410	0,652	0,795	0,879	0,928	0,958	0,975	0,985	0,991	0,995		
0,42	0,420	0,664	0,805	0,887	0,934	0,962	0,978	0,987	0,993	0,996		
0,43	0,430	0,675	0,815	0,894	0,940	0,966	0,980	0,989	0,994	0,996		
0,44	0,440	0,686	0,824	0,902	0,944	0,969	0,983	0,991	0,995	0,997		
0,45	0,450	0,698	0,834	0,908	0,950	0,972	0,985	0,992	0,995	0,997		
0,46	0,460	0,708	0,842	0,915	0,954	0,975	0,987	0,993	0,996	0,998		
0,47	0,470	0,719	0,851	0,921	0,958	0,978	0,988	0,994	0,997	0,998		
0,48	0,480	0,730	0,859	0,927	0,962	0,980	0,990	0,995	0,997	0,999		
0,49	0,490	0,740	0,867	0,932	0,966	0,982	0,991	0,995	0,998	0,999		
0,50	0,500	0,750	0,875	0,938	0,969	0,984	0,992	0,996	0,998	0,999		
0,51	0,510	0,760	0,882	0,942	0,972	0,986	0,993	0,997	0,998	0,999		
0,52	0,520	0,770	0,889	0,947	0,974	0,988	0,994	0,997	0,999	0,999		
0,53	0,530	0,779	0,896	0,951	0,977	0,989	0,995	0,998	0,999	0,999		
0,54	0,540	0,788	0,903	0,955	0,979	0,990	0,996	0,998	0,999	1,000		
0,55	0,550	0,798	0,909	0,959	0,982	0,992	0,996	0,998	0,999			
0,56	0,560	0,806	0,915	0,962	0,984	0,993	0,997	0,999	0,999			
0,57	0,570	0,815	0,920	0,966	0,985	0,994	0,997	0,999	1,000			
0,58	0,580	0,824	0,926	0,969	0,987	0,994	0,998	0,999				
0,59	0,590	0,832	0,931	0,972	0,988	0,995	0,998	0,999				
0,60	0,600	0,840	0,936	0,974	0,990	0,996	0,998	0,999				

Продолжение табл. 1

p_1	Число выстрелов n											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
0,61	0,610	0,848	0,941	0,977	0,991	0,996	0,999	0,999				
0,62	0,620	0,856	0,945	0,979	0,992	0,997	0,999	1,000				
0,63	0,630	0,863	0,949	0,981	0,993	0,997	0,999					
0,64	0,640	0,870	0,953	0,983	0,994	0,998	0,999					
0,65	0,650	0,878	0,957	0,985	0,995	0,998	0,999					
0,66	0,660	0,884	0,961	0,987	0,995	0,998	0,999					
0,67	0,670	0,891	0,964	0,988	0,996	0,999	1,000					
0,68	0,680	0,898	0,967	0,990	0,997	0,999						
0,69	0,690	0,904	0,970	0,991	0,997	0,999						
0,70	0,700	0,910	0,973	0,992	0,998	0,999						
0,71	0,710	0,916	0,976	0,993	0,998	0,999						
0,72	0,720	0,922	0,978	0,994	0,998	0,999						
0,73	0,730	0,927	0,980	0,995	0,998	1,000						
0,74	0,740	0,932	0,982	0,995	0,999							
0,75	0,750	0,938	0,984	0,996	0,999							
0,76	0,760	0,942	0,986	0,997	0,999							
0,77	0,770	0,947	0,988	0,997	0,999							
0,78	0,780	0,952	0,989	0,998	0,999							
0,79	0,790	0,956	0,991	0,998	0,999							
0,80	0,800	0,960	0,992	0,998	1,000							

p_1	Число выстрелов n											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
0,81	0,810	0,964	0,993	0,999								
0,82	0,820	0,968	0,994	0,999								
0,83	0,830	0,971	0,995	0,999								
0,84	0,840	0,974	0,996	0,999								
0,85	0,850	0,978	0,997	0,999								
0,86	0,860	0,980	0,997									
0,87	0,870	0,983	0,999									
0,88	0,880	0,986	0,999									
0,89	0,890	0,988	0,999									
0,90	0,900	0,990	0,999									
0,91	0,910	0,992	0,999									
0,92	0,920	0,994	1,000									
0,93	0,930	0,995										
0,94	0,940	0,996										
0,95	0,950	0,998										
0,96	0,960	0,998										
0,97	0,970	0,999										
0,98	0,980	1,000										
0,99	0,990											

Таблица 2

Значения вероятностей поражения целей

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
							$n=2$							
0,001	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001
2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2
3	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	3
4	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	4
5	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	9	5
6	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	10	6
7	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	13	13	12	7
8	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	15	15	14	8
9	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	17	17	16	9
0,010	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	19	19	18	0,010
20	40	40	40	39	39	39	39	39	39	39	38	37	35	20
30	59	59	59	58	58	58	58	58	58	57	56	55	51	30
40	78	78	78	77	77	77	77	77	77	75	74	72	67	40
50	97	97	97	96	96	96	96	95	95	93	91	88	82	50
60	116	116	116	115	115	115	115	113	113	110	106	104	97	60
70	135	135	135	134	134	134	133	131	131	127	125	120	111	70
80	153	153	153	152	152	152	151	149	148	144	141	135	124	80
90	171	171	170	170	170	170	169	167	165	161	157	149	137	90

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,100	189	189	187	187	187	187	187	184	182	178	172	163	150	0,100
110	207	207	207	205	204	204	204	201	199	194	187	176	162	110
120	225	225	224	222	221	221	221	218	215	210	202	199	174	120
130	242	242	241	239	238	238	238	234	231	226	217	212	186	130
140	259	259	258	256	255	255	255	250	247	241	231	225	198	140
150	276	276	275	273	272	272	271	266	262	256	245	228	210	150
160	293	293	292	290	288	288	287	281	277	271	259	241	222	160
170	310	310	308	306	304	304	303	296	292	285	272	254	234	170
180	326	326	324	322	320	320	318	311	307	299	285	266	245	180
190	342	342	340	338	336	336	333	326	322	313	298	278	256	190
0,200	358	358	366	354	352	351	348	341	336	327	311	290	267	0,200
210	374	374	372	370	367	366	363	355	350	340	324	302	278	210
220	390	390	388	386	382	381	378	369	364	353	336	314	289	220
230	406	406	403	401	397	396	393	383	378	366	348	326	300	230
240	421	421	416	416	412	411	407	397	391	379	360	337	311	240
250	436	436	433	431	427	425	431	410	404	392	372	348	321	250
260	451	451	448	446	441	439	435	423	417	404	384	359	332	260
270	456	468	463	460	455	453	449	436	430	416	396	370	342	270
280	481	481	477	474	469	467	462	449	443	428	407	381	353	280
290	495	495	491	488	483	481	475	462	455	440	418	392	363	290

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,300	509	509	505	502	497	494	488	475	467	452	429	402	373	0,300
310	523	523	519	516	511	507	501	487	479	464	440	413	383	310
320	537	537	533	530	524	520	514	499	491	475	451	423	393	320
330	551	550	546	543	537	533	526	511	503	486	462	434	403	330
340	564	563	559	556	550	546	538	523	514	497	473	444	413	340
350	577	576	572	569	563	558	550	535	525	508	483	454	423	350
360	590	589	585	581	575	570	562	546	536	519	494	464	432	360
370	603	602	597	593	587	582	574	557	547	530	504	474	442	370
380	615	614	609	605	599	594	585	568	558	540	514	484	452	380
390	627	626	621	617	611	606	596	579	569	550	524	493	461	390
0,400	639	638	633	629	623	617	607	590	579	560	534	503	471	0,400
410	651	650	645	641	635	628	618	600	589	570	544	512	480	410
420	663	662	656	652	646	639	629	610	599	580	554	522	490	420
430	674	673	667	663	657	650	640	620	609	589	563	531	499	430
440	685	684	678	674	668	661	650	630	619	599	573	541	509	440
450	696	695	689	685	679	672	660	640	628	608	582	550	518	450
460	707	706	700	696	690	682	670	650	637	617	591	559	528	460
470	718	717	711	706	700	692	680	659	646	626	600	568	537	470
480	729	727	721	716	710	702	690	668	655	635	609	577	546	480
490	739	737	731	726	720	712	699	677	664	644	618	586	555	490

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,500	749	747	741	736	730	722	708	686	673	653	627	595	564	0,500
550	797	794	788	782	776	767	752	729	715	695	669	638	610	550
600	839	836	829	823	817	808	792	769	754	734	709	680	655	600
650	876	873	866	861	855	846	829	805	790	771	748	722	699	650
700	908	905	899	894	889	880	863	839	824	807	786	763	742	700
750	935	932	927	923	918	910	894	870	856	841	823	804	785	750
800	958	956	951	948	943	936	921	899	887	875	860	844	828	800
850	976	975	971	968	964	958	945	927	917	908	896	884	871	850
900	989	989	986	984	981	976	966	953	946	940	931	923	914	900
950	997	997	996	995	993	990	985	978	974	971	966	962	957	950
							$n=3$							
0,001	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,001
2	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	2
3	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	8	3
4	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	11	11	4
5	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	14	14	5
6	18	18	18	18	18	18	18	18	17	17	17	17	16	6
7	21	21	21	21	21	21	21	21	20	20	20	20	19	7
8	24	24	24	24	24	24	24	24	23	23	23	22	21	8
9	27	27	27	27	27	27	27	27	26	26	26	25	24	9

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,010	30	30	30	30	30	30	30	30	29	29	29	28	27	0,010
20	59	59	59	59	59	58	58	58	57	57	57	55	51	20
30	87	87	87	87	87	86	86	86	85	85	83	80	71	30
40	115	115	115	115	114	113	113	112	111	110	107	103	89	40
50	143	143	143	142	141	140	139	137	136	134	130	124	107	50
60	170	170	170	169	167	166	164	162	161	158	153	144	126	60
70	196	196	196	195	193	191	189	186	185	181	175	163	144	70
80	221	221	221	220	218	216	213	209	208	203	196	181	161	80
90	246	246	246	245	243	240	237	232	229	224	216	209	178	90
0,100	271	271	271	269	267	264	260	254	250	244	235	216	194	0,100
110	295	295	295	293	291	287	283	275	270	263	253	232	209	110
120	319	319	319	316	314	310	305	296	290	282	271	247	223	120
130	342	342	342	339	336	332	326	316	309	300	289	262	237	130
140	364	364	364	361	358	353	346	335	328	318	306	276	250	140
150	386	386	386	383	380	374	366	354	347	335	323	290	262	150
160	407	407	407	404	401	394	386	372	365	352	339	304	274	160
170	428	428	428	425	422	414	405	390	382	369	355	317	286	170
180	449	449	449	446	442	433	424	407	399	385	370	330	297	180
190	469	469	469	466	461	452	442	424	415	401	385	343	308	190

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,200	488	488	488	485	480	471	460	441	431	416	399	356	319	0,200
210	507	507	507	504	498	489	477	457	447	431	413	368	330	210
220	525	525	525	522	516	507	494	473	462	445	426	380	341	220
230	543	543	543	540	533	524	510	488	476	459	439	392	352	230
240	561	561	560	557	550	540	526	503	490	473	452	404	363	240
250	578	578	578	574	567	550	541	517	504	485	465	416	373	250
260	595	595	595	590	583	572	556	531	518	499	477	427	383	260
270	611	611	611	606	599	587	571	545	531	512	489	438	393	270
280	627	627	627	622	614	602	585	558	544	524	500	449	403	280
290	642	642	642	637	629	617	599	571	556	536	511	459	413	290
0,300	657	657	657	652	643	631	613	584	568	547	522	469	423	0,300
310	672	672	672	666	657	645	626	596	580	558	532	479	433	310
320	686	686	686	680	671	658	639	608	591	569	542	489	443	320
330	699	699	699	693	684	671	651	620	602	580	552	499	453	330
340	712	712	712	706	697	684	663	631	613	590	562	509	463	340
350	725	725	725	719	709	696	675	642	623	600	572	519	472	350
360	738	738	738	732	721	708	686	652	633	610	582	529	482	360
370	750	750	750	744	733	719	697	662	643	620	591	538	491	370
380	762	762	762	756	745	730	708	672	653	629	600	547	500	380
390	773	773	773	767	756	741	718	682	662	638	609	556	510	390

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,1
0,400	784	784	783	777	766	751	728	691	671	647	618	565	519	0,400
410	795	795	794	787	776	761	738	700	680	656	627	574	528	410
420	805	805	804	797	786	771	747	709	689	665	636	583	537	420
430	815	815	814	807	796	780	756	718	698	674	644	592	546	430
440	825	825	824	817	805	789	765	727	706	682	652	601	555	440
450	834	834	833	826	814	798	773	735	714	690	660	609	564	450
460	843	843	842	835	823	807	782	743	722	698	668	618	573	460
470	851	851	850	843	831	815	790	751	730	706	676	626	582	470
480	859	859	858	851	839	823	798	759	738	714	684	635	591	480
490	867	867	866	859	847	831	806	767	746	722	692	643	600	490
0,500	875	875	873	866	854	838	813	774	753	729	699	651	608	0,500
550	909	909	906	899	887	871	846	806	788	765	736	692	652	550
600	936	936	933	927	915	899	875	839	820	799	771	732	695	600
650	957	957	954	948	937	922	900	867	850	831	804	770	737	650
700	973	973	970	964	954	941	921	892	877	860	835	806	777	700
750	984	984	981	976	968	956	939	915	902	887	865	841	817	750
800	992	992	990	986	979	969	955	936	925	912	894	875	856	800
850	997	997	996	993	988	980	969	955	946	936	922	908	892	850
900	999	999	999	997	995	989	981	971	965	958	949	939	928	900
950	1	1	1	999	998	995	991	986	983	980	975	970	964	950

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
						$n=4$								
0,001	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,003	0,001
2	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	2
3	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	10	3
4	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	15	13	4
5	20	20	20	20	20	20	19	19	19	19	19	19	16	5
6	24	24	24	24	24	24	23	23	23	23	23	23	19	6
7	28	28	28	28	28	28	27	27	27	27	27	26	22	7
8	32	32	32	32	32	32	31	31	31	31	31	30	26	8
9	36	36	36	36	36	36	35	35	35	35	35	34	29	9
0,010	39	39	39	39	39	39	38	38	38	38	38	37	32	0,010
20	78	78	78	77	77	76	75	75	75	74	74	72	60	20
30	115	115	115	114	113	112	111	110	110	108	106	104	85	30
40	151	151	151	150	148	147	145	143	142	139	135	131	107	40
50	186	186	186	184	182	180	178	175	173	169	162	155	127	50
60	219	219	219	218	215	212	210	206	203	198	188	179	147	60
70	252	252	252	251	247	244	241	235	231	225	213	201	166	70
80	284	284	284	283	279	276	270	262	257	250	237	221	185	80
90	314	314	314	313	308	304	297	287	282	274	260	240	204	90

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,100	344	344	344	342	337	332	324	312	305	296	282	258	222	0,100
110	373	373	373	370	365	359	350	336	327	317	303	275	238	110
120	400	400	400	397	392	385	375	359	349	338	323	291	253	120
130	427	427	427	423	418	410	399	381	370	358	342	307	267	130
140	453	453	453	449	443	434	422	403	391	377	360	322	281	140
150	478	478	478	474	467	458	441	424	411	396	377	337	294	150
160	502	502	502	498	490	481	466	444	431	415	394	351	306	160
170	525	525	525	521	512	503	487	463	449	432	410	365	317	170
180	548	548	548	543	534	524	507	482	467	449	425	378	328	180
190	570	570	570	565	555	544	526	500	484	465	440	391	339	190
0,200	590	590	590	585	575	563	544	518	501	481	454	404	350	0,200
210	610	610	610	605	594	582	562	535	517	496	468	416	361	210
220	630	630	630	624	613	600	579	551	532	510	481	428	372	220
230	648	648	648	643	631	618	596	566	546	524	494	440	383	230
240	666	666	666	661	649	635	612	581	560	537	506	452	393	240
250	684	684	684	678	666	651	627	595	574	550	518	468	409	250
260	700	700	700	694	682	666	642	609	587	562	529	474	413	260
270	716	716	716	709	697	681	656	622	600	574	540	484	423	270
280	731	731	731	724	712	695	670	635	612	585	551	494	433	280
290	746	746	745	738	726	709	683	647	623	596	561	504	443	290

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,300	760	760	759	752	739	722	695	658	634	607	571	514	452	0,300
310	773	773	772	765	752	734	707	669	644	617	581	524	462	310
320	786	786	784	777	764	746	718	680	654	627	591	534	471	320
330	798	798	796	789	775	757	729	690	664	637	600	544	481	330
340	810	810	808	800	786	768	739	700	674	647	609	553	490	340
350	821	821	819	811	796	778	749	710	684	656	618	562	500	350
360	832	832	830	821	806	788	759	719	693	665	627	571	509	360
370	842	842	840	831	815	797	768	728	702	674	636	580	518	370
380	852	852	849	841	824	806	777	737	711	683	645	589	527	380
390	862	862	858	850	833	815	785	745	719	691	653	598	536	390
0,400	870	870	867	859	842	823	793	753	727	699	661	606	545	0,400
410	879	879	875	867	850	831	801	761	735	707	669	615	554	410
420	887	887	883	875	858	839	809	769	743	715	677	624	563	420
430	894	894	891	883	866	846	816	777	751	723	685	632	572	430
440	902	902	898	890	873	853	823	784	758	730	693	640	581	440
450	909	909	905	897	880	860	830	791	765	737	700	648	589	450
460	915	915	911	904	887	867	837	798	772	744	708	656	598	460
470	921	921	917	910	893	873	843	805	779	751	715	664	606	470
480	927	927	923	916	899	879	849	812	786	758	723	672	615	480
490	932	932	929	922	905	885	855	818	793	765	730	680	623	490

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,500	938	938	934	927	910	890	861	824	799	772	737	688	632	0,500
550	959	959	955	948	932	914	887	853	829	805	772	726	674	550
600	974	974	970	964	949	933	909	878	856	835	805	763	715	600
650	985	985	981	976	963	949	928	901	881	862	835	799	755	650
700	992	992	989	985	974	962	944	921	904	887	863	832	793	700
750	996	996	994	991	982	972	957	938	924	910	889	863	831	750
800	998	998	997	995	988	980	968	953	942	931	914	893	868	800
850	999	999	999	998	993	987	978	966	958	949	937	921	901	850
900	1	1	1	1	997	993	987	978	973	966	959	948	934	900
950	1	1	1	1	999	997	994	989	987	989	980	974	967	950
						$n=5$								
0,001	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,004	0,001
2	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	9	8	2
3	15	15	15	15	15	15	15	15	15	14	14	13	13	3
4	20	20	20	20	20	20	20	20	20	19	19	18	17	4
5	25	25	25	25	25	24	24	24	24	23	23	22	21	5
6	30	30	30	30	30	29	29	29	29	28	28	26	25	6
7	34	34	34	34	34	33	33	33	33	32	32	31	29	7
8	39	39	39	39	39	38	38	38	38	37	37	35	33	8
9	44	44	44	44	44	43	43	43	43	42	42	39	37	9

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,010	49	49	49	49	49	48	48	48	48	47	47	44	41	0,010
20	96	96	96	95	95	94	92	92	92	91	90	84	73	20
30	141	141	141	140	139	137	136	133	133	131	128	121	102	30
40	185	185	185	184	182	180	178	172	170	166	162	155	127	40
50	226	226	226	225	223	219	216	209	206	200	194	185	149	50
60	266	266	266	264	262	257	252	244	240	232	224	211	170	60
70	304	304	304	302	299	293	286	276	271	262	252	234	190	70
80	341	341	341	338	335	329	319	307	300	289	277	255	209	80
90	376	376	376	373	369	362	351	335	327	314	300	275	227	90
0,100	410	410	410	407	402	383	381	362	352	338	322	294	244	0,100
110	442	442	442	439	433	422	409	388	376	361	343	312	260	110
120	472	472	472	469	462	450	436	413	399	383	363	329	275	120
130	502	502	501	497	489	478	461	436	422	404	382	345	290	130
140	530	530	529	524	516	503	485	458	443	424	400	360	304	140
150	556	556	555	550	541	526	507	479	463	443	418	375	317	150
160	582	582	580	575	565	549	528	499	482	461	434	389	329	160
170	606	606	604	598	587	570	548	518	500	478	450	403	340	170
180	629	629	627	620	609	591	568	537	518	495	465	416	351	180
190	651	651	649	642	630	611	587	555	535	511	480	429	362	190

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,200	672	672	670	663	660	630	606	573	552	527	494	442	373	0,200
210	692	692	690	683	669	649	624	590	567	542	507	454	385	210
220	711	711	709	702	688	667	641	606	582	556	520	466	396	220
230	729	729	727	720	706	683	657	621	596	569	532	477	406	230
240	746	745	744	737	723	699	672	635	610	581	544	488	416	240
250	763	763	761	753	739	715	688	648	623	593	556	499	426	250
260	778	778	776	768	754	729	702	661	635	604	567	509	436	260
270	793	793	791	782	768	743	715	673	647	615	577	519	446	270
280	807	807	805	796	781	756	727	685	658	626	587	529	456	280
290	820	820	818	809	794	769	739	696	669	636	597	539	465	290
0,300	832	832	830	821	806	780	750	706	679	646	607	548	474	0,300
310	844	844	841	832	817	791	760	716	689	655	616	558	484	310
320	855	855	852	843	828	801	770	726	698	664	625	567	493	320
330	865	865	862	853	838	811	780	735	707	673	634	576	503	330
340	875	875	872	863	847	820	789	744	716	682	643	585	512	340
350	884	884	881	872	856	829	798	753	725	690	652	594	521	350
360	893	893	890	881	865	838	807	762	733	699	661	602	530	360
370	901	901	898	889	873	846	815	770	741	707	669	611	539	370
380	909	909	906	897	881	853	822	777	748	714	677	619	548	380
390	916	916	913	904	888	860	829	784	755	721	685	628	557	390

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,400	922	922	919	910	894	867	836	791	763	728	694	636	565	0,400
410	929	929	926	917	901	873	842	798	770	735	701	644	574	410
420	935	935	932	923	907	879	848	804	777	742	709	652	582	420
430	940	940	937	928	913	885	854	810	783	749	717	660	591	430
440	945	945	942	933	918	891	860	816	789	756	724	668	600	440
450	950	950	947	938	923	896	866	822	795	762	731	676	608	450
460	954	954	951	942	928	901	871	828	801	769	738	683	617	460
470	958	958	955	946	932	906	876	834	807	775	745	691	625	470
480	962	962	959	950	936	911	881	840	813	781	752	699	634	480
490	966	966	963	954	940	915	886	845	819	787	759	706	642	490
0,500	969	969	966	958	944	919	891	860	824	793	766	714	650	0,500
550	982	282	979	972	959	937	912	874	850	822	798	750	691	550
600	990	990	987	981	970	951	929	895	874	849	828	785	731	600
650	995	995	993	988	979	963	944	914	896	874	856	818	769	650
700	998	998	997	993	986	973	957	931	916	897	882	849	805	700
750	999	999	999	996	991	981	968	945	934	918	906	877	841	750
800	1	1	1	998	994	987	977	959	950	927	928	904	876	800
850	1	1	1	999	997	992	985	971	964	954	948	929	901	850
900	1	1	1	1	999	996	992	982	977	970	967	953	938	900
950	1	1	1	1	1	999	997	992	989	985	984	977	969	950

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
						$n=6$								
0,001	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,005	0,001
2	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	11	11	10	2
3	18	18	18	18	18	18	18	18	18	17	17	16	15	3
4	24	24	24	24	24	24	24	24	24	23	22	22	20	4
5	30	30	30	30	30	30	30	29	29	28	28	27	24	5
6	36	36	36	36	36	36	36	35	35	34	33	32	28	6
7	41	41	41	41	41	40	40	40	40	39	39	38	33	7
8	47	47	47	47	47	46	46	46	46	45	44	43	37	8
9	53	53	53	53	53	52	52	51	51	50	50	48	42	9
0,010	58	58	58	58	58	57	57	57	57	56	55	53	46	0,010
20	114	114	114	114	114	112	111	110	108	107	104	101	83	20
30	167	167	166	166	165	162	160	156	155	152	148	143	116	30
40	217	217	216	216	214	210	206	200	197	192	186	178	144	40
50	265	266	264	263	260	255	250	242	237	230	221	210	168	50
60	310	310	309	308	304	298	291	280	273	264	252	238	189	60
70	353	353	351	360	346	338	329	315	306	296	281	262	209	70
80	394	393	391	390	384	377	365	348	337	325	307	283	227	80
90	432	431	429	428	421	413	399	379	365	351	330	303	245	90

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,100	469	468	466	464	456	446	430	407	392	376	352	322	262	0,100
110	503	502	500	498	489	476	459	434	418	400	373	340	278	110
120	536	535	532	530	520	506	487	460	442	422	393	357	293	120
130	566	565	562	559	548	533	513	484	465	443	412	373	308	130
140	595	594	591	587	575	558	537	506	486	463	430	388	321	140
150	623	622	618	613	600	583	560	527	506	482	447	403	334	150
160	649	648	644	638	624	606	582	547	525	500	463	417	346	160
170	673	672	668	662	647	628	603	566	543	517	478	431	357	170
180	696	695	691	684	669	648	622	584	560	533	493	444	368	180
190	718	717	712	705	689	667	640	601	576	548	507	457	379	190
0,200	738	737	732	724	707	685	657	617	592	563	520	469	390	0,200
210	757	756	751	742	725	703	674	633	607	577	533	481	401	210
220	775	774	769	760	742	720	690	648	621	590	545	492	412	220
230	792	791	786	777	759	736	705	662	635	603	557	503	423	230
240	808	806	801	782	774	754	719	675	648	615	569	514	433	240
250	822	821	816	807	789	764	732	687	660	627	580	524	443	250
260	836	835	830	821	805	777	744	699	671	638	591	534	453	260
270	849	849	843	833	815	790	756	710	682	648	601	544	463	270
280	861	860	855	845	827	801	767	720	693	658	611	554	472	280
290	872	871	866	856	838	812	778	730	703	668	620	563	481	290

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,300	882	881	876	866	848	822	788	740	712	677	629	572	490	0,300
310	892	891	886	876	858	832	798	749	721	686	638	581	500	310
320	901	900	895	885	867	841	807	758	730	694	647	590	509	320
330	910	909	904	894	876	850	815	766	738	702	655	599	518	330
340	918	917	912	902	884	858	823	774	746	710	663	608	527	340
350	925	924	919	909	891	865	831	782	754	718	671	617	536	350
360	931	930	925	915	897	872	838	789	762	726	679	626	545	360
370	937	936	931	921	903	878	845	796	769	733	687	634	554	370
380	943	942	937	927	909	884	851	803	776	740	695	642	563	380
390	948	947	942	933	915	890	857	810	783	747	703	650	571	390
0,400	953	952	947	938	921	896	863	816	789	754	710	658	579	0,400
410	958	957	952	943	926	902	869	822	795	761	718	666	588	410
420	962	961	956	947	931	907	874	828	801	768	725	674	596	420
430	966	965	960	951	935	911	879	834	807	774	732	682	605	430
440	969	968	964	955	939	915	884	839	813	780	739	689	613	440
450	972	971	967	958	942	919	888	844	819	786	746	696	621	450
460	975	974	970	961	945	923	892	849	825	792	753	704	630	460
470	978	977	973	964	948	927	896	854	831	798	760	711	638	470
480	980	979	975	967	951	930	900	859	836	804	767	718	646	480
490	982	981	977	969	954	933	904	864	841	810	773	725	654	490

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,500	984	984	979	971	956	936	908	869	846	815	779	732	662	0,500
550	991	990	986	979	966	950	915	891	870	842	810	767	702	550
600	995	994	991	985	974	961	940	910	892	867	838	800	741	600
650	998	997	994	990	981	971	953	928	912	890	886	831	778	650
700	999	998	997	994	986	979	965	944	930	911	890	860	813	700
750	1	999	999	997	991	986	975	958	946	930	913	887	843	750
800	1	1	1	999	995	991	983	969	960	947	934	912	882	800
850	1	1	1	1	998	995	989	979	972	962	952	935	912	850
900	1	1	1	1	999	998	994	988	983	976	969	958	942	900
950	1	1	1	1	1	1	998	995	992	989	985	979	971	950
						$n=7$								
0,001	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,006	0,001
2	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	13	11	2
3	21	21	20	20	20	20	20	20	20	20	20	19	16	3
4	28	28	27	27	27	27	27	27	27	27	27	25	21	4
5	34	34	33	33	33	33	33	33	33	33	33	31	26	5
6	41	41	40	40	40	40	40	40	40	40	39	37	32	6
7	48	48	47	47	47	47	46	46	46	46	45	43	37	7
8	55	55	54	54	54	54	53	53	53	52	51	49	42	8
9	61	61	60	60	60	60	59	59	59	58	57	55	47	9

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,010	68	68	67	67	67	67	66	66	65	64	63	61	52	0,010
20	132	132	131	130	130	128	127	126	123	121	118	113	94	20
30	192	191	190	189	188	185	182	179	175	171	167	159	130	30
40	249	247	246	245	243	239	234	227	221	215	208	197	160	40
50	302	300	299	297	294	290	282	272	264	255	245	230	185	50
60	352	350	348	346	342	337	327	314	303	291	277	258	209	60
70	398	396	394	391	386	380	368	351	338	323	305	282	229	70
80	442	440	437	433	427	421	406	386	369	351	330	303	247	80
90	483	481	478	473	466	459	442	418	399	378	353	323	263	90
0,100	522	519	516	511	503	493	474	447	427	404	375	342	278	0,100
110	558	555	551	546	537	525	504	475	453	427	396	360	294	110
120	591	588	584	578	568	554	532	502	478	449	416	377	308	120
130	623	619	614	607	596	582	559	527	501	470	435	393	322	130
140	652	648	643	635	623	608	583	549	522	490	453	408	336	140
150	679	675	670	661	648	632	606	570	542	509	469	422	349	150
160	705	701	695	685	671	655	628	590	561	527	485	436	361	160
170	729	725	718	707	693	676	648	608	578	543	500	450	372	170
180	751	747	739	728	713	695	666	625	594	558	514	463	383	180
190	771	767	759	747	732	713	683	641	609	573	527	475	394	190

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,200	790	785	777	765	749	730	699	656	624	587	540	487	405	0,200
210	808	803	794	782	766	747	715	671	638	600	552	499	416	210
220	824	819	810	798	782	763	730	685	652	613	564	510	427	220
230	840	834	825	813	797	778	745	698	664	625	576	521	437	230
240	854	848	839	826	810	791	758	711	676	637	587	531	44	240
250	867	861	852	839	823	803	770	723	688	648	598	541	457	250
260	879	873	864	851	835	815	781	734	698	658	608	551	467	260
270	890	884	875	862	846	826	792	744	708	668	618	561	477	270
280	900	894	885	872	856	836	802	754	718	677	628	570	486	280
290	909	903	894	881	865	845	811	763	727	686	637	579	495	290
0,300	918	912	903	890	874	854	820	772	736	695	646	588	504	0,300
310	926	920	911	898	882	862	828	780	764	703	655	597	513	310
320	933	927	918	905	889	869	835	788	772	711	663	606	522	320
330	939	933	924	911	896	876	842	796	760	719	671	615	531	330
340	945	939	930	917	902	883	849	803	768	727	679	624	540	340
350	951	945	936	923	908	889	856	810	775	735	687	632	549	350
360	956	950	941	928	913	895	862	817	782	742	695	640	558	360
370	961	955	946	933	918	900	868	823	789	749	703	648	567	370
380	965	959	950	938	923	905	874	829	796	756	711	656	575	380
390	969	963	954	943	927	910	879	835	802	763	718	664	583	390

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,400	972	966	957	947	931	914	884	841	808	770	725	672	591	0,400
410	975	969	960	951	935	918	889	847	814	777	732	680	600	410
420	978	972	963	955	939	922	894	852	820	783	739	688	609	420
430	981	975	966	959	942	926	898	857	826	789	746	695	617	430
440	983	977	969	962	945	930	902	862	831	795	753	702	625	440
450	985	979	971	965	948	933	906	867	836	801	760	709	633	450
460	987	981	973	967	951	936	910	872	841	807	767	716	641	460
470	988	983	975	969	953	939	914	877	846	813	774	723	649	470
480	990	985	977	971	955	942	918	881	851	818	780	730	657	480
490	991	986	979	973	957	945	921	885	856	823	786	737	665	490
0,500	992	987	981	975	959	947	924	889	861	828	792	744	673	0,500
550	996	992	987	982	968	958	931	908	883	853	822	777	712	550
600	998	995	992	987	976	967	950	925	903	876	850	809	750	600
650	999	998	995	992	983	975	961	940	921	897	876	839	785	650
700	1	999	998	996	989	982	971	953	937	917	900	867	819	700
750	1	1	999	998	993	988	980	965	952	935	921	893	853	750
800	1	1	1	999	996	993	987	975	965	951	940	917	886	800
850	1	1	1	1	998	996	992	983	976	965	957	939	915	850
900	1	1	1	1	999	998	996	990	986	978	973	960	944	900
950	1	1	1	1	1	1	999	996	993	990	987	980	972	950

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
						$n=10$								
0,001	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,009	0,009	0,008	0,001
2	20	20	20	20	19	19	19	19	19	19	18	18	16	2
3	30	30	30	30	29	29	29	29	29	29	27	27	23	3
4	39	39	39	39	38	38	38	38	38	38	36	36	30	4
5	49	49	49	49	48	47	47	47	47	47	45	44	37	5
6	58	58	58	58	57	56	56	56	56	55	53	52	44	6
7	68	68	68	68	67	66	66	65	65	64	62	60	51	7
8	77	77	77	77	76	75	75	74	74	73	71	68	58	8
9	86	86	86	86	86	84	84	83	82	81	79	76	65	9
0,010	96	96	96	96	95	94	93	91	90	89	87	84	73	0,010
20	183	183	182	181	179	177	174	169	166	163	158	151	128	20
30	263	263	261	260	257	253	248	238	230	223	217	205	170	30
40	335	334	332	330	326	320	312	297	285	275	266	249	201	40
50	401	399	396	393	387	379	368	350	334	320	309	286	228	50
60	461	459	455	461	443	433	419	397	376	358	340	316	251	60
70	516	513	508	503	494	482	465	438	413	391	365	340	270	70
80	566	562	556	550	540	527	507	476	446	420	389	361	288	80
90	611	607	600	593	582	567	544	509	476	446	412	380	304	90

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,100	651	646	638	630	618	603	578	539	504	470	443	398	319	0,100
110	688	682	674	665	652	635	608	566	529	493	455	415	334	110
120	722	715	706	697	683	665	636	590	552	515	475	432	348	120
130	752	745	736	726	711	692	661	613	573	535	493	447	362	130
140	779	772	762	751	736	715	683	633	593	554	510	462	375	140
150	803	796	786	774	778	736	703	652	611	571	525	476	388	150
160	825	818	808	795	797	755	722	670	627	587	540	490	400	160
170	845	838	827	814	814	773	740	687	643	602	554	503	411	170
180	863	855	844	831	830	790	756	702	658	616	567	515	422	180
190	879	871	860	847	844	806	771	716	672	629	579	527	433	190
0,200	893	885	874	861	856	820	785	730	686	642	591	538	444	0,200
210	905	897	886	873	868	832	797	742	698	654	602	549	455	210
220	917	909	898	885	879	844	809	754	710	665	613	559	465	220
230	927	919	908	896	889	855	820	765	721	676	624	569	475	230
240	936	928	918	906	896	865	830	775	731	686	634	579	485	240
250	944	937	927	915	905	874	839	784	740	695	644	589	495	250
260	951	944	935	923	914	883	848	793	749	704	654	599	505	260
270	957	950	942	930	921	891	856	801	757	713	663	608	515	270
280	963	956	948	936	927	898	864	809	765	721	672	617	524	280
290	968	961	953	942	932	904	871	817	773	729	681	626	533	290

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,300	972	966	958	947	937	910	877	824	781	737	689	635	542	0,300
310	976	970	962	952	942	915	883	831	789	745	697	644	551	310
320	979	974	966	956	946	920	888	837	796	752	705	652	560	320
330	982	977	969	960	950	925	893	843	803	759	713	660	569	330
340	984	979	972	963	953	929	898	849	809	766	720	668	578	340
350	986	981	975	966	956	933	903	855	815	773	727	676	586	350
360	988	983	977	969	959	937	908	860	821	780	734	684	595	360
370	990	985	979	971	961	940	912	865	827	786	741	692	603	370
380	992	987	981	973	963	943	916	870	833	792	748	700	611	380
390	993	989	983	975	965	946	920	875	838	798	755	707	619	390
0,400	994	990	985	977	967	949	923	880	843	804	762	714	627	0,400
410	995	991	987	979	969	952	926	884	848	810	769	721	635	410
420	996	992	988	981	971	954	929	886	853	816	775	728	643	420
430	996	992	989	982	973	956	932	892	858	822	781	735	651	430
440	997	993	990	983	974	958	935	896	863	827	787	742	659	440
450	997	994	991	984	976	960	938	900	867	832	793	748	666	450
460	998	995	992	986	977	962	941	904	871	837	799	755	674	460
470	998	995	993	987	979	964	944	908	875	842	805	761	681	470
480	999	996	993	988	980	966	947	912	879	847	811	767	689	480
490	999	996	994	989	982	968	949	915	883	852	816	773	696	490

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,500	999	997	995	990	987	970	951	918	887	856	821	779	703	0,500
550	1	999	997	994	991	978	962	933	906	878	847	808	739	550
600	1	1	999	997	995	984	971	945	923	898	871	836	774	600
650	1	1	1	999	997	989	979	956	938	916	893	862	807	650
700	1	1	1	1	999	992	985	966	951	933	913	886	838	700
750	1	1	1	1	1	996	990	975	963	948	932	909	869	750
800	1	1	1	1	1	997	994	982	973	961	949	930	898	800
850	1	1	1	1	1	998	997	988	982	973	964	949	924	850
900	1	1	1	1	1	999	998	993	989	983	971	967	950	900
950	1	1	1	1	1	1	999	997	995	992	989	984	976	950
						$n=20$								
0,001	0,020	0,020	0,020	0,020	0,019	0,019	0,019	0,019	0,019	0,018	0,018	0,018	0,018	0,001
2	40	39	39	39	38	38	38	38	37	36	35	35	34	2
3	58	57	57	57	56	56	56	56	53	53	52	51	49	3
4	77	76	76	75	74	74	74	73	70	69	68	67	63	4
5	95	94	94	93	92	92	91	90	86	85	84	82	77	5
6	114	113	112	111	109	109	108	106	102	101	99	97	90	6
7	131	130	129	128	126	126	125	122	118	116	114	111	101	7
8	148	147	146	145	143	143	141	138	133	131	128	124	112	8
9	165	164	163	162	160	160	157	153	148	145	142	137	122	9

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,010	182	181	180	179	177	176	173	168	162	159	155	149	132	0,010
20	332	330	328	325	321	318	310	293	276	271	260	242	202	20
30	456	453	450	446	439	433	417	388	359	348	334	306	247	30
40	558	554	550	544	534	526	499	460	424	411	391	352	280	40
50	642	637	630	620	606	589	562	515	475	456	437	391	307	50
60	710	704	695	683	666	646	615	563	516	493	469	422	329	60
70	766	759	749	735	714	692	658	602	553	527	497	448	347	70
80	811	803	792	777	754	731	694	635	585	555	518	467	364	80
90	848	839	827	811	788	764	724	662	611	579	536	484	379	90
0,100	878	868	855	838	815	791	750	685	633	600	554	500	394	0,100
110	903	893	880	863	840	816	774	707	654	620	572	515	408	110
120	922	913	900	883	860	835	793	726	673	639	590	530	422	120
130	938	929	916	899	877	852	810	744	691	656	607	545	435	130
140	951	942	929	913	892	867	825	759	706	671	622	559	447	140
150	961	953	941	925	904	880	839	774	721	686	637	572	459	150
160	969	962	951	935	915	891	851	787	734	700	650	585	470	160
170	976	969	959	944	925	901	862	799	746	712	662	597	481	170
180	981	975	965	951	933	910	872	811	758	724	674	609	492	180
190	985	979	970	957	939	918	881	821	769	735	685	620	503	190

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,200	988	983	974	961	944	925	889	830	779	745	695	630	513	0,200
210	991	986	977	965	949	931	896	838	788	755	705	639	523	210
220	993	989	980	969	953	936	902	846	796	764	714	648	533	220
230	995	991	983	972	957	941	908	854	804	772	722	657	543	230
240	995	992	985	975	961	946	913	860	812	780	730	666	553	240
250	996	993	987	978	964	950	918	866	819	787	738	675	562	250
260	997	994	989	980	967	954	923	872	826	794	746	684	572	260
270	998	995	990	982	970	957	927	877	839	801	754	692	581	270
280	999	996	991	984	972	960	930	882	839	808	761	700	590	280
290	999	996	992	985	974	962	933	887	844	814	768	708	599	290
0,300	999	997	993	986	976	964	936	891	849	820	775	716	607	0,300
310	999	997	994	987	978	966	939	895	854	826	782	724	615	310
320	1	998	995	988	980	968	942	899	859	832	789	731	625	320
330	1	998	995	989	981	970	945	903	864	838	795	739	634	330
340	1	998	995	990	982	972	948	907	869	843	801	746	642	340
350	1	999	996	991	983	974	950	911	874	848	807	754	650	350
360	1	999	996	992	984	976	953	915	879	853	813	761	658	360
370	1	999	997	993	985	978	955	919	883	858	819	768	666	370
380	1	999	997	993	986	979	957	922	887	863	824	775	674	380
390	1	1	998	994	987	980	959	925	891	867	829	782	681	390

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,400	1	1	998	994	988	981	961	928	895	871	834	789	689	0,400
410	1	1	998	994	989	982	963	931	899	875	839	795	696	410
420	1	1	998	995	990	983	965	934	902	879	844	801	704	420
430	1	1	998	995	991	984	967	937	906	883	849	808	711	430
440	1	1	999	996	992	985	969	940	909	887	853	814	718	440
450	1	1	999	976	992	986	970	942	913	891	857	820	725	450
460	1	1	999	976	993	987	972	945	917	895	862	825	732	460
470	1	1	999	977	994	988	973	947	920	899	866	829	738	470
480	1	1	999	997	994	989	974	949	923	903	870	834	745	480
490	1	1	1	998	995	990	976	952	926	906	874	838	751	490
0,500	1	1	1	998	995	990	977	954	929	909	878	843	758	0,500
550	1	1	1	999	997	993	983	965	943	925	897	864	789	550
600	1	1	1	1	999	995	988	973	955	939	914	884	818	600
650	1	1	1	1	1	997	992	980	965	951	929	902	846	650
700	1	1	1	1	1	998	995	985	973	961	942	918	871	700
750	1	1	1	1	1	999	997	989	980	970	954	933	896	750
800	1	1	1	1	1	1	998	993	986	978	965	947	918	800
850	1	1	1	1	1	1	999	996	991	985	975	961	939	850
900	1	1	1	1	1	1	1	998	995	991	984	975	960	900
950	1	1	1	1	1	1	1	999	998	996	992	988	980	950

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
						$n=30$								
0,001	0,030	0,030	0,030	0,030	0,029	0,029	0,029	0,029	0,029	0,028	0,027	0,026	0,024	0,001
2	59	59	59	59	58	58	57	56	56	54	52	50	46	2
3	87	87	87	87	86	85	84	81	81	78	76	72	66	3
4	114	114	114	114	113	112	110	106	105	101	98	93	85	4
5	140	140	140	140	138	137	135	129	126	123	119	113	103	5
6	166	160	165	165	164	162	159	152	149	143	138	132	119	6
7	190	190	189	189	187	185	182	174	169	162	156	149	133	7
8	214	214	213	213	211	208	204	194	188	180	172	164	145	8
9	238	238	237	236	234	231	225	213	205	196	187	177	156	9
0,010	260	260	259	258	256	253	245	231	222	211	200	188	165	0,010
20	455	455	453	450	445	438	415	377	354	330	314	293	233	20
30	599	598	595	590	581	570	528	475	442	412	388	353	275	30
40	706	702	697	688	675	655	607	547	503	475	440	396	306	40
50	785	778	767	753	735	710	660	597	551	518	481	422	332	50
60	844	835	821	804	784	757	706	640	590	555	511	450	354	60
70	887	878	864	847	826	797	744	675	623	586	536	473	372	70
80	918	909	895	878	857	827	773	703	651	612	557	492	388	80
90	941	932	918	901	880	851	796	726	674	633	576	510	402	90

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,100	958	949	935	919	898	870	815	746	694	651	594	527	416	0,100
110	970	961	948	913	912	884	831	764	712	669	612	543	429	110
120	978	970	958	944	924	897	844	779	728	685	629	558	442	120
130	985	977	965	952	933	908	856	793	743	700	644	572	455	130
140	989	982	971	959	941	917	867	806	757	714	658	585	467	140
150	992	986	976	964	947	925	877	818	770	727	671	597	479	150
160	995	989	980	969	953	933	886	829	781	739	683	609	490	160
170	996	991	983	973	958	940	895	839	792	750	695	621	501	170
180	997	993	986	977	963	945	902	848	802	760	706	632	512	180
190	998	995	988	980	967	950	909	857	811	770	715	642	522	190
0,200	999	996	990	982	970	955	915	865	820	779	724	651	532	0,200
210	999	997	992	984	973	959	920	872	828	787	732	660	542	210
220	999	997	993	986	976	963	925	879	835	795	740	669	552	220
230	1	998	994	988	979	966	930	885	842	802	748	678	562	230
240	1	998	995	990	982	969	934	890	848	808	756	687	571	240
250	1	999	996	991	984	972	938	895	854	816	764	695	580	250
260	1	999	996	992	986	974	942	900	860	822	771	703	589	260
270	1	999	996	993	987	976	945	904	865	828	778	711	598	270
280	1	1	997	994	988	978	948	908	870	834	785	719	607	280
290	1	1	997	994	989	980	950	912	875	840	791	727	616	290

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,300	1	1	998	995	990	981	952	916	879	845	797	734	624	0,300
310	1	1	998	995	991	982	954	919	883	850	803	741	633	310
320	1	1	998	996	992	983	956	922	887	855	809	748	641	320
330	1	1	998	996	992	984	958	925	891	860	815	755	649	330
340	1	1	998	997	993	985	960	928	895	865	820	762	657	340
350	1	1	999	997	993	986	961	931	899	870	825	769	665	350
360	1	1	999	997	993	987	963	934	903	874	830	776	673	360
370	1	1	999	998	994	988	964	937	906	878	835	783	681	370
380	1	1	999	998	995	989	966	939	909	882	840	789	688	380
390	1	1	1	999	996	989	967	941	912	886	845	795	695	390
0,400	1	1	1	999	996	990	969	943	915	890	850	801	702	0,400
410	1	1	1	999	996	991	970	945	918	894	855	807	709	410
420	1	1	1	999	997	991	972	948	920	898	860	813	716	420
430	1	1	1	999	997	992	973	950	923	901	864	819	723	430
440	1	1	1	999	998	992	975	952	926	904	868	825	730	440
450	1	1	1	1	998	993	976	954	929	907	872	830	736	450
460	1	1	1	1	998	993	977	956	932	910	876	835	743	460
470	1	1	1	1	998	994	978	958	935	913	880	839	749	470
480	1	1	1	1	999	994	979	960	937	916	884	843	755	480
490	1	1	1	1	999	995	980	961	939	919	888	847	761	490

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,500	1	1	1	1	999	995	981	962	941	921	891	851	767	0,500
550	1	1	1	1	1	996	986	970	952	934	908	871	796	550
600	1	1	1	1	1	997	990	977	962	946	923	889	823	600
650	1	1	1	1	1	998	994	984	971	967	938	906	849	650
700	1	1	1	1	1	999	996	988	978	966	948	922	873	700
750	1	1	1	1	1	1	998	992	984	974	959	937	897	750
800	1	1	1	1	1	1	999	995	989	981	969	950	919	800
850	1	1	1	1	1	1	1	997	993	987	978	963	940	850
900	1	1	1	1	1	1	1	998	996	992	986	976	960	900
950	1	1	1	1	1	1	1	999	998	996	993	988	980	950
						$n=50$								
0,001	0,049	0,049	0,048	0,048	0,047	0,047	0,047	0,047	0,047	0,047	0,046	0,044	0,042	0,001
2	96	95	94	94	93	92	91	91	90	90	89	85	78	2
3	140	139	138	138	136	135	132	132	129	128	126	120	112	3
4	182	181	180	179	176	175	171	169	165	163	159	150	140	4
5	222	221	219	217	214	213	208	204	197	194	188	176	163	5
6	260	258	256	254	251	249	243	237	225	221	214	199	182	6
7	296	294	292	289	286	283	276	268	250	246	237	219	198	7
8	330	328	326	322	319	314	306	296	273	269	257	236	211	8
9	364	361	358	354	350	344	383	321	294	289	274	250	221	9

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,010	395	392	389	384	378	371	358	344	313	306	288	262	230	0,010
20	636	624	611	594	575	558	529	497	454	434	403	354	294	20
30	782	767	750	728	704	682	639	595	537	507	468	406	329	30
40	870	853	834	810	783	756	707	657	589	554	512	443	354	40
50	923	907	888	865	838	811	760	697	635	596	546	473	377	50
60	955	940	923	902	878	852	801	734	669	627	570	496	397	60
70	973	961	946	928	907	882	829	762	694	651	587	516	414	70
80	988	977	964	947	928	903	849	782	714	673	605	535	429	80
90	999	984	973	959	941	917	865	798	732	694	622	553	443	90
0,100	999	989	980	968	952	929	878	813	749	713	640	570	456	0,100
110	1	992	984	973	959	938	889	825	766	729	655	586	469	110
120	1	994	987	977	964	946	899	836	780	743	670	600	481	120
130	1	996	989	980	968	951	908	847	794	756	684	613	493	130
140	1	996	990	983	972	955	916	857	806	768	697	625	504	140
150	1	997	992	985	975	959	923	866	817	778	709	636	515	150
160	1	997	993	986	977	963	929	875	827	787	719	646	525	160
170	1	998	994	988	979	966	934	883	836	796	729	656	535	170
180	1	998	995	989	981	969	939	890	844	804	739	666	545	180
190	1	999	996	991	983	972	943	896	852	812	748	675	555	190

Продолжение табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,200	1	999	997	992	985	974	947	902	859	820	756	684	565	0,200
210	1	999	997	992	986	976	950	907	866	827	767	692	575	210
220	1	999	998	993	987	978	953	912	872	834	770	700	584	220
230	1	999	998	993	988	980	956	917	877	840	777	708	593	230
240	1	1	999	994	989	981	959	921	882	846	784	716	602	240
250	1	1	999	995	990	982	962	925	887	852	791	724	611	250
260	1	1	999	995	991	983	964	928	891	857	797	731	620	260
270	1	1	999	996	992	984	966	931	895	862	803	738	629	270
280	1	1	999	996	993	985	968	934	899	867	809	745	637	280
290	1	1	1	997	994	986	970	937	903	872	815	752	645	290
0,300	1	1	1	997	994	987	971	940	907	876	821	759	653	0,300
310	1	1	1	997	994	988	972	943	910	880	826	766	661	310
320	1	1	1	998	995	989	974	946	913	884	831	772	669	320
330	1	1	1	998	995	989	975	948	916	888	836	778	677	330
340	1	1	1	999	996	990	977	950	920	892	841	784	685	340
350	1	1	1	999	997	991	978	952	923	896	846	790	692	350
360	1	1	1	999	997	992	980	954	926	900	851	796	699	360
370	1	1	1	999	998	992	981	956	928	904	855	802	706	370
380	1	1	1	999	998	993	982	958	930	907	859	808	712	380
390	1	1	1	1	999	993	983	960	933	910	863	813	719	390

Окончание табл. 2

p_1	Коэффициент корреляции r													
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0
0,400	1	1	1	1	999	994	984	962	936	913	867	818	726	0,400
410	1	1	1	1	999	994	985	963	939	916	871	823	732	410
420	1	1	1	1	999	995	986	965	941	919	875	828	738	420
430	1	1	1	1	999	995	987	966	943	922	873	833	743	430
440	1	1	1	1	1	996	988	968	945	925	882	838	749	440
450	1	1	1	1	1	996	988	969	947	927	885	843	755	450
460	1	1	1	1	1	996	989	970	949	930	889	847	761	460
470	1	1	1	1	1	996	990	972	951	932	892	851	766	470
480	1	1	1	1	1	997	991	973	953	934	895	854	772	480
490	1	1	1	1	1	997	992	975	955	936	898	857	777	490
0,500	1	1	1	1	1	997	992	976	956	938	901	860	782	0,500
550	1	1	1	1	1	998	995	981	964	948	915	876	807	550
600	1	1	1	1	1	999	996	985	971	957	925	892	832	600
650	1	1	1	1	1	1	997	989	978	966	940	908	854	650
700	1	1	1	1	1	1	998	993	984	974	951	924	876	700
750	1	1	1	1	1	1	999	996	989	981	961	939	898	750
800	1	1	1	1	1	1	1	998	993	987	970	952	919	800
850	1	1	1	1	1	1	1	999	996	992	976	964	940	850
900	1	1	1	1	1	1	1	1	998	995	985	976	960	900
950	1	1	1	1	1	1	1	1	999	998	993	988	980	950

Значения функций $\varepsilon(t)$ и $F(t)$

t	$\varepsilon(t)$	$F(t)$	t	$\varepsilon(t)$	$F(t)$
0	1,000	1,000	0,75	0,840	1,091
0,02	0,995	1,002	0,80	0,831	1,096
0,04	0,990	1,005	0,85	0,823	1,102
0,06	0,985	1,008	0,90	0,813	1,108
0,08	0,980	1,010	0,95	0,805	1,113
0,10	0,976	1,012	1,00	0,797	1,119
0,12	0,971	1,015	1,50	0,722	1,173
0,14	0,966	1,017	2,00	0,660	1,224
0,16	0,961	1,020	2,50	0,607	1,271
0,18	0,957	1,022	3,00	0,563	1,317
0,20	0,952	1,025	3,50	0,525	1,358
0,25	0,941	1,031	4,00	0,492	1,399
0,30	0,930	1,037	4,50	0,463	1,434
0,35	0,919	1,043	5,00	0,438	1,469
0,40	0,908	1,049	5,50	0,416	1,514
0,45	0,902	1,055	6,00	0,395	1,631
0,50	0,888	1,061	6,50	0,377	1,560
0,55	0,880	1,067	7,00	0,361	1,585
0,60	0,868	1,073	7,50	0,347	1,610
0,65	0,859	1,079	8,00	0,333	1,638
0,70	0,849	1,085	9,00	0,308	1,675
			10,00	0,288	1,716

Таблица 4

Значения величины $R_0(\rho, R_n)$

ρ	Вероятность хотя бы одного попадания R_n при независимых выстрелах									
	0,10	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60
0	0,100	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600
0,2	0,100	0,200	0,250	0,300	0,348	0,396	0,444	0,492	0,544	0,592
0,3	0,100	0,196	0,244	0,292	0,340	0,388	0,432	0,480	0,528	0,576
0,4	0,096	0,192	0,240	0,288	0,332	0,376	0,420	0,464	0,512	0,556
0,5	0,096	0,190	0,236	0,280	0,324	0,364	0,406	0,450	0,492	0,536
0,6	0,093	0,184	0,228	0,272	0,308	0,348	0,384	0,424	0,462	0,502
0,7	0,088	0,173	0,216	0,252	0,284	0,316	0,348	0,380	0,410	0,442
0,8	0,084	0,160	0,200	0,230	0,254	0,278	0,300	0,326	0,348	0,374
0,9	0,070	0,124	0,150	0,168	0,181	0,196	0,210	0,224	0,238	0,252

Продолжение табл. 4

ρ	Вероятность хотя бы одного попадания R_n при независимых выстрелах									
	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,982	0,992	0,998
0	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	0,982	0,992	0,998
0,2	0,640	0,686	0,736	0,784	0,836	0,888	0,940	0,972	0,988	0,996
0,3	0,624	0,672	0,728	0,768	0,816	0,860	0,910	0,956	0,980	0,988
0,4	0,600	0,646	0,692	0,736	0,784	0,828	0,874	0,924	0,948	0,960
0,5	0,576	0,616	0,656	0,696	0,740	0,780	0,822	0,870	0,887	0,914
0,6	0,536	0,572	0,608	0,645	0,684	0,722	0,766	0,822	0,830	0,859
0,7	0,472	0,502	0,536	0,563	0,598	0,628	0,644	0,700	0,713	0,750
0,8	0,396	0,414	0,436	0,457	0,482	0,508	0,534	0,562	0,581	0,606
0,9	0,266	0,280	0,294	0,304	0,312	0,328	0,348	0,373	0,378	0,403

Таблица 5

Значения величины $\lambda = f(M, \overline{r})$

M	Коэффициент корреляции $\overline{r}$															
	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,925	0,950	0,975	1,0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—
0,1	0	0,001	0,003	0,007	0,013	0,020	0,030	0,042	0,055	0,073	0,103	0,150	0,187	0,250	0,625	1
0,2	0	0,001	0,006	0,011	0,018	0,029	0,046	0,076	0,095	0,125	0,162	0,222	0,265	0,357	0,678	1
0,3	0	0,002	0,008	0,015	0,024	0,040	0,061	0,102	0,130	0,166	0,210	0,280	0,330	0,432	0,716	1
0,4	0	0,003	0,010	0,018	0,030	0,046	0,076	0,126	0,162	0,207	0,252	0,330	0,387	0,485	0,742	1
0,5	0	0,003	0,012	0,022	0,037	0,057	0,090	0,145	0,190	0,239	0,290	0,375	0,437	0,525	0,762	1
0,6	0	0,004	0,014	0,026	0,043	0,065	0,102	0,164	0,212	0,264	0,322	0,412	0,475	0,557	0,778	1
0,7	0	0,005	0,016	0,030	0,049	0,073	0,112	0,178	0,231	0,284	0,349	0,442	0,505	0,582	0,791	1
0,8	0	0,006	0,019	0,033	0,054	0,079	0,122	0,192	0,248	0,301	0,369	0,464	0,525	0,602	0,801	1
0,9	0	0,007	0,021	0,037	0,058	0,085	0,131	0,203	0,260	0,317	0,383	0,480	0,541	0,618	0,809	1
1,0	0	0.008	0,023	0,041	0,062	0,092	0,140	0,214	0,272	0,332	0,395	0,492	0,553	0,632	0,816	1
1,5	0	0,009	0,028	0,049	0,072	0,107	0,160	0,245	0,308	0,362	0,435	0,527	0,592	0,652	0,826	1
2,0	0	0,010	0,027	0,048	0,076	0,115	0,170	0,253	0,320	0,372	0,437	0,535	0,600	0,655	0,827	1
2,5	0	0,009	0,025	0,044	0,072	0,113	0,167	0,248	0,310	0,367	0,435	0,525	0,590	0,652	0,826	1
3,0	0	0,008	0,023	0,040	0,067	0,101	0,156	0,236	0,295	0,357	0,422	0,510	0,575	0,645	0,822	1
3,5	0	0,007	0,020	0,036	0,061	0,090	0,142	0,218	0,277	0,344	0,407	0,492	0,560	0,633	0,817	1
4,0	0	0,006	0,018	0,032	0,054	0,081	0,130	0,200	0,264	0,327	0,390	0,472	0,540	0,616	0,808	1
5,0	0	0,005	0,014	0,025	0,044	0,065	0,108	0,180	0,235	0,298	0,360	0,448	0,510	0,592	0,796	1
6,0	0	0,004	0,010	0,019	0,033	0,052	0,095	0,161	0,212	0,272	0,334	0,418	0,480	0,566	0,783	1
7,0	0	0,003	0,007	0,015	0,026	0,040	0,084	0,145	0,195	0,250	0,312	0,395	0,455	0,543	0,771	1
8,0	0	0,002	0,005	0,011	0,020	0,033	0,074	0,131	0,180	0,232	0,295	0,375	0,432	0,527	0,764	1
9,0	0	0,001	0,003	0,008	0,015	0,026	0,064	0,119	0,164	0,219	0,280	0,357	0,415	0,513	0,757	1
10,0	0	0	0,002	0,005	0,011	0,021	0,056	0,107	0,157	0,207	0,265	0,342	0,400	0,500	0,750	1

ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Таблица 1

Значения функции $\overline{K}=\frac{lg(1-R)}{lg(1-p)}$

p	Гарантийная вероятность поражения R											
	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,98
0,004	57,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	44,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	37,3	59,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	32,3	51,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	27,7	44,3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	24,8	39,7	56,9	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Продолжение табл. 1

p	Гарантийная вероятность поражения R											
	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,98
0,010	22,5	36,0	51,6	70,0	—	—	—	—	—	—	—	—
20	11,3	18,0	25,8	35,0	46,2	60,8	70,0	—	—	—	—	—
30	7,34	11,7	16,8	22,8	30,2	39,6	45,6	53,0	62,4	—	—	—
40	5,42	8,66	12,4	16,8	22,2	29,2	33,6	39,0	46,0	55,8	—	—
50	4,32	6,92	9,91	13,4	17,8	23,4	26,9	31,2	36,8	44,6	58,0	—
60	3,60	5,76	8,25	11,2	14,8	19,5	22,4	26,0	30,6	37,2	48,3	63,2
70	3,09	4,93	7,06	9,58	12,7	16,6	19,2	22,2	26,2	31,9	41,4	54,1
80	2,67	4,28	6,13	8,31	11,0	14,4	16,6	19,3	22,7	27,6	35,9	47,0
90	2,36	3,78	5,41	7,34	9,70	12,7	14,7	17,0	20,1	24,4	31,7	41,4
0,10	2,12	3,39	4,86	6,58	8,70	11,4	13,2	15,3	18,0	21,9	28,5	37,2
11	1,91	3,05	4,32	5,92	7,83	10,3	11,8	13,6	16,2	19,7	25,6	33,4
12	1,75	2,80	4,00	5,43	7,18	9,42	10,8	12,6	14,9	18,1	23,5	30,7
13	1,61	2,57	3,68	5,00	6,60	8,67	9,98	11,6	13,7	16,6	21,6	28,1
14	1,48	2,36	3,38	4,59	6,06	7,97	9,18	10,6	12,6	15,2	19,7	25,9
15	1,38	2,20	3,15	4,27	5,63	7,42	8,55	9,92	11,7	14,2	18,5	24,1
16	1,28	2,05	2,94	3,98	5,27	6,93	7,98	9,26	10,9	13,2	17,2	22,5
17	1,20	1,91	2,74	3,71	4,91	6,46	7,43	8,62	10,2	12,3	16,1	21,0
18	1,12	1,79	2,57	3,48	4,60	6,06	6,97	8,08	9,54	11,6	15,1	19,7
19	1,06	1,69	2,42	3,28	4,44	5,70	6,56	7,62	9,00	10,9	14,2	18,5
20	1,00	1,60	2,29	3,11	4,10	5,40	6,21	7,21	8,50	10,3	13,4	17,5

Продолжение таблицы 1

p	Гарантийная вероятность поражения R											
	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,98
0,21	—	1,51	2,17	2,94	3,89	5,10	5,88	6,82	8,05	9,77	12,7	16,6
22	—	1,44	2,06	2,79	3,69	4,85	5,58	6,48	7,64	9,27	12,1	15,7
23	—	1,36	1,95	2,65	3,50	4,60	5,30	6,15	7,25	8,70	11,4	14,9
24	—	1,30	1,86	2,52	3,34	4,38	5,04	5,86	6,90	8,38	10,9	14,2
25	—	1,24	1,78	2,41	3,19	4,19	4,82	5,40	6,60	8,02	10,4	13,6
26	—	1,19	1,70	2,30	3,05	4,00	4,60	5,35	6,30	7,66	9,96	13,0
27	—	1,13	1,62	2,20	2,91	3,83	4,40	5,11	6,03	7,32	9,50	12,4
28	—	1,09	1,55	2,11	2,79	3,66	4,21	4,90	5,77	7,01	9,12	11,9
29	—	1,04	1,49	2,02	2,68	3,52	4,05	4,70	5,54	6,73	8,75	11,4
30	—	1,00	1,43	1,94	2,57	3,37	3,88	4,50	5,32	6,45	8,40	11,0
31	—	—	1,38	1,87	2,47	3,25	3,74	4,34	5,12	6,21	8,08	10,5
32	—	—	1,32	1,80	2,38	3,12	3,59	4,17	4,92	5,97	7,76	10,1
33	—	—	1,27	1,73	2,29	3,00	3,46	4,01	4,74	5,64	7,47	9,75
34	—	—	1,23	1,67	2,21	2,90	3,34	3,87	4,57	5,54	7,21	9,42
35	—	—	1,19	1,61	2,13	2,80	3,22	3,74	4,41	5,35	6,96	9,08
36	—	—	1,15	1,56	2,06	2,70	3,11	3,61	4,26	5,17	6,72	8,76
37	—	—	1,11	1,50	1,99	2,61	3,00	3,49	4,11	4,99	6,49	8,47
38	—	—	1,07	1,45	1,92	2,52	2,90	3,37	3,97	4,82	6,27	8,18
39	—	—	1,03	1,40	1,85	2,44	2,81	3,26	3,84	4,66	6,06	7,92
40	—	—	1,00	1,36	1,79	2,36	2,71	3,15	3,71	4,51	5,86	7,65

Окончание табл. 1

p	Гарантийная вероятность поражения R											
	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,98
0,41	—	—	—	1,31	1,74	2,28	2,63	3,05	3,60	4,37	5,68	7,41
42	—	—	—	1,27	1,68	2,21	2,55	2,95	3,48	4,23	5,50	7,18
43	—	—	—	1,23	1,63	2,14	2,47	2,86	3,38	4,10	5,33	6,96
44	—	—	—	1,20	1,58	2,08	2,39	2,77	3,27	3,97	5,16	6,74
45	—	—	—	1,16	1,53	2,02	2,32	2,69	3,18	3,85	5,01	6,54
46	—	—	—	1,12	1,49	1,95	2,25	2,61	3,08	3,74	4,86	6,35
47	—	—	—	1,09	1,44	1,90	2,18	2,53	2,99	3,63	4,72	6,16
48	—	—	—	1,06	1,40	1,84	2,12	2,46	2,90	3,52	4,58	5,98
49	—	—	—	1,03	1,36	1,79	2,06	2,39	2,82	3,42	4,45	5,80
50	—	—	—	1,00	1,32	1,74	2,00	2,32	2,74	3,32	4,32	5,64
55	—	—	—	—	1,15	1,51	1,74	2,02	2,38	2,89	3,76	4,90
60	—	—	—	—	1,00	1,31	1,51	1,76	2,07	2,51	3,27	4,26
65	—	—	—	—	—	1,15	1,32	1,53	1,81	2,19	2,85	3,72
70	—	—	—	—	—	1,00	1,15	1,34	1,57	1,91	2,49	3,25
75	—	—	—	—	—	—	1,00	1,16	1,37	1,66	2,16	2,82
80	—	—	—	—	—	—	—	1,00	1,18	1,43	1,86	2,43
85	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00	1,21	1,58	2,06
90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00	1,30	1,70
95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00	1,31
98	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00

Таблица 2

Значения функций $\theta(\alpha)$ и $P(\alpha)$

α	$\theta(\alpha)$	$p(\alpha)$	α	$\theta(\alpha)$	$p(\alpha)$	α	$\theta(\alpha)$	$p(\alpha)$
1,01	0,416	0,494	2,0	1,29	0,244	9	6,06	0,054
1,1	0,573	0,448	2,5	1,64	0,193	10	6,74	0,047
1,2	0,675	0,406	3,0	1,99	0,161	15	10,1	0,033
1,3	0,762	0,376	3,5	2,33	0,139	20	13,5	0,025
1,4	0,843	0,352	4,0	2,67	0,122	25	16,9	0,020
1,5	0,921	0,324	4,5	3,01	0,109	30	20,2	0,017
1,6	0,996	0,304	5	3,35	0,096	35	23,6	0,015
1,7	1,07	0,286	6	4,03	0,081	40	27,0	0,012
1,8	1,14	0,269	7	4,70	0,068	45	30,3	0,011
1,9	1,21	0,256	8	5,38	0,062	50	33,7	0,010

Таблица 3

Значения функции $\gamma = f(\omega, n)$

ω	Длина очереди, n														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	0,30	0,38	0,44	0,50	0,54	0,58	0,62	0,65	0,68	0,71	0,74	0,76	0,79	0,81
2	0	0,12	0,16	0,19	0,22	0,24	0,26	0,28	0,29	0,31	0,32	0,34	0,35	0,36	0,37
3	0	0,06	0,09	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,20	0,21
4	0	0,05	0,08	0,09	0,10	0,11	0,11	0,12	0,12	0,12	0,13	0,13	0,13	0,14	0,15
5	0	0,04	0,06	0,07	0,08	0,09	0,09	0,09	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,11	0,11

Значения функции $\varphi(k)=ke^{-\rho^2 k}$

k	$\varphi(k)$	k	$\varphi(k)$	k	$\varphi(k)$	k	$\varphi(k)$
0	0	0,75	0,634	1,6	1,11	3,5	1,58
0,05	0,049	0,80	0,668	1,7	1,15	4,0	1,61
0,10	0,098	0,85	0,701	1,8	1,19	4,5	1,62
0,15	0,145	0,90	0,734	1,9	1,22	5,0	1,60
0,20	0,191	0,95	0,766	2,0	1,26	6,0	1,53
0,25	0,237	1,00	0,797	2,1	1,30	7,0	1,42
0,30	0,281	1,05	0,827	2,2	1,33	8,0	1,30
0,35	0,324	1,10	0,856	2,3	1,36	9,0	1,16
0,40	0,365	1,15	0,884	2,4	1,39	10,0	1,03
0,45	0,406	1,20	0,912	2,5	1,42	15,0	0,548
0,50	0,446	1,25	0,940	2,6	1,44	20,0	0,212
0,55	0,485	1,30	0,967	2,7	1,46	25,0	0,077
0,60	0,524	1,35	0,993	2,8	1,48		
0,65	0,562	1,4	1,02	2,9	1,50		
0,70	0,599	1,5	1,07	3,0	1,52		

ПРОГРАММЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЭФФЕКТИВНОСТИ НА ЭВМ

ФОРТРАН-ПРОГРАММА 1

вычисления характеристик рассеивания выстрелов при стрельбе автоматическим огнем (составила И. Г. Сергеева)

1. Предназначена для вычисления характеристик рассеивания первых и последующих выстрелов при автоматической стрельбе очередями (срединных отклонений и отклонений СТП последующих выстрелов от первых).

2. Программа предусматривает обработку стрельб, которые провели N стрелков (порядковые номера $L=1, 2, 3, \ldots, N$), причем каждый из них произвел n очередей (порядковый номер очереди $k=1, 2, 3, \ldots, n$) длиной s выстрелов (порядковый номер выстрела $I=1, 2, 3, \ldots, s$). Исходными данными являются координаты пробоин, измеренные в двух взаимно перпендикулярных направлениях на вертикальной картинной плоскости (z_{ik}, y_{ik}), при совмещении начала координат с точкой прицеливания (наводки).

3. Конечный результат выдается в виде (в скобках — обозначения на языке ФОРТРАН):

$B_{б1}$ ($B1$), $B_{в1}$ ($B2$) — срединные отклонения рассеивания первых выстрелов очередей;

$B_{бп}$ (BCL), $B_{вп}$ (BCL) — тоже, последующих выстрелов;

$B_{бстп1}$ ($BCT1$), $B_{встп2}$ ($BCT2$) — срединные отклонения рассеивания центров группирования первых выстрелов различных стрелков;

$B_{бстп\,п}$ ($BCTC$), $B_{встп\,п}$ ($BCTC$) — срединные отклонения рассеивания СТП последующих выстрелов;

z, y — средние отклонения СТП последующих выстрелов от первых выстрелов очередей;

$B_{б1с}$ ($B15$), $B_{в1с}$ ($B25$) — суммарное рассеизание первых выстрелов очередей;

$B_{бп\,с}$ (BCS), $B_{вп\,с}$ (BCS) — тоже, последующих выстрелов.

4. Алгоритм изложен для одной координаты z, он совершенно аналогичен для координаты y.